

doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-5-894-903

УДК 519.71

Робастная компенсация возмущений для многоканальных линейных систем с неизмеримым вектором состояния и запаздыванием в канале управления

Ван Хуан Буй¹✉, Виктор Андреевич Жданов², Алексей Анатольевич Маргун³

^{1,2,3} Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

³ Институт проблем машиностроения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация

¹ buinguyenkhanh201095@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0002-6563-1909>

² viktor.zhdanov14@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0009-6573-8229>

³ alexeimargun@gmail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5333-0594>

Аннотация

Введение. Рассмотрена задача компенсации внешних возмущений в многоканальных системах с неизмеримым вектором состояния и запаздыванием в канале управления. Предположено, что возмущение имеет гармоническую форму. **Метод.** Для решения задачи оценивания вектора состояния объекта синтезирован наблюдатель полного порядка с неизвестными входными сигналами (Unknown Input Observer). В результате полученных оценок вектора состояния сформирован новый наблюдатель внешних возмущений и система, использующая оценки с расширенным вектором состояния. Для системы построен регулятор, обеспечивающий компенсацию возмущения. **Основные результаты.** Предложенный алгоритм обеспечивает ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и асимптотическую устойчивость выхода. При этом не требуется идентификация параметров внешних возмущений. Для демонстрации работоспособности и эффективности подхода выполнено компьютерное моделирование с использованием программной среды MATLAB Simulink. **Обсуждение.** Разработанный алгоритм может эффективно применяться в системах с внешними возмущениями в форме синусоидальных сигналов, в том числе в системах, подверженных воздействию ветра, корабельных системах, системах управления движением робототехнических комплексов различного типа и других.

Ключевые слова

адаптивное управление, многоканальная система, синусоидальное возмущение, линейные системы, компенсация возмущений, запаздывание в канале управления

Благодарности

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, госзадание № 2019-0898.

Ссылка для цитирования: Буй В.Х., Жданов В.А., Маргун А.А. Робастная компенсация возмущений для многоканальных линейных систем с неизмеримым вектором состояния и запаздыванием в канале управления // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23, № 5. С. 894–903. doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-5-894-903

Robust disturbances compensation for MIMO linear systems with unmeasured state vector and control delay

Van Huan Bui¹✉, Viktor A. Zhdanov², Alexey A. Margun³

^{1,2,3} ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

³ Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation

¹ buinguyenkhanh201095@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0002-6563-1909>

² viktor.zhdanov14@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0009-6573-8229>

³ alexeimargun@gmail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5333-0594>

© Буй В.Х., Жданов В.А., Маргун А.А., 2023

Abstract

In the paper, the problem of compensation of external disturbance in multichannel systems with unmeasurable state vector and delay in the control channel is considered. It is assumed that the disturbance has a harmonic form. To solve the problem of estimating the state vector of a system, a full-order observer with Unknown Input Observer is constructed. A new observer of external disturbance is formed on the basis of the state vector estimates produced by this observer. As a result, a system is formed that uses estimates with an extended state vector. For this system, a regulator is constructed that provides compensation of the disturbance. The proposed algorithm guarantees boundedness of all signals in the closed-loop system and asymptotic stability of the output. It does not require identification of parameters of external disturbance. To demonstrate the performance and efficiency of the proposed approach, computer simulation using MATLAB Simulink software environment is performed. The developed algorithm can be effectively applied in systems with external disturbance in the form of sinusoidal signals, including systems exposed to wind, ship systems, motion control systems of robotic complexes of various types, and others.

Keywords

adaptive control, MIMO system, sinusoidal disturbance, linear systems, disturbance compensation, delay in the control channel

Acknowledgements

The study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, state assignment No. 2019-0898.

For citation: Bui V.H., Zhdanov V.A., Margun A.A. Robust disturbances compensation for MIMO linear systems with unmeasured state vector and control delay. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 5, pp. 894–903 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-5-894-903

Введение

В работе рассмотрена задача компенсации внешних возмущений в многоканальных системах с неизмеримым вектором состояния и запаздыванием в канале управления. Проблема компенсации внешних возмущений является одной из фундаментальных и актуальных задач в теории автоматического управления [1–3]. В последние годы разработаны различные методы компенсации внешних возмущений, среди которых известен подход, основанный на обратной связи с сильной обратной связью [4, 5]. В работах [6, 7] описан метод компенсации внешних возмущений на основе скользящего режима. Однако основным недостатком этого метода является то, что переключение в скользящий режим может вызвать колебания системы и значительно сократить срок службы механических устройств. В [8–11] представлен метод оптимизации H_∞ при наличии входного возмущения, который не может обеспечить полную компенсацию.

Другой известный подход основан на принципе внутренней модели [12–14], где внешние возмущения описаны выходом автономного линейного генератора. В работах [15–18] представлен метод идентификации параметров внешних возмущений (фазы, частоты и амплитуды), после чего, на основе полученных оценок, синтезирован закон управления. Преимущество данного подхода — работа идентификатора не зависит от регулятора, что позволяет применять различные методы управления и компенсации. С другой стороны, у данного подхода существует значительное ограничение — необходимость обеспечения условия незатухающего возбуждения регрессора [19]. Отметим, что существует ряд решений, обеспечивающих устойчивость замкнутой системы без получения сходимости оценок идентификатора к истинным значениям, но такие решения применимы к достаточно ограниченному классу систем.

В работах [20–22] рассмотрен подход, который заключается в прямой компенсации внешних возмуще-

ний. Он решает проблему незатухающего возбуждения регрессора путем построения специального наблюдателя внешних возмущений с использованием векторов переменных состояний или выходных сигналов. На основе оценок наблюдателя формируется непосредственный регулятор, обеспечивающий желаемые свойства замкнутой системы.

Запаздывание в канале управления является распространенной проблемой на практике, обусловленной, например, механическими задержками в актуаторах или задержками в передаче данных от датчиков. Для решения проблемы компенсации внешних возмущений в системах с запаздыванием было разработано множество методов, включая комбинацию классических методов с предиктором Смита и подходом Крстича [23–27]. Однако в данных работах остается проблема возбуждения регрессора,

В настоящей работе предложен новый метод прямой компенсации внешних возмущений с запаздыванием в канале управления, применимый для многоканальных систем. Он обеспечивает асимптотическую сходимость выходных сигналов к нулю, что является желаемым свойством замкнутой системы. Предложенный метод основывается на построении специальных наблюдателей для оценивания переменных вектора состояния объекта и внешних возмущений, используемых при формировании закона управления.

Постановка задачи

Рассмотрим линейный устойчивый объект управления с возмущениями вида:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t - \tau) + \mathbf{E}\mathbf{f}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}^T\mathbf{x}(t) \end{cases}, \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ — неизмеряемый вектор состояния объекта управления; $\mathbf{u}(t - \tau) \in \mathbb{R}^q$ — вектор сигнала управления с запаздыванием; $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ — измеряемый вектор выхода объекта управления; $\mathbf{f}(t) \in \mathbb{R}^r$ — неизмеряемый

ограниченный вектор внешнего возмущения; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{E}$ — известные постоянные матрицы соответствующих размеров; τ — известное постоянное запаздывание; α , β , γ , n — размерность соответствующих векторов.

Вектор внешнего возмущения $\mathbf{f}(t)$ имеет вид:

$$\mathbf{f}(t) = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_\gamma(t)]^T,$$

где $f_i(t)$ — каждое возмущение, которое представляет собой полигармонический сигнал с неизвестными параметрами:

$$f_i(t) = \sum_{j=0}^m R_j \sin(\omega_j t + \varphi_j) + R_{0j},$$

где $i = \overline{1, \gamma}$; R_j , ω_j , φ_j и R_{0j} — неизвестные амплитуды, частоты, фазы и смещения. В зависимости от матрицы $\mathbf{E}$, каждый из возмущающих сигналов $f_i(t)$ может воздействовать как на одну, так и на несколько переменных состояния объекта управления.

Примем следующие допущения.

Допущение 1. Размерность возмущения γ и количество гармоник известны.

Допущение 2. Матрица $\mathbf{C}$ имеет полный строковый ранг, а матрица $\mathbf{B}$ — полный столбцовый ранг и $\alpha, \beta \leq n$.

Допущение 3. Пары известных постоянных матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ и $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ управляемы и наблюдаемы. Матрица $\mathbf{A}$ является гурвицевой.

Рассмотрим случай, когда внешние возмущения $\mathbf{f}(t)$ имеют мультигармоническую форму. Отметим, что если возмущения могут быть описаны как выход линейного автономного генератора, то предложенный алгоритм может обеспечить их компенсацию. Важно учесть, что размерность генератора известна благодаря Допущению 1. Допущение 3 обеспечивает устойчивость собственного движения объекта, так как основное внимание уделено компенсации внешних возмущений. Учитывая Допущение 1, внешнее возмущение может быть рассмотрено как выход линейного автономного генератора известного порядка.

Цель настоящей работы — построить закон управления $\mathbf{u}(t)$, обеспечивающий ограниченность всех сигналов в замкнутой системе, а также асимптотическую сходимость вектора выходного сигнала $\mathbf{y}(t)$ к нулю:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{y}(t)\| = 0.$$

Построение наблюдателя состояния полного порядка

Поскольку значения переменных состояния системы неизвестны, для построения наблюдателя внешних возмущений сформируем наблюдатель состояния полного порядка. Структура такого наблюдателя описана в работе [28]. Отличие предложенного решения заключается в наличии запаздывания в канале управления:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{M}\mathbf{w}(t) + \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{u}(t - \tau) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) \\ \hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{w}(t) + \mathbf{N}\mathbf{y}(t) \end{cases}, \quad (2)$$

где $\mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния наблюдателя полного порядка; $\hat{\mathbf{x}}(t) \in \mathbb{R}^n$ — оценка вектора состояния; $\mathbf{M}$, $\mathbf{T}$,

$\mathbf{K}$, $\mathbf{N}$ — постоянные матрицы наблюдателя, выбираемые таким образом, чтобы удовлетворять равенствам:

$$\begin{cases} (\mathbf{N}\mathbf{C} - \mathbf{I})\mathbf{E} = 0 \\ \mathbf{T} = \mathbf{I} - \mathbf{N}\mathbf{C} \\ \mathbf{M} = \mathbf{A} - \mathbf{N}\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C} \\ \mathbf{K}_2 = \mathbf{M}\mathbf{N} \\ \mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 \end{cases}, \quad (3)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица соответствующего порядка.

Утверждение. Необходимыми и достаточными условиями работоспособности наблюдателя состояния (2) для системы (1) являются [28]:

— ранг матрицы $\mathbf{C}\mathbf{E}$ равен рангу матрицы $\mathbf{E}$, т. е.

$$\text{rank}(\mathbf{C}\mathbf{E}) = \text{rank}(\mathbf{E});$$

— пара матриц $(\mathbf{C}, \bar{\mathbf{A}})$ — детектируемая, где

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{E}[(\mathbf{C}\mathbf{E})^T \mathbf{C}\mathbf{E}]^{-1} (\mathbf{C}\mathbf{E})^T \mathbf{C}\mathbf{A}.$$

Путем введения ошибки оценки состояния $\mathbf{e}_x(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$ и ее дифференцирования, с учетом (1) и (2) по времени, получим динамическую модель ошибки наблюдения:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_x(t) = & (\mathbf{A} - \mathbf{N}\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C})\mathbf{e}_x(t) + \\ & + [\mathbf{M} - (\mathbf{A} - \mathbf{N}\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C})]\mathbf{w}(t) + \\ & + [\mathbf{K}_2 - (\mathbf{A} - \mathbf{N}\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C})\mathbf{N}]\mathbf{y}(t) + \\ & + [\mathbf{T} - (\mathbf{I} - \mathbf{N}\mathbf{C})]\mathbf{B}\mathbf{u}(t - \tau) + (\mathbf{N}\mathbf{C} - \mathbf{I})\mathbf{E}\mathbf{f}(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Подставив выражение (3) в (4), получим:

$$\dot{\mathbf{e}}_x(t) = \mathbf{M}\mathbf{e}_x(t).$$

Матрица $\mathbf{M}$ может быть составлена отрицательно определенной, тогда $\mathbf{e}_x(t)$ асимптотически сходится к нулю, т. е. $\hat{\mathbf{x}}(t) \rightarrow \mathbf{x}(t)$.

Замечание 1. Если матрица $\mathbf{E}$ не имеет полного столбцового ранга, можно разбить матрицу $\mathbf{E}$ на $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2$, где $\mathbf{E}_1$ имеет полный столбцовый ранг, а $\mathbf{E}_2\mathbf{f}(t)$ рассматривается как новое внешнее возмущение.

Замечание 2. Матрицы $\mathbf{M}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{N}$, $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$ определим по следующему алгоритму [28].

Шаг 1. Проверим выполнение равенства $\text{rank}(\mathbf{C}\mathbf{E}) = \text{rank}(\mathbf{E})$. Если $\text{rank}(\mathbf{C}\mathbf{E}) \neq \text{rank}(\mathbf{E})$, то наблюдатель (2) для системы (1) не существует.

Шаг 2. Вычислим матрицы $\mathbf{N}$, $\mathbf{T}$, $\bar{\mathbf{A}}$:

$$\mathbf{N} = \mathbf{E}[(\mathbf{C}\mathbf{E})^T \mathbf{C}\mathbf{E}]^{-1} (\mathbf{C}\mathbf{E})^T; \mathbf{T} = \mathbf{I} - \mathbf{N}\mathbf{C}; \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{T}\mathbf{A}.$$

Шаг 3. Проверим наблюдаемость пары матриц $(\mathbf{C}, \bar{\mathbf{A}})$, если пара $(\mathbf{C}, \bar{\mathbf{A}})$ наблюдаема, то пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A})$ также является наблюдаемой. Согласно допущению (3) пара $(\mathbf{C}, \mathbf{A})$ наблюдаема, поэтому в этом случае проверка наблюдаемости матричной пары $(\mathbf{C}, \bar{\mathbf{A}})$ не требуется. Матрица $\mathbf{K}_1$ может быть вычислена с помощью метода размещения полюсов, после чего, можно перейти к шагу 9.

Шаг 4. Если пара $(C, \bar{A})$ не наблюдаема вычислим вспомогательную матрицу P :

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n_1} \\ \dots \\ p_n \end{bmatrix}$$

где $n_1 = \text{rank}(\bar{W})$, $\bar{W}$ — наблюдаемая матрица из пары $(C, \bar{A})$; $p_1^T, \dots, p_{n_1}^T$ — строковой вектор из матрицы $\bar{W}$; $n - n_1$ строк вектора $p_{n_1+1}^T, \dots, p_n^T$ выберем таким образом, чтобы матрица P не оказалась сингулярной.

Шаг 5. Разложим пару $(C, \bar{A})$:

$$P\bar{A}P^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, A_{11} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1},$$

$$CP^{-1} = [\bar{C} \quad 0], C \in \mathbb{R}^{p \times n_1}.$$

Шаг 6. Если все собственные числа A_{22} , λ_i , $i = 1, n - n_1$ лежат в левой комплексной плоскости, то построение наблюдателя состояния является возможным. В противном случае наблюдатель не существует.

Шаг 7. Используем n_1 желаемых собственных чисел для построения $A_{11} - \bar{K}_1 \bar{C}$ с помощью размещения полюсов.

Шаг 8. Вычислим $K_1 = P^{-1}\bar{K} = P^{-1}[\bar{K}_1 \bar{K}_2]^T$, где $\bar{K}_2$ — произвольная матрица размера $(n - n_1) \times p$.

Шаг 9. Рассчитаем матрицу:

$$M = \bar{A} - K_1 C, K = K_1 + K_2 = K_1 + MN.$$

Наблюдатель возмущения

Опишем внешние возмущения с помощью выхода автономного линейного генератора [2, 18, 20]:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_\Sigma(t) = G_\Sigma \xi_\Sigma(t) + L_\Sigma f(t) \\ f(t) = \theta_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t) \end{cases}, \quad (5)$$

$$\text{где } \xi_\Sigma(t) = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_q \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^q \text{ — регрессор; } G_\Sigma = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_\gamma \end{bmatrix},$$

$$G_i \text{ — матрицы Гурвица; } L_\Sigma = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_\gamma \end{bmatrix}, L_i \text{ — по-}$$

стоянные векторы; $\theta_\Sigma^T \in \mathbb{R}^{q \times q}$ — вектор неизвестных

постоянных параметров, определяемый в зависимости от параметров возмущения. Пары матриц (G_i, L_i) произвольно выбраны так, что каждая пара полностью управляема.

На основе оценок вектора состояния построим наблюдатель внешних возмущений [20, 29]:

$$\begin{cases} \hat{\xi}_\Sigma(t) = \Phi_\Sigma + Q_\Sigma x(t) \\ \dot{\Phi}_\Sigma(t) = G_\Sigma \Phi_\Sigma(t) + (G_\Sigma Q_\Sigma + Q_\Sigma A)x(t) - Q_\Sigma Bu(t - \tau) \end{cases}, \quad (6)$$

$$\text{где } \hat{\xi}_\Sigma(t) = \begin{bmatrix} \hat{\xi}_1 \\ \hat{\xi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\xi}_q \end{bmatrix}, \hat{\xi}_\Sigma(t) \in \mathbb{R}^q \text{ — оценка вектора } \xi_\Sigma(t);$$

$$\Phi_\Sigma(t) = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_q \end{bmatrix}, \Phi_\Sigma \in \mathbb{R}^q \text{ — вспомогательный вектор на-}$$

$$\text{блюдателя; для матрицы } Q_\Sigma = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_\gamma \end{bmatrix}, Q_\Sigma \in \mathbb{R}^{q \times n} \text{ — вы-}$$

полняется равенство:

$$Q_i E = L_{0i},$$

где $i = \overline{1, \gamma}$ — номер наблюдателя, соответствующий внешнему возмущению, и матрица L_{0i} :

$$L_{0i} = [0_{qi}, \dots, 0_{qi}, L_i, 0_{qi}, \dots, 0_{qi}],$$

где вектор L_i — i -й столбец, а 0_{qi} — нулевой вектор размерности q_i .

$$L_\Sigma = \begin{bmatrix} L_{01} \\ L_{02} \\ \vdots \\ L_{0\gamma} \end{bmatrix}.$$

В результате внешнее возмущение запишем в виде:

$$f(t) = \theta_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t) + v,$$

где $\theta_\Sigma^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_\gamma]^T \in \mathbb{R}^{q \times q}$; $\hat{\xi}_\Sigma(t) = [\hat{\xi}_1^T, \hat{\xi}_2^T, \dots, \hat{\xi}_\gamma^T]^T \in \mathbb{R}^q$; v — экспоненциально затухающая функция.

Перепишем наблюдатель (5) в виде:

$$\dot{\hat{\xi}}_\Sigma(t) = (G_\Sigma + L_\Sigma \theta_\Sigma^T) \hat{\xi}_\Sigma(t). \quad (7)$$

Из уравнения (7) [20, 22] получим

$$\hat{\xi}_\Sigma(t - \tau) = V^{-1} \hat{\xi}_\Sigma(t), \quad (8)$$

где $V = e^{(G_\Sigma + L_\Sigma \theta_\Sigma^T)\tau}$.

Синтез закона управления и алгоритма адаптации

Для компенсации внешних возмущений и синтеза закона управления, описанного в разделе «Наблюдатель возмущения», переведем координаты внешних возмущений в систему координат вектора состояния объекта. Затем на основе метода расширенной ошибки выполним оценку неизвестных постоянных параметров

возмущения. Ошибку параметрического отслеживания состояния объекта определим через вспомогательную матрицу $\mathbf{J}$ [30, 31]:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{J}\xi(t). \quad (9)$$

Продифференцировав (9) с учетом (1) и (5), получим динамическую модель возмущенной системы:

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + [\mathbf{A}\mathbf{J} - \mathbf{J}(\mathbf{Q}_\Sigma + \mathbf{L}_\Sigma\theta_\Sigma^T) + \mathbf{E}\theta_\Sigma^T]\xi_\Sigma(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t - \tau)$$

и выходной сигнал:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}^T\mathbf{e} + \mathbf{C}^T\mathbf{J}\xi_\Sigma(t).$$

Существуют матрицы $\mathbf{J}$ и Ψ такие, что система уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{J} - \mathbf{J}(\mathbf{Q}_\Sigma + \mathbf{L}_\Sigma\theta_\Sigma^T) = \mathbf{B}\Psi_\Sigma^T - \mathbf{E}\theta_\Sigma^T, \\ \mathbf{C}^T\mathbf{J} = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение и называется уравнениями Франсиса или регулятора [31]. Соответствующая матрица имеет вид: $\Psi_\Sigma^T = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_a]^T \in \mathbb{R}^{a \times q}$.

Получим модель ошибки параметрического отслеживания состояния объекта в виде:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}(\Psi_\Sigma^T \xi_\Sigma(t) + \mathbf{u}(t - \tau)) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}^T\mathbf{e} \end{cases}. \quad (10)$$

Подставим выражение (8) в (10), получим

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}[\hat{\eta}_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t - \tau) + \mathbf{u}(t - \tau)] + \nu \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}^T\mathbf{e} \end{cases}, \quad (11)$$

где $\eta_\Sigma^T = \Psi_\Sigma^T \mathbf{V}$.

Таким образом, закон управления может быть сформирован как $\mathbf{u} = -\hat{\eta}_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma$, а система управления (11) примет вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}\hat{\eta}_\Sigma^T(t - \tau)\hat{\xi}_\Sigma(t - \tau) + \nu \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}^T\mathbf{e} \end{cases}, \quad (12)$$

где $\hat{\eta}_\Sigma^T(t - \tau) = \eta_\Sigma^T - \hat{\eta}_\Sigma^T(t - \tau)$ — параметрическая ошибка.

Из системы уравнений (12) получим стандартный алгоритм адаптации на основе метода расширенной ошибки, однако отметим, что негативное влияние запаздывания устранено не полностью. Построим расширенный вектор состояния:

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{e} + \chi, \quad (13)$$

где сигнал χ определяется по формуле

$$\dot{\chi} = \mathbf{A}\chi + \mathbf{B}(\hat{\eta}_\Sigma^T(t - \tau) - \hat{\eta}_\Sigma^T)\hat{\xi}_\Sigma(t - \tau). \quad (14)$$

Продифференцировав выражение (13), с учетом (11) и (14), получим

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{e}}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{e}} + \mathbf{B}\hat{\eta}_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t - \tau) + \nu \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}^T\hat{\mathbf{e}} \end{cases}. \quad (15)$$

Воспользуемся методом расширенной ошибки. Перепишем (15) в виде:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{W}(s)[\hat{\eta}_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t - \tau)],$$

где $\mathbf{W}(s) = \mathbf{C}^T(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$.

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]\hat{\eta}_\Sigma - \mathbf{W}(s)[\hat{\eta}_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t - \tau)]$$

или

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{y} - \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]\hat{\eta}_\Sigma - \mathbf{W}(s)[\mathbf{u}(t - \tau)], \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]\hat{\eta}_\Sigma, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]\hat{\eta}_\Sigma + \mathbf{W}(s)[\hat{\eta}_\Sigma^T(t - \tau)\hat{\xi}_\Sigma(t - \tau)]$;

$$\mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] =$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] & \mathbf{W}_{12}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] & \dots & \mathbf{W}_{1a}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] \\ \mathbf{W}_{21}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] & \mathbf{W}_{22}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{W}_{\beta 1}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] & \dots & \dots & \mathbf{W}_{\beta a}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] \end{bmatrix}.$$

Подчеркнем, что если η_Σ^T является вектором, то можно вынести его за скобки $\eta_\Sigma^T \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma]$. Однако в настоящей работе η_Σ^T является матрицей. Тогда $\mathbf{W}(s)[\eta_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t - \tau)]$ может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(s)[\eta_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t - \tau)] &= [\mathbf{W}_{11}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] + \\ &+ \mathbf{W}_{12}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)] + \dots + \mathbf{W}_{ia}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]]\eta_\Sigma, \end{aligned}$$

т. е.

$$\mathbf{W}(s)[\eta_\Sigma^T \hat{\xi}_\Sigma(t - \tau)] = \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]\eta_\Sigma.$$

На основе уравнения (16) синтезируем стандартный алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\eta}}_\Sigma = \mu \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (17)$$

где коэффициент адаптации $\mu > 0$.

В [32] рассмотрены свойства стандартного адаптивного алгоритма. Время переходного процесса достаточно высокое. Для улучшения сходимости всех сигналов в системе к нулю предложено использовать альтернативный алгоритм адаптации [33].

Из уравнения (16) получим

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t - \tau)]\hat{\eta}_\Sigma, \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{y} - \mathbf{W}(s)[\mathbf{u}(t - \tau)]. \end{aligned} \quad (18)$$

Обозначим $\Delta = \mathbf{W}(s)[\hat{\xi}_\Sigma^T(t)]$. Умножив обе стороны уравнения (18) на Δ , получим

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \Delta \mathbf{A}^T \eta_\Sigma. \quad (19)$$

Отфильтруем обе стороны выражения (19) $\mathbf{H}(s) = \frac{1}{\sigma s + 1}$, где коэффициент $\sigma > 0$. В результате получим

$$\underbrace{\mathbf{H}(s)[\Delta \hat{\mathbf{e}}]}_{\mathbf{Y}} = \underbrace{\mathbf{H}(s)[\Delta \Delta^T]}_{\mathbf{\Omega}} \mathbf{\eta}_{\Sigma}, \quad \mathbf{Y} = \mathbf{\Omega} \mathbf{\eta}_{\Sigma}. \quad (20)$$

На основе уравнения (20) построим альтернативный алгоритм адаптации [33] вида

$$\dot{\mathbf{\eta}}_{\Sigma} = \mu(\mathbf{Y} - \mathbf{\Omega} \mathbf{\eta}_{\Sigma}). \quad (21)$$

Общая схема замкнутой системы предложенного метода показана на рис. 1.

В результате можно сделать вывод, что предложенный подход позволил скомпенсировать внешние возмущения с учетом Допущений 1–3. При выборе коэффициента адаптации $\mu > 0$ обеспечена ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и выполнение требуемого равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{y}(t)\| = 0.$$

Математическое моделирование

Для демонстрации работоспособности и эффективности предложенного подхода выполнено компьютер-

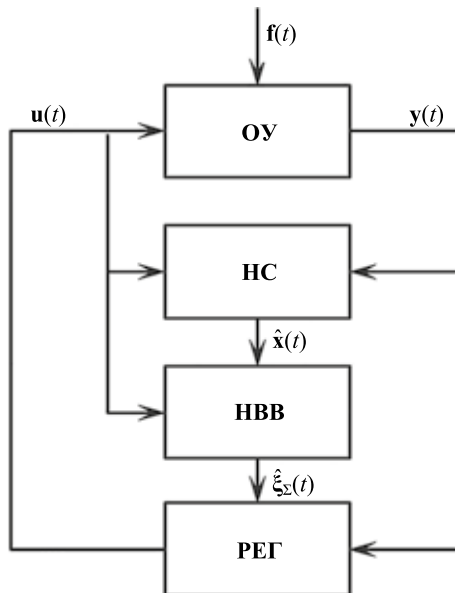


Рис. 1. Структура схемы замкнутой системы.

ОУ — объект управления; НС — наблюдатель состояния полного порядка; НВВ — наблюдатель внешних возмущений; РЕГ — регулятор; $\hat{\mathbf{x}}(t)$ — оценка вектора состояния; $\hat{\xi}_{\Sigma}(t)$ — оценка вектора регрессора $\xi_{\Sigma}(t)$

Fig. 1. Structure of closed-loop system scheme.

ОУ is the control object, НС is a full-order state observer, НВВ is the external disturbance observer, РЕГ is the regulator, $\hat{\mathbf{x}}(t)$ is the state vector estimator, $\hat{\xi}_{\Sigma}(t)$ is the regressor vector estimate of $\xi_{\Sigma}(t)$

ное моделирование с использованием программной среды MATLAB Simulink.

В качестве примера рассмотрим систему третьего порядка:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t - \tau) + \\ + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

с начальными условиями $\mathbf{x}(t) = [1; -1; 0]$.

Внешние возмущения $\mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} 5\sin(2t) \\ 4 + 7\sin(3t) \end{bmatrix}$ опишем выходом автономных линейных генераторов с матрицами:

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Для построения наблюдателя состояния полного порядка (2) выберем матрицу

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 5 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$ вычисляется на шаге 8 алгоритма.

Построим наблюдатель внешних возмущений (6) со следующими матрицами:

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

На рис. 2 показаны переходные процессы при использовании стандартного алгоритма адаптации (17) при коэффициенте адаптации $\mu = 5$ (рис. 2, а) и при использовании альтернативного алгоритма адаптации (21) с учетом $\mathbf{H}(s) = \frac{1}{s+1}$, при $\mu = 25$ (рис. 2, б) и запаздыванием в канале управления $\tau = 1$.

На практике внешние возмущения часто имеют нерегулярную составляющую ζ (рис. 3). Однако для многих случаев сигнал может быть достаточно точно аппроксимирован конечной суммой синусоид. Для подтверждения сохранения работоспособности алгоритма при наличии нерегулярной составляющей выполнено соответствующее моделирование.

На рис. 4 показаны переходные процессы при использовании стандартного алгоритма адаптации (17) (рис. 4, а) и альтернативного алгоритма адаптации (21) с учетом $\mathbf{H}(s) = \frac{1}{s+1}$ (рис. 4, б) при коэффициенте адаптации $\mu = 5$ с запаздыванием в канале управления $\tau = 1$ и возмущением $\mathbf{f}(t)$ при $|\zeta| \leq 0,2$.

Анализ результатов моделирования показал, что предложенный подход обеспечил ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и выполнение требуе-

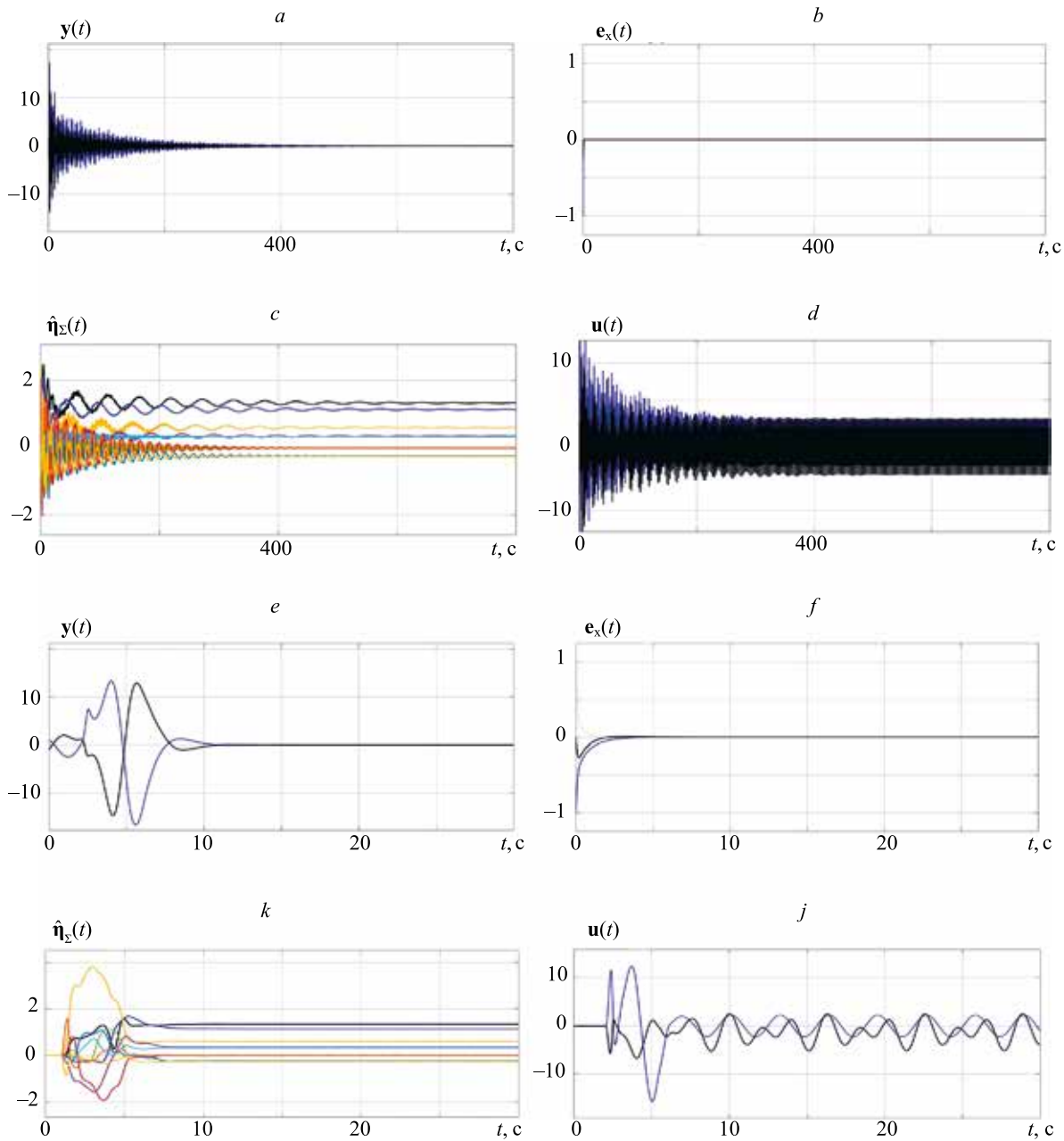


Рис. 2. Графики переходных процессов при использовании стандартного алгоритма адаптации (17) (а–д) и альтернативного алгоритма адаптации (21) (е–г) для коэффициента адаптации $\mu = 25$ и запаздыванием в канале управления $\tau = 1$: вектор выходного сигнала $\mathbf{y}(t)$ (а, е); ошибки оценок вектора переменных состояния $\mathbf{e}_x(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$ (б, г); оценки вектора настраиваемых параметров $\hat{\mathbf{h}}_\Sigma$ (в, г); вектор сигнала управления $\mathbf{u}(t)$ (д, г)

Fig. 2. Graphs of transients using the standard adaptation algorithm (17) (a–d) and the alternative adaptation algorithm (21) (e–g) for adaptation coefficient $\mu = 25$ and a delay in the control channel $\tau = 1$: the vector of the output signal $\mathbf{y}(t)$ (a, e); errors in the estimates of the vector of state variables $\mathbf{e}_x(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$ (b, g); estimates of the vector of configurable parameters $\hat{\mathbf{h}}_\Sigma$ (c, g); control signal vector $\mathbf{u}(t)$ (d, g)

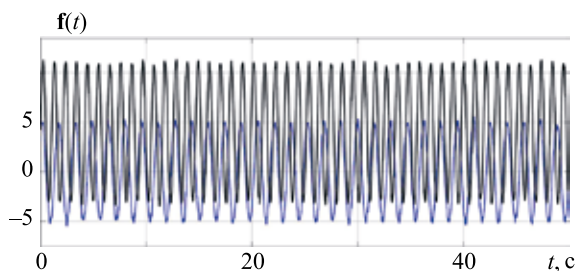


Рис. 3. График внешних возмущений при наличии нерегулярной составляющей

$$\mathbf{f}^T(t) = [5\sin(2t); 4 + 7\sin(3t) + \zeta, \text{ при } |\zeta| \leq 0.2$$

Fig. 3. Graph of external perturbations in the case of an irregular component

$$\mathbf{f}^T(t) = [5\sin(2t); 4 + 7\sin(3t) + \zeta, \text{ at } |\zeta| \leq 0.2$$

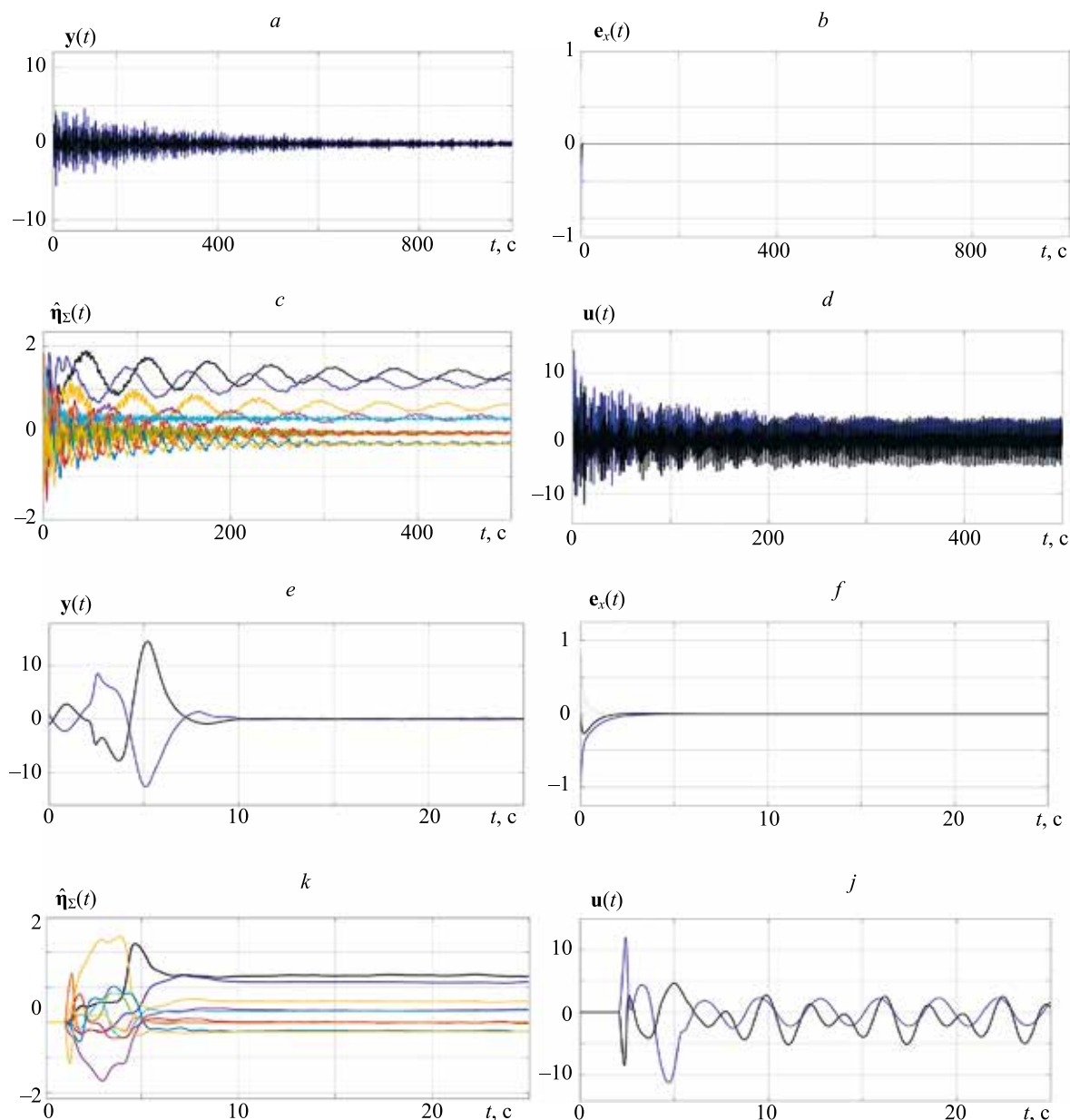


Рис. 4. Графики переходных процессов при использовании стандартного алгоритма адаптации (17) (a–d) и альтернативного алгоритма адаптации (21) (e–j) для коэффициента адаптации $\mu = 5$, запаздыванием в канале управления $\tau = 1$ и возмущением $f(t)$ при $|c| \leq 0,2$: вектор выходного сигнала $y(t)$ (a, e); ошибки оценок вектора переменных состояния $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ (b, f); оценки вектора настраиваемых параметров $\hat{\eta}_\Sigma$ (c, k); вектор сигнала управления $u(t)$ (d, j)

Fig. 4. Graphs of transients using the standard adaptation algorithm (17) (a–d) and the alternative adaptation algorithm (21) (e–j) for adaptation coefficient $\mu = 5$, a delay in the control channel $\tau = 1$ and a perturbation $f(t)$ at $|c| \leq 0.2$: the vector of the output signal $y(t)$ (a, e); errors in the estimates of the vector of state variables $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ (b, f); estimates of the vector of configurable parameters $\hat{\eta}_\Sigma$ (c, k); control signal vector $u(t)$ (d, j)

ного равенства $\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t)\| = 0$. Из результатов моделирования видно, что при использовании стандартного алгоритма адаптации (17) время переходного процесса системы достаточно продолжительное. При использовании альтернативного алгоритма адаптации (21) время переходного процесса значительно уменьшается. Через 3 с после начала моделирования вектор состояния объекта сходится к истинному значению $x(t)$, что позволяет сделать вывод о эффективной работе наблюдателя. При

наличии нерегулярной составляющей возмущения, предложенный алгоритм сохраняет свою работоспособность.

Заключение

В работе рассмотрена задача компенсации внешних неизвестных возмущений для многоканальной линейной системы с неизмеримым вектором состояния и

произвольным запаздыванием по входу. Предложенный алгоритм обеспечивает ограниченность всех сигналов в системе и сходимость регулируемого выхода к нулю. Преимуществом данного подхода является отсутствие необходимости в идентификации параметров возмущения.

Рассмотренное решение может быть расширено на класс объектов с неизвестными параметрами и неизвестным запаздыванием, что является направлением дальнейших исследований.

Литература

1. Bodson M., Douglas S.C. Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency // *Automatica*, 1997, V. 33, N 12, P. 2213–2221. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00149-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00149-0)
2. Nikiforov V.O. Adaptive servocompensation of input disturbances // *IFAC Proceedings Volumes*, 1996, V. 29, N 1, P. 5114–5119. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58492-x](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58492-x)
3. Marino R., Santosuosso G.L., Tomei P. Robust adaptive compensation of biased sinusoidal disturbances with unknown frequency // *Automatica*, 2003, V. 39, N 10, P. 1755–1761. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(03\)00170-5](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(03)00170-5)
4. Hackl C.M. High-gain adaptive position control // *International Journal of Control*, 2011, V. 84, N 10, P. 1695–1716. <https://doi.org/10.1080/00207179.2011.623720>
5. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A. Rejection of sinusoidal disturbance approach based on high-gain principle // *Proc. of the IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2012, P. 6786–6791. <https://doi.org/10.1109/cdc.2012.6426733>
6. Modern Sliding Mode Control Theory. New Perspectives and Applications / ed. by G. Bartolini, L. Fridman, A. Pisano, E. Usai. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2008, XX, 468 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 375). <https://doi.org/10.1007/978-3-540-79016-7>
7. Advances in Sliding Mode Control Concept, Theory and Implementation / ed. by B. Bandyopadhyay, S. Janardhanan, Sarah K. Spurgeon. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2013, XXII, 381 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 440). <https://doi.org/10.1007/978-3-642-36986-5>
8. Курдюков А.П. Основы робастного управления. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1995. 131 с.
9. Ravi R., Nagpal K.M., Khargonekar P.P. H_∞ -Control of linear time-varying systems: a state-space approach // *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1991, V. 29, N 6, P. 1394–1413. <https://doi.org/10.1137/0329071>
10. Ball J.A., Helton J.W., Walker M.L. H_∞ / Control for nonlinear systems with output feedback // *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, V. 38, N 4, P. 546–559. <https://doi.org/10.1109/9.250523>
11. A Course in H_∞ -Control Theory / ed. by B.A. Francis. Verlag, Berlin: Springer, 1987, X, 155 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 88). <https://doi.org/10.1007/BFb0007371>
12. Francis D.A., Wonham W.N. The internal model principle for linear multivariable regulators // *Applied Mathematics & Optimization*, 1975, V. 2, N 2, P. 170–194. <https://doi.org/10.1007/bf01447855>
13. Davison E.J. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, V. 21, N 1, P. 25–34. <https://doi.org/10.1109/tac.1976.1101137>
14. Johnson C.D. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems // *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, V. 16, N 6, P. 635–644. <https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099830>
15. Nikiforov V.O. Nonlinear servocompensation of unknown external disturbances // *Automatica*, 2001, V. 37, N 10, P. 1647–1653. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(01\)00117-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00117-0)
16. Nikiforov V.O. Adaptive non-linear tracking with complete compensation of unknown disturbances // *European Journal of Control*, 1998, V. 4, N 2, P. 132–139. [https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(98\)70107-4](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(98)70107-4)
17. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model // *International Journal of Control*, 1997, V. 68, N 2, P. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
18. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб.: Наука, 2003. 282 с.
19. Narendra K.S., Annaswamy A.M. *Stable Adaptive Systems*. Prentice-Hall, 1989. 494 p.

References

1. Bodson M., Douglas S.C. Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency. *Automatica*, 1997, vol. 33, no. 12, pp. 2213–2221. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00149-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00149-0)
2. Nikiforov V.O. Adaptive servocompensation of input disturbances. *IFAC Proceedings Volumes*, 1996, vol. 29, no. 1, pp. 5114–5119. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58492-x](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58492-x)
3. Marino R., Santosuosso G.L., Tomei P. Robust adaptive compensation of biased sinusoidal disturbances with unknown frequency. *Automatica*, 2003, vol. 39, no. 10, pp. 1755–1761. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(03\)00170-5](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(03)00170-5)
4. Hackl C.M. High-gain adaptive position control. *International Journal of Control*, 2011, vol. 84, no. 10, pp. 1695–1716. <https://doi.org/10.1080/00207179.2011.623720>
5. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A. Rejection of sinusoidal disturbance approach based on high-gain principle. *Proc. of the IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2012, pp. 6786–6791. <https://doi.org/10.1109/cdc.2012.6426733>
6. *Modern Sliding Mode Control Theory. New Perspectives and Applications*. Ed. by G. Bartolini, L. Fridman, A. Pisano, E. Usai. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2008, XX, 468 p. Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 375. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-79016-7>
7. *Advances in Sliding Mode Control Concept, Theory and Implementation*. Ed. by B. Bandyopadhyay, S. Janardhanan, Sarah K. Spurgeon. Verlag Berlin Heidelberg, Springer, 2013, XXII, 381 p. Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 440. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-36986-5>
8. Kurdiukov A.P. *Basics of Robust Control*. Moscow, BMSTU, 1995, 131 p. (in Russian)
9. Ravi R., Nagpal K.M., Khargonekar P.P. H_∞ -Control of linear time-varying systems: a state-space approach. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1991, vol. 29, no. 6, pp. 1394–1413. <https://doi.org/10.1137/0329071>
10. Ball J.A., Helton J.W., Walker M.L. H_∞ / Control for nonlinear systems with output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, vol. 38, no. 4, pp. 546–559. <https://doi.org/10.1109/9.250523>
11. *A Course in H_∞ -Control Theory*. Ed. by B.A. Francis. Verlag, Berlin, Springer, 1987, X, 155 p. Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 88. <https://doi.org/10.1007/BFb0007371>
12. Francis D.A., Wonham W.N. The internal model principle for linear multivariable regulators. *Applied Mathematics & Optimization*, 1975, vol. 2, no. 2, pp. 170–194. <https://doi.org/10.1007/bf01447855>
13. Davison E.J. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, vol. 21, no. 1, pp. 25–34. <https://doi.org/10.1109/tac.1976.1101137>
14. Johnson C.D. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, vol. 16, no. 6, pp. 635–644. <https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099830>
15. Nikiforov V.O. Nonlinear servocompensation of unknown external disturbances. *Automatica*, 2001, vol. 37, no. 10, pp. 1647–1653. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(01\)00117-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00117-0)
16. Nikiforov V.O. Adaptive non-linear tracking with complete compensation of unknown disturbances. *European Journal of Control*, 1998, vol. 4, no. 2, pp. 132–139. [https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(98\)70107-4](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(98)70107-4)
17. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model. *International Journal of Control*, 1997, vol. 68, no. 2, pp. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
18. Nikiforov V.O. *Adaptive and Robust Control with Disturbance Compensation*. St. Petersburg: Nauka, 2003, pp. 282. (in Russian)
19. Narendra K.S., Annaswamy A.M. *Stable Adaptive Systems*. Prentice-Hall, 1989, 494 p.

20. Gerasimov D.N., Nikiforov V.O., Paramonov A.V. Adaptive disturbance compensation in delayed linear systems: internal model approach // *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 2015. P. 1692–1696. <https://doi.org/10.1109/CCA.2015.7320853>
21. Парамонов А.В. Адаптивная робастная компенсация возмущений в линейных системах с запаздыванием // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2018. Т. 18. № 3. С. 384–391. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2018-18-3-384-391>
22. Буй В.Х., Маргун А.А. Компенсация внешних возмущений по выходу для класса линейных систем с запаздыванием в канале управления // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2022. Т. 22. № 6. С. 1072–1077. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-6-1072-1077>
23. Dambrine M., Gouaisbaut F., Perruquetti W., Richard J.P. Robustness of sliding mode control under delays effects: a case study // *Proc. of the 2nd IEEE-IMACS Conference CESA'98*. P. 817–821.
24. Gouaisbaut F., Perruquetti W., Richard J.P. A sliding mode control for linear systems with input and state delays // *Proc. of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. 1999. P. 4234–4239. <https://doi.org/10.1109/cdc.1999.828026>
25. Kwon W., Pearson A. Feedback stabilization of linear systems with delayed control // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1980. V. 25. N 2. P. 266–269. <https://doi.org/10.1109/tac.1980.1102288>
26. Niculescu S.-I., Annaswamy A.M. An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree $n^* \leq 2$ // *Systems & Control Letters*. 2003. V. 49. N 5. P. 347–358. [https://doi.org/10.1016/s0167-6911\(03\)00113-0](https://doi.org/10.1016/s0167-6911(03)00113-0)
27. Krstic M. *Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive, and PDE Systems*. Birkhauser, Springer, 2009. 466 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-8176-4877-0>
28. Chen J., Patton R.J. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Beijing University of Aeronautics Beijing, 1999. 356 p.
29. Nikiforov V.O., Gerasimov D.N. *Adaptive Regulation. Reference Tracking and Disturbance Rejection*. Springer, 2022. XVI, 358 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 491). <https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9>
30. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley and Sons, Inc., NY, 1995. 563 p.
31. Marino R., Tomei P. Output regulation for linear systems via adaptive internal model // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2003. V. 48. N 12. P. 2199–2202. <https://doi.org/10.1109/tac.2003.820143>
32. Ioannou P., Sun J. *Robust Adaptive Control*. NJ: Prentice Hall, 1996. 848 p.
33. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithms of adaptive disturbance compensation in linear systems with arbitrary input delay // *International Journal of Control*. 2020. V. 93. N 7. P. 1596–1604. <https://doi.org/10.1080/00207179.2018.1521527>
20. Gerasimov D.N., Nikiforov V.O., Paramonov A.V. Adaptive disturbance compensation in delayed linear systems: internal model approach. *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 2015, pp. 1692–1696. <https://doi.org/10.1109/CCA.2015.7320853>
21. Paramonov A.V. Adaptive robust disturbance compensation in linear systems with delay. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 3, pp. 384–391. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2018-18-3-384-391>
22. Bui V.H., Margun A.A. Compensation of output external disturbances for a class of linear systems with control delay. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 6, pp. 1072–1077. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-6-1072-1077>
23. Dambrine M., Gouaisbaut F., Perruquetti W., Richard J.P. Robustness of sliding mode control under delays effects: a case study. *Proc. of the 2nd IEEE-IMACS Conference CESA'98*, pp. 817–821.
24. Gouaisbaut F., Perruquetti W., Richard J.P. A sliding mode control for linear systems with input and state delays. *Proc. of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, 1999, pp. 4234–4239. <https://doi.org/10.1109/cdc.1999.828026>
25. Kwon W., Pearson A. Feedback stabilization of linear systems with delayed control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1980, vol. 25, no. 2, pp. 266–269. <https://doi.org/10.1109/tac.1980.1102288>
26. Niculescu S.-I., Annaswamy A.M. An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree $n^* \leq 2$. *Systems & Control Letters*, 2003, vol. 49, no. 5, pp. 347–358. [https://doi.org/10.1016/s0167-6911\(03\)00113-0](https://doi.org/10.1016/s0167-6911(03)00113-0)
27. Krstic M. *Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive, and PDE Systems*. Birkhauser, Springer, 2009, 466 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-8176-4877-0>
28. Chen J., Patton R.J. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Beijing University of Aeronautics Beijing, 1999, 356 p.
29. Nikiforov V.O., Gerasimov D.N. *Adaptive Regulation. Reference Tracking and Disturbance Rejection*. Springer, 2022, XVI, 358 p. Lecture Notes in Control and Information Sciences; vol. 491. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9>
30. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley and Sons, Inc., NY, 1995, 563 p.
31. Marino R., Tomei P. Output regulation for linear systems via adaptive internal model. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, vol. 48, no. 12, pp. 2199–2202. <https://doi.org/10.1109/tac.2003.820143>
32. Ioannou P., Sun J. *Robust Adaptive Control*. NJ: Prentice Hall, 1996, 848 p.
33. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithms of adaptive disturbance compensation in linear systems with arbitrary input delay. *International Journal of Control*, 2020, vol. 93, no. 7, pp. 1596–1604. <https://doi.org/10.1080/00207179.2018.1521527>

Авторы

Буй Ван Хуан — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0002-6563-1909>, buinguyenkhanh201095@gmail.com

Жданов Виктор Андреевич — студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0009-0009-6573-8229>, viktor.zhdanov14@yandex.ru

Маргун Алексей Анатольевич — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; научный сотрудник, Институт проблем машиностроения РАН, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация, [sc 55521791600](https://orcid.org/0000-0002-5333-0594), <https://orcid.org/0000-0002-5333-0594>, alexeimargun@gmail.ru

Authors

Van Huan Bui — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0002-6563-1909>, buinguyenkhanh201095@gmail.com

Viktor A. Zhdanov — Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0009-0009-6573-8229>, viktor.zhdanov14@yandex.ru

Alexey A. Margun — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; Scientific Researcher, Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation, [sc 55521791600](https://orcid.org/0000-0002-5333-0594), <https://orcid.org/0000-0002-5333-0594>, alexeimargun@gmail.ru

Статья поступила в редакцию 11.04.2023
Одобрена после рецензирования 28.07.2023
Принята к печати 25.09.2023

Received 11.04.2023
Approved after reviewing 28.07.2023
Accepted 25.09.2023



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»