

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-5-745-750
УДК 681.51

Управление нелинейными объектами с гарантией нахождения регулируемой переменной в заданном множестве при возмущениях и помехах в измерениях

Сюэчэн Вэнь¹✉, Игорь Борисович Фуртат²

^{1,2} Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

² Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация

¹ xuecheng.wen@outlook.com✉, <https://orcid.org/0000-0001-8676-6696>

² cainenash@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4679-5884>

Аннотация

Введение. Предложен новый алгоритм управления нелинейными объектами с гарантией нахождения регулируемой переменной в заданном множестве в условиях параметрической неопределенности, внешних возмущений и высокочастотных помех в измерениях. **Метод.** Задача решена в два этапа. На первом этапе применен линейный фильтр нижних частот для устранения высокочастотных составляющих в измеряемом сигнале. На втором этапе использовано преобразование координат, чтобы свести исходную задачу с ограничениями к задаче исследования на устойчивость по вход-состоянию новой системы без ограничений. **Основные результаты.** Разработан алгоритм обратной связи по выходу для нелинейных систем в условиях параметрической неопределенности, внешних возмущений и высокочастотных помех в измерениях. Выполнено моделирование в MATLAB/Simulink, результаты которого показали эффективность предложенного алгоритма. **Обсуждение.** Представленный алгоритм может эффективно решать задачи управления электроэнергетическими сетями и рядом других электромеханических систем при наличии помех в измерениях.

Ключевые слова

нелинейная система, возмущение, помеха, преобразование координат, устойчивость, робастное управление

Благодарности

Работа выполнена в Институте проблем машиноведения РАН при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-41-00060.

Ссылка для цитирования: Вэнь С., Фуртат И.Б. Управление нелинейными объектами с гарантией нахождения регулируемой переменной в заданном множестве при возмущениях и помехах в измерениях // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 5. С. 745–750. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-5-745-750

Control of nonlinear plants with a guarantee for the controlled signal to stay within a given set under disturbances and high-frequency measurement noises

Xuecheng Wen¹✉, Igor B. Furtat²

^{1,2} ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

² Institute of Problems of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation

¹ xuecheng.wen@outlook.com✉, <https://orcid.org/0000-0001-8676-6696>

² cainenash@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4679-5884>

Abstract

A new control algorithm for nonlinear plants is proposed, ensuring the controlled variable stays within a given set under conditions of parametric uncertainties, external disturbances and high-frequency noises in measurements. The

problem is solved in two stages. In the first stage, a low-pass filter is applied to eliminate high-frequency components in the measured controlled signal. In the second stage, a coordinate transformation represents the initial problem with given restrictions as an input-state stability analysis problem of a new system without constraints. An output feedback algorithm has been developed for uncertain nonlinear systems under conditions of parametric uncertainties, external disturbances, and high-frequency noise in measurements. Simulations in MATLAB/Simulink are given. The simulation results show the efficiency of the proposed algorithm. The proposed algorithm can effectively solve control problems for power systems or electromechanical systems in the presence of measurement noises.

Keywords

nonlinear system, disturbance, noise, the change of coordinates, stability, robust control

Acknowledgements

The work was carried out at the IPME RAS with the support of the Russian Science Foundation grant no. 23-41-00060.

For citation: Wen Xu., Furtat I.B. Control of nonlinear plants with a guarantee for the controlled signal to stay within a given set under disturbances and high-frequency measurement noises. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 5, pp. 745–750 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-5-745-750

Введение

На практике системы управления всегда подвержены влиянию внешних помех. Например, в системах возбуждения генераторов электромагнитные помехи могут появляться в процессе переключения. Высокочастотные помехи возникают в сигналах измерения частоты вращения роторов генераторов. В условиях параметрической неопределенности и внешних помех разработка простых систем управления является важной задачей в теории и практике управления. Для их разработки в этих условиях предложено множество решений.

В [1–3] разработаны адаптивные наблюдатели с большим коэффициентом усиления в обратной связи. В переходном процессе значение коэффициента усиления выбирается большим, а в стационарном — уменьшается, чтобы частично решить проблему, описанную в работах [1, 2, 4], когда оценка производной наблюдателя может значительно превышать фактическое значение самой производной.

В [5, 6] предложен расширенный наблюдатель с большим коэффициентом усиления. Введены дополнительные динамические звенья для увеличения размерности модели с целью уменьшения чувствительности к шуму. В [7] использован линейный фильтр нижних частот (ФНЧ) для снижения воздействия высокочастотного шума на выходной сигнал.

В настоящей работе рассматривается задача, когда измерению доступен только выходной сигнал объекта и присутствует высокочастотный шум в измерениях. Основываясь на работах [8, 9], предложен модифицированный алгоритм управления нелинейными объектами с гарантией нахождения выходного сигнала в заданном множестве. Выполнен анализ недостатков применения методов управления, предложенных в [8], в условиях помех в измерениях. Представлен усовершенствованный алгоритм управления на основе линейного ФНЧ. Приведена иллюстрация примеров эффективности разработанного алгоритма в соответствии с полученными результатами моделирования.

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную динамическую систему

$$\mathcal{Q}(p)y(t) = kR_m(p)u(t) + f(y, t), \quad (1)$$

$$z(t) = y(t) + w(t), \quad (2)$$

где $u \in \mathbb{R}$ — сигнал управления; $y \in \mathbb{R}$ — неизмеряемый выходной сигнал; $w \in \mathbb{R}$ — ограниченный шум; $z \in \mathbb{R}$ — измеряемый сигнал; $f \in \mathbb{R}$ — неизвестное ограниченное возмущение при условии, что $|f(y, t)| \leq f$; s — комплексная переменная преобразования Лапласа; $Q(s)$ и $R_m(s)$ — нормированные полиномы, имеющие неизвестные параметры, порядки полиномов известны и равны n и m ; $R_m(s)$ — гурвицевый полином; $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования; $k > 0$ — известный коэффициент. Объект управления (1) является минимально-фазовым. Выражение (2) представляет собой выходной сигнал с аддитивно наложенным шумом.

Цель работы — разработка закона управления, гарантирующего нахождение выходного сигнала $y(t)$ объекта (1) в множестве

$$\mathcal{Y} = \{y \in \mathbb{R} : \underline{g} < y < \bar{g}\}, \quad (3)$$

где $\underline{g}(t)$ и $\bar{g}(t)$ — непрерывно дифференцируемые функции, $\underline{g}(t)$, $\bar{g}(t)$, $\dot{\underline{g}}(t)$, $\dot{\bar{g}}(t)$ — ограничены для любого времени t . Функции $\underline{g}(t)$ и $\bar{g}(t)$ могут выбираться разработчиками, исходя из требований к работе системы. Например, в задаче управления электрическим генератором [10–12] требуется поддержание частоты $\omega(t)$ в заданных пределах $\underline{\omega}(t) \leq \omega(t) \leq \bar{\omega}(t)$.

Метод решения. Основной результат

Для выделения сигнала $y(t)$ из $z(t)$, рассмотрим линейный ФНЧ в виде:

$$\lambda \dot{\xi}(t) = \mathbf{G}\xi(t) + \mathbf{B}z(t), \quad \hat{y}(t) = \mathbf{L}\xi(t), \quad (4)$$

где $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r]^T$, $\mathbf{L} = [0, \dots, 0, 1]$, $\mathbf{B} = [\sigma^{-1}, 0, \dots, 0]^T$,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\sigma^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sigma^{-1} & -\sigma^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^{-1} & -\sigma^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma^{-1} & -\sigma^{-1} \end{bmatrix},$$

$\sigma > 0$ и $\lambda > 0$ — параметры фильтра; $\mathbf{G}$ и $\mathbf{B}$ — матрицы, имеющие соответствующие размерности;

L — размерность матрицы равна $1 \times r$; ξ — вектор состояния фильтра; $\hat{y}(t)$ — оценка выходного сигнала, $\Delta y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$ — ошибка оценивания выходного сигнала.

Пусть шум w представлен мультigarмоническим сигналом вида

$$w(t) = \sum_{i=1}^v A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (5)$$

где A_i , ω_i и φ_i — амплитуда, частота и фаза i -й гармоники. Согласно [7], Δy ограничено и удовлетворяет следующему неравенству

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\Delta y| \leq \sum_{i=1}^v A_i \left(\prod_{j=1}^r \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_i^2 \lambda^2 \sigma^2}} \right) + \delta, \quad (6)$$

где $\delta > 0$ — достаточно малое число. Поскольку Δy представляет ошибку оценки и ограничено и если

$|\Delta y| < \min \left(\frac{\bar{g}(t) - \underline{g}(t)}{2} \right)$ то используется параметр a для гарантии нахождения сигнала $\hat{y}(t)$ в более узком множестве. Таким образом, $y(t)$ принадлежит $\mathcal{Y}$. Значит, если существуют такое a , что $|\Delta y| \leq a < \min \left(\frac{\bar{g}(t) - \underline{g}(t)}{2} \right)$, и

закон управления $u(t)$, что

$$\hat{\mathcal{Y}} = \{ \hat{y} \in \mathbb{R} : \underline{g} + a < \hat{y} < \bar{g} - a \}, \quad (7)$$

то $u(t)$ и фильтр (4) обеспечивают выполнение целевого условия (3).

Замечание 1. Выбор параметра a зависит от Δy . Первое слагаемое в правой части (6) описывает оценку качества подавления шума (5) ФНЧ, где величина оценки зависит от частот каждой гармоники ω_i и среднего $\frac{1}{\lambda \sigma}$. Второе слагаемое в (6) описывает искажение сигнала y , вызванное ФНЧ, и его величина зависит от λ . Уменьшение числа λ в (4) «сводит» динамический фильтр к статическому звену, а увеличение чисел r и σ — к уменьшению первого слагаемого в правой части (6), а значит, и к уменьшению величины a .

Задача гарантии определения сигнала $\hat{y}(t)$ в заданном множестве $\hat{\mathcal{Y}}$ преобразуется к задаче без ограничений, если воспользоваться преобразованием координат

$$\hat{y}(t) = \Phi(\varepsilon(t), t), \quad (8)$$

где $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}$ — непрерывно-дифференцируемая функция по времени t , удовлетворяющая следующим условиям:

- 1) $\underline{g}(t) + a < \Phi(\varepsilon, t) < \bar{g}(t) - a$ при $t \geq 0$ и $\varepsilon \in \mathbb{R}$;
- 2) $\bar{\Phi}(\varepsilon, t)$ — непрерывно-дифференцируемая функция по ε и t , $\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} > 0$ для любых $t \geq 0$ и $\varepsilon \in \mathbb{R}$;
- 3) $\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial t}$ — ограниченная функция для ε и $t \geq 0$.

Вычислив полную производную по времени функции $\hat{y}(t)$ в (8), получим

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \left(\dot{\hat{y}} - \frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial t} \right). \quad (9)$$

Приведем основной результат работы [8, теорема 1]. Пусть для преобразования (8) выполнены условия (1)–(3). Если существует такой закон управления $u(t)$, что решение (9) ограничено, то $\hat{y}(t) \in \hat{\mathcal{Y}}_a \subset \hat{\mathcal{Y}}$. Если при выбранном законе управления решения (9) не ограничены, то $\hat{y}(t) \in \hat{\mathcal{Y}}$.

Пусть выбран закон управления так, что решение уравнения (9) ограничено, т. е. $|\varepsilon(t)| < N$ при любом t , где $0 < N < \infty$. Тогда в силу преобразования (8) и условия (1) следует, что $\hat{y}(t) \in \hat{\mathcal{Y}}_a = \{ \hat{y} \in \mathbb{R} : \underline{M}(t) < \hat{y}(t) < \bar{M}(t) \}$, где $\underline{M}(t) = \inf_{|\varepsilon| < N} \{ \Phi(\varepsilon(t), t) \}$ и $\bar{M}(t) = \sup_{|\varepsilon| < N} \{ \Phi(\varepsilon(t), t) \}$ для любых $t \geq 0$. Поскольку (8) является взаимно однозначным отображением, то $\underline{M}(t) < \bar{g}(t) - a$ и $\bar{M}(t) > \underline{g}(t) + a$, значит, $\hat{\mathcal{Y}}_a \subset \hat{\mathcal{Y}}$.

Пусть $Q(s) = Q_m(s) + \Delta Q(s)$. $Q_m(s)$ является нормированным гурвицевым полиномом степени n . Следовательно, $\deg \Delta Q(s) = n - 1$. Найдем преобразование Лапласа от (4) и (1) в виде:

$$\hat{y}(s) = \frac{1}{(\lambda \sigma s + 1)^r} (y(s) + w(s)) + \frac{\lambda \sigma}{(\lambda \sigma s + 1)} \hat{y}(0), \quad (10)$$

$$y(s) = \frac{k R_m(s)}{Q_m(s)} u(s) - \frac{\Delta Q(s)}{Q_m(s)} y(s) + \frac{1}{Q_m(s)} f(s) + \varepsilon(s), \quad (11)$$

где $\varepsilon(t)$ — экспоненциально затухающая функция, зависящая от ненулевых начальных условий $y(t)$.

Найдем обратные преобразования Лапласа от (10) и (11) и перепишем (9):

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \left(\frac{k p R_m(p)}{\bar{Q}_m(p)} u(t) + \varphi(t) \right), \quad (12)$$

где $\bar{Q}_m(p) = Q_m(p)(\lambda \sigma p + 1)^r$; $Q_m(p)$ — нормированный гурвицев полином степени n ; $\varphi(t) = -\frac{p \Delta Q(p)}{\bar{Q}_m(p)} \hat{y}(t) +$

$+\frac{p}{\bar{Q}_m(p)} f(y, t) + \frac{p}{(\lambda \sigma p + 1)^r} (w(t) + \varepsilon(t)) + \frac{\lambda \sigma}{(\lambda \sigma p + 1)} \hat{y}(0) - \frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial t}$ — новое возмущение. Сигнал $\hat{y}(t)$ из теоремы 1

ограничен. Поскольку $w(t)$ является ограниченным шумом и $f(y, t)$ является неизвестным ограниченным возмущением, то имеем следующее неравенство $|\varphi(t)| \leq \bar{\varphi}$.

Введем закон управления:

$$u(t) = -\frac{Q_m(p)}{R_m(p)[p(\mu p + 1)^{\rho-1} + b\mu]} K \varepsilon(\hat{y}(t), t), \quad (13)$$

где $\rho = \deg Q_m(p) - \deg R(p) > 1$; $K > 0$ — константа; $\mu > 0$ и $b > 0$ — малые числа, которые выбираются так, что полином $s(\mu s + 1)^{\rho-1} + b\mu$ является гурвицевым. С учетом (13), перепишем (12) в виде:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \times \left(-k K \frac{p}{(\lambda \sigma p + 1)^r [p(\mu p + 1)^{\rho-1} + b\mu]} \varepsilon(t) + \varphi(t) \right). \quad (14)$$

Теорема 2. Пусть для преобразования (8) выполнены условия (1)–(3). Для заданных $\lambda > 0$, $\sigma > 0$,

$\mu > 0$ и $b > 0$ существуют $a > 0$, $\sigma_0 > 0$ и $\mu_0 > 0$ такие, что для $\mu_0 > \mu$ полином $s(\mu s + 1)^{p-1} + b\mu$ является гурвицевым, а также для $\sigma_0 > \lambda\sigma$ выполнено

$$|\Delta y| \leq a < \min \left(\frac{\bar{g}(t) - \underline{g}(t)}{2} \right). \text{ Тогда для любого } K > 0 \text{ закон}$$

управления (13), и фильтр (4) обеспечивают выполнение целевого условия (3).

Доказательство. Поскольку фильтр (4) является высокочастотным, то можно считать, что $\lambda\sigma$ представляет собой достаточно малое число. Перепишем (14) при $\mu = 0$ и $\lambda\sigma = 0$ в виде:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}(t) = \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}, t)}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)^{-1} (-kK\bar{\varepsilon}(t) + \varphi(t)). \quad (15)$$

Для анализа устойчивости (15) зададим функцию Ляпунова как $V = 0,5\bar{\varepsilon}^2$. Дифференцируя ее по времени, получим

$$\dot{V} = \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}, t)}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)^{-1} (-kK\bar{\varepsilon}^2 + \varphi\bar{\varepsilon}). \quad (16)$$

Рассмотрим следующие оценки выражения (16):

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}, t)}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)^{-1} \left(-\frac{kK}{2}\bar{\varepsilon}^2 + \frac{1}{2kK}\varphi^2 - \left(\sqrt{\frac{kK}{2}}\bar{\varepsilon} - \sqrt{\frac{1}{2kK}}\varphi \right)^2 \right) \leq \\ &\leq \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}, t)}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)^{-1} \left(-\frac{kK}{2}\bar{\varepsilon}^2 + \frac{1}{2kK}\varphi^2 \right) \leq \\ &\leq -kK \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}, t)}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)^{-1} V + \frac{1}{2kK} \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}, t)}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)^{-1} \bar{\varphi}^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Решим дифференциальное неравенство (17), используя принцип сравнения [13]:

$$V \leq \left(V(0) + \frac{\bar{\varphi}^2}{2k^2K^2} \right) e^{-kK \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}, t)}{\partial \bar{\varepsilon}} \right)^{-1} t} + \frac{\bar{\varphi}^2}{2k^2K^2}. \quad (18)$$

Следовательно, решение уравнения (15) ограничено. Перепишем (14) при $0 < \mu < \mu_0$ и $\lambda\sigma = 0$ в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_\mu(t) &= \left(\frac{\partial \Phi(\bar{\varepsilon}_\mu, t)}{\partial \bar{\varepsilon}_\mu} \right)^{-1} \times \\ &\times \left(-kK\varepsilon_\mu(t) - kK \frac{p - p(\mu p + 1)^{p-1} - b\mu}{p(\mu p + 1)^{p-1} + b\mu} \varepsilon_\mu(t) + \varphi(t) \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Решение дифференциального уравнения (19) непрерывно зависит от параметра μ . Согласно [14, 15, теорема 2.2] существует μ_0 такое, что при $\mu < \mu_0$ и $\lambda\sigma = 0$ выполнено условие $|\bar{\varepsilon} - \varepsilon_\mu| < O(\mu)$, где $\lim_{\mu \rightarrow 0} O(\mu) = 0$.

$O(\mu)$ описывает асимптотическое поведение функции $\bar{\varepsilon} - \varepsilon_\mu$ при $\mu \rightarrow 0$. Если μ достаточно близко к нулю, то $|\bar{\varepsilon} - \varepsilon_\mu|$ меньше некоторой константы, умноженной на μ . В результате решение уравнения (19) ограничено.

Аналогично получаем, что при $\mu < \mu_0$ и $\lambda\sigma < \sigma_0$ выполнено условие $|\varepsilon_\mu - \varepsilon| < O(\lambda\sigma)$, где $\lim_{\lambda\sigma \rightarrow 0} O(\lambda\sigma) = 0$.

В результате решение уравнения (14) ограничено. Из теоремы 1 следует, что ограничение (7) бу-

дет выполнено. Поскольку выполнены условия $|\hat{y}(t) - y(t)| \leq a \leq \min \left(\frac{\bar{g}(t) - \underline{g}(t)}{2} \right)$, то можно обеспечить

выполнение (3). Теорема 2 доказана.

Замечание 2. С учетом условий $|\varepsilon_\mu - \varepsilon| < O(\lambda\sigma)$ и $|\bar{\varepsilon} - \varepsilon_\mu| < O(\mu)$, из неравенства (18) следует, что при

$$t \rightarrow \infty \text{ имеем } |\varepsilon| < \frac{\bar{\varphi}}{\sqrt{kK}} + O(\mu) + O(\lambda\sigma). \text{ Значит, можно}$$

уменьшить значение $|\varepsilon|$ в установившемся режиме за счет увеличения K и уменьшения μ и $\lambda\sigma$. Если значения K , $\lambda\sigma$ и μ остаются неизменными, то в установившемся режиме значение $|\varepsilon|$ зависит от $\bar{\varphi}$. Согласно закону управления (13), увеличение φ приведет к увеличению $u(t)$ в установившемся режиме.

Замечание 3. Пусть $\varepsilon' = \Phi(z, t)$. Тогда $\varphi(t)$, $\dot{\varepsilon}$ и $u(t)$ можно переписать в следующей форме

$$\begin{aligned} \varphi'(t) &= -\frac{p\Delta Q(p)}{Q_m(p)} y(t) + \frac{p}{Q_m(p)} f(y, t) + \dot{w}(t) + \\ &+ \dot{\varepsilon}(t) - \frac{\partial \Phi(\varepsilon', t)}{\partial t}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}'(t) &= \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon', t)}{\partial \varepsilon'} \right)^{-1} \times \\ &\times \left(-kK\varepsilon'(t) - kK \frac{p - p(\mu p + 1)^{p-1} - b\mu}{p(\mu p + 1)^{p-1} + b\mu} \varepsilon'(t) + \varphi'(t) \right). \end{aligned} \quad (21)$$

$$u'(t) = -\frac{Q_m(p)}{R_m(p)[p(\mu p + 1)^{p-1} + b\mu]} K\varepsilon'(z(t), t). \quad (22)$$

Из (20) следует, что φ' зависит от $\dot{w}$. Поскольку w является высокочастотным шумом, то его производная значительно увеличивает значение $\bar{\varphi}'$. Анализ устойчивости по переменной ε' аналогичен, как в доказательстве теоремы 2. При $t \rightarrow \infty$, $|\varepsilon'| < \frac{\bar{\varphi}}{\sqrt{kK}} + O(\mu)$.

Увеличение $\bar{\varphi}'$ приводит к увеличению ε' , что, в свою очередь — к увеличению u' в установившемся режиме. Значит, наличие шума w способствует увеличению неопределенности системы. Для поддержания системы в устойчивом состоянии контроллеру требуется расходовать больше энергии. Увеличение $\bar{\varphi}'$ также является причиной, что z будет ближе к границе, что увеличивает вычислительную нагрузку и иногда может привести к значительным ошибкам в моделировании. Введение фильтра преобразует $\dot{w}$ в φ к форме $\frac{\lambda\sigma}{(\lambda\sigma p + 1)} \dot{w}$, что

эквивалентно применению низкочастотного фильтра к $\dot{w}$, уменьшая таким образом значение $\bar{\varphi}$. Введение ФНЧ не меняет структуру закона управления. Отметим, что если $\lim_{\lambda\sigma \rightarrow 0} O(\lambda\sigma) = 0$, то значение $O(\lambda\sigma)$ можно считать пренебрежимо малым по сравнению с $\dot{w}$. В результате, в установившемся режиме значение u должно быть значительно меньше, чем u' .

Численное моделирование

Рассмотрим объект управления вида

$$(p^2 + q_0 p)y(t) = u(t) + f(y, t),$$

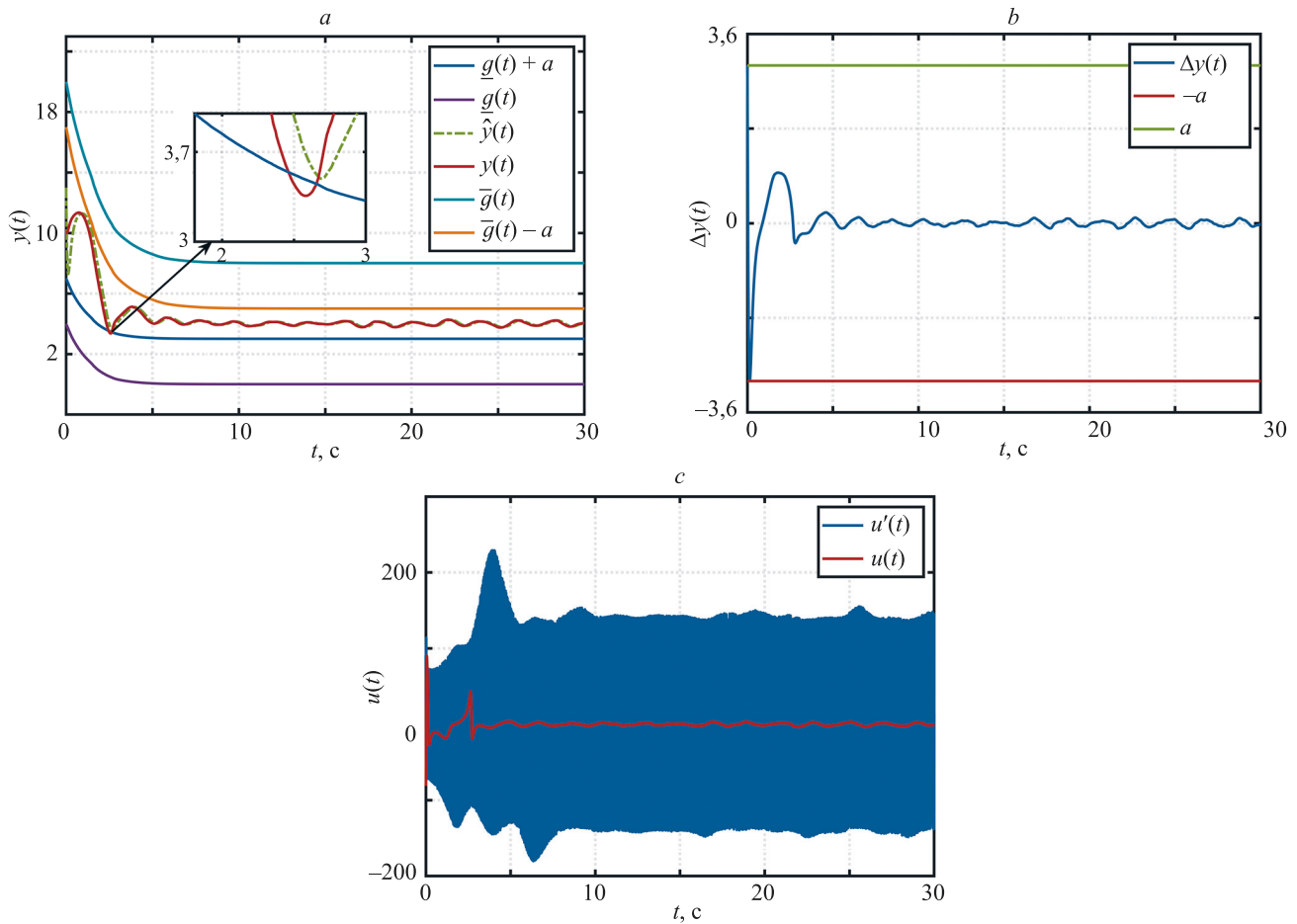


Рисунок. Переходные процессы по: $\hat{y}(t)$ и $y(t)$ (a); $\Delta y(t)$ (b); $u(t)$ и $u'(t)$ (c)
 Figure. Transient processes by: $\hat{y}(t)$ and $y(t)$ (a); $\Delta y(t)$ (b); $u(t)$ and $u'(t)$ (c)

$$z(t) = y(t) + w(t),$$

$$f(t) = 0,1 + \sin(3t) + \text{sat}\left(\frac{d(t)}{0,3}\right), \quad (23)$$

где $\text{sat}\{\cdot\}$ — функция насыщения; $d(t)$ — белый шум, который смоделирован в MATLAB/Simulink с помощью блока Band-Limited White Noise, $f = 2,1$. Возможные значения параметра в (23) заданы неравенством: $-1 \leq q_0 \leq 1$, $w(t) = \sin(0,5 \cdot 10^3 t) + \sin(10^3 t) + \sin(10^4 t)$, $y(0) = 10$.

Выберем $\varepsilon = \ln \frac{g + a - \hat{y}}{\hat{y} - \bar{g} + a}$, $a = 3$, $\underline{g} = (4 - 0,01)e^{-t} + 0,01$, $\bar{g} = (20 - 8,01)e^{-0,7t} + 8,01$, $K = 2$, $Q_m(p) = (p + 1)^2$, $R_m(p) = 1$, $\rho = 2$, $b = 0,1$, $\mu = 0,01$, $\lambda\sigma = 0,07$, $y(0) = 13$. Тогда закон управления (13), преобразование координат (8) и фильтр (4) запишем как

$$u = -\frac{2(p+1)(p+1)\varepsilon}{p(0,01p+1) + 0,001},$$

$$\varepsilon = \ln \frac{(4 - 0,01)e^{-t} + 0,01 - \hat{y}}{\hat{y} - (20 - 8,01)e^{-0,7t} - 8,01},$$

$$\hat{y}(t) = \frac{1}{(0,07p+1)^2} z(t) + \frac{13}{(0,07p+1)}.$$

Для демонстрации преимуществ предложенного в настоящей работе решения, рассмотрим алгоритм [8] с теми же параметрами. Закон управления (22) и преобразование координат (21) будут иметь вид

$$u' = -\frac{2(p+1)(p+1)}{p(0,01p+1) + 0,001} \varepsilon',$$

$$\varepsilon' = \ln \frac{(4 - 0,01)e^{-t} + 0,01 - z}{z - (20 - 8,01)e^{-0,7t} - 8,01}.$$

На рисунке, a, b видно, что максимальное значение Δy равно 3, и закон управления (13) обеспечил $\hat{y}(t) \in \hat{\mathcal{Y}}$.

Условие $|\Delta y| \leq a < \min\left(\frac{\bar{g}(t) - \underline{g}(t)}{2}\right)$ выполнено, когда $y(t) \in \mathcal{Y}$ при любом времени $t \geq 0$. Из рисунка, c , видно, что с помощью фильтра (4) не только исключены некоторые высокочастотные компоненты из u' , но и уменьшено значение u в установившемся режиме.

Заключение

В работе предложен новый алгоритм управления нелинейными объектами, гарантирующий определение регулируемой переменной в заданном множестве. Результат поиска осуществлен в условиях параметриче-

ских неопределенностей, внешних возмущений и высокочастотных шумов в измерениях на основе линейного фильтра нижних частот и нелинейного преобразования координат. Выполнен анализ преимуществ применения представленного метода управления в условиях помех в измерениях. Разработанный алгоритм заметно

снижает влияние высокочастотного шума на регулируемый сигнал и энергопотребление системы управления. Результаты моделирования показали эффективность предложенного алгоритма и подтвердили теоретические выводы.

Литература

1. Boizot N., Busvelle E., Gauthier J.P. An adaptive high-gain observer for nonlinear systems // *Automatica*. 2010. V. 46. N 9. P. 1483–1488. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.06.004>
2. Sanfelice R.G., Praly L. On the performance of high-gain observers with gain adaptation under measurement noise // *Automatica*. 2011. V. 47. N 10. P. 2165–2176. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2011.08.002>
3. Prasov A.A., Khalil H.K. A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2013. V. 58. N 3. P. 569–580. <https://doi.org/10.1109/TAC.2012.2218063>
4. Vasiljevic L.K., Khalil H.K. Error bounds in differentiation of noisy signals by high-gain observers // *Systems & Control Letters*. 2008. V. 57. N 10. P. 856–862. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2008.03.018>
5. Wang L., Astolfi D., Su H., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power // *IFAC-PapersOnLine*. 2015. V. 48. N 11. P. 730–735. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.276>
6. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2015. V. 60. N 11. P. 3059–3064. <https://doi.org/10.1109/TAC.2015.2408554>
7. Furtat I.B., Nekhoroshikh A.N. Robust stabilization of linear plants under uncertainties and high-frequency measurement noises // *Proc. of the 25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*. 2017. P. 1275–1280. <https://doi.org/10.1109/MED.2017.7984293>
8. Furtat I.B., Gushchin P. Nonlinear feedback control providing plant output in given set // *International Journal of Control*. 2022. V. 95. N 6. P. 1533–1542. <https://doi.org/10.1080/00207179.2020.1861336>
9. Furtat I.B., Gushchin P.A., Huy N.B. Nonlinear control providing the plant inputs and outputs in given sets // *European Journal of Control*. 2024. V. 76. P. 100944. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2023.100944>
10. Wen X., Furtat I.B. Nonlinear feedback control based on a coordinate transformation in multi-machine power systems // *Cybernetics and Physics*. 2023. V. 12. N 2. P. 157–161. <https://doi.org/10.35470/2226-4116-2023-12-2-157-161>
11. Kundur P. *Power System Stability and Control*. New York: McGraw-Hill, 1994. P. 17.
12. Wang Y., Guo G., Hill D.J. Robust decentralized nonlinear controller design for multimachine power systems // *Automatica*. 1997. V. 33. N 9. P. 1725–1733. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00091-5](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00091-5)
13. Khalil H.K. *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002. P. 102.
14. Bauer S.M., Filippov S.B., Smirnov A.L., Tovstik P.E., Vaillancourt R. *Asymptotic Methods in Mechanics of Solids*. Springer Nature, 2015. P. 89. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-18311-4>
15. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973. С. 27.

Авторы

Вэнь Сюэчэн — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-8676-6696>, xuecheng.wen@outlook.com

Фуртат Игорь Борисович — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; руководитель подразделения, главный научный сотрудник, Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация, [sc 36349158600](https://orcid.org/0000-0003-4679-5884), <https://orcid.org/0000-0003-4679-5884>, cainenash@mail.ru

References

1. Boizot N., Busvelle E., Gauthier J.P. An adaptive high-gain observer for nonlinear systems. *Automatica*, 2010, vol. 46, no. 9, pp. 1483–1488. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.06.004>
2. Sanfelice R.G., Praly L. On the performance of high-gain observers with gain adaptation under measurement noise. *Automatica*, 2011, vol. 47, no. 10, pp. 2165–2176. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2011.08.002>
3. Prasov A.A., Khalil H.K. A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, vol. 58, no. 3, pp. 569–580. <https://doi.org/10.1109/TAC.2012.2218063>
4. Vasiljevic L.K., Khalil H.K. Error bounds in differentiation of noisy signals by high-gain observers. *Systems & Control Letters*, 2008, vol. 57, no. 10, pp. 856–862. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2008.03.018>
5. Wang L., Astolfi D., Su H., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, no. 11, pp. 730–735. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.276>
6. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, vol. 60, no. 11, pp. 3059–3064. <https://doi.org/10.1109/TAC.2015.2408554>
7. Furtat I.B., Nekhoroshikh A.N. Robust stabilization of linear plants under uncertainties and high-frequency measurement noises. *Proc. of the 25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, 2017, pp. 1275–1280. <https://doi.org/10.1109/MED.2017.7984293>
8. Furtat I.B., Gushchin P. Nonlinear feedback control providing plant output in given set. *International Journal of Control*, 2022, vol. 95, no. 6, pp. 1533–1542. <https://doi.org/10.1080/00207179.2020.1861336>
9. Furtat I.B., Gushchin P.A., Huy N.B. Nonlinear control providing the plant inputs and outputs in given sets. *European Journal of Control*, 2024, vol. 76, pp. 100944. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2023.100944>
10. Wen X., Furtat I.B. Nonlinear feedback control based on a coordinate transformation in multi-machine power systems. *Cybernetics and Physics*, 2023, vol. 12, no. 2, pp. 157–161. <https://doi.org/10.35470/2226-4116-2023-12-2-157-161>
11. Kundur P. *Power System Stability and Control*. New York, McGraw-Hill, 1994, pp. 17.
12. Wang Y., Guo G., Hill D.J. Robust decentralized nonlinear controller design for multimachine power systems. *Automatica*, 1997, vol. 33, no. 9, pp. 1725–1733. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00091-5](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00091-5)
13. Khalil H.K. *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River, Prentice Hall, 2002, pp. 102.
14. Bauer S.M., Filippov S.B., Smirnov A.L., Tovstik P.E., Vaillancourt R. *Asymptotic Methods in Mechanics of Solids*. Springer Nature, 2015, pp. 89. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-18311-4>
15. Vasilieva A.B., Butuzov V.F. *Asymptotic Expansions of Solutions of Singularly Perturbed Equations*. St. Petersburg, Nauka Publ., 1973, pp. 27. (in Russian)

Authors

Xuecheng Wen — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-8676-6696>, xuecheng.wen@outlook.com

Igor B. Furtat — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; Head of Department, Chief Researcher, Institute of Problems of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation, [sc 36349158600](https://orcid.org/0000-0003-4679-5884), <https://orcid.org/0000-0003-4679-5884>, cainenash@mail.ru