НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
июль–август 2024 Том 24 № 4 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
July– August 2024 Vol. 24 No 4 http://ntv.ifmo.ru/en/
ISSN 2226-1494 (print) ISSN 2500-0373 (online)

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА

AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-4-554-562
УДК 681.51

# Синтез адаптивного наблюдателя для нелинейных нестационарных систем

**Хак Тунг Нгуен[1]✉, Сергей Михайлович Власов[2], Антон Александрович Пыркин[3], Константин Юрьевич Калинин[4], Минь Хунг Нгуен[5], Ван Выонг Нгуен[6], Ван Хуан Буй[7]**

[1,5,6] Военно-морской технический институт, Хайфон, 180000, Вьетнам
[2,3,4,7] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com✉, https://orcid.org/0000-0001-6430-1927
[2] smvlasov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-8345-7553
[3] a.pyrkin@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057
[4] kgkalinin@gmail.com, https://orcid.org/0009-0009-3092-6254
[5] nguyenminhhungvkthq@gmail.com, https://orcid.org/0009-0007-5265-6107
[6] nguyenvanvuong@gmail.com, https://orcid.org/0009-0000-3223-1645
[7] buinguyenkhanh201095@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6563-1909

**Аннотация**
**Введение.** Предложен новый метод синтеза адаптивного наблюдателя состояния для класса нелинейных нестационарных систем. Подобная задача является важной и фундаментальной в теории управления и связана с проблемой управления и с задачей мониторинга эффективности функционирования системы. **Метод.** Решение поставленной задачи построено на методе обобщенного наблюдателя, основанного на оценке параметров для получения регрессионного уравнения, необходимого для оценки состояния и параметров системы. Применен метод расширения и смешивания динамического регрессора для идентификации неизвестных параметров системы. **Основные результаты.** Разработан алгоритм оценки вектора переменных состояния для нелинейной нестационарной системы, в которой неизвестные параметры зависят от вектора переменных состояния в условиях внешних возмущений. Полученные результаты доказаны с помощью математической теории. Для демонстрации эффективности предложенного алгоритма выполнено имитационное моделирование в программной среде MATLAB/Simulink. **Обсуждение.** Математическая модель рассмотренных объектов является нелинейной системой уравнений с переменными параметрами. Выполнено сравнение предложенного метода с существующими. Метод является более общим, особенно в системе, где неизвестные параметры зависят от вектора состояния с нелинейными функциями. В настоящее время поставленная задача решена только для дискретных систем. Планируется дальнейшее расширение алгоритма на непрерывные системы.

**Ключевые слова**
адаптивное управление, синтез адаптивного наблюдателя, идентификация, нелинейная нестационарная система

**Благодарности**
Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 2019-0898.

**Ссылка для цитирования:** Нгуен Х.Т., Власов С.М., Пыркин А.А., Калинин К.Ю., Нгуен М.Х., Нгуен В.В., Буй В.Х. Синтез адаптивного наблюдателя для нелинейных нестационарных систем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 4. С. 554–562. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-4-554-562

# Synthesis of adaptive observer for nonlinear nonstationary systems

**Khac Tung Nguyen[1]✉, Sergey M. Vlasov[2], Anton A. Pyrkin[3], Konstantin Yu. Kalinin[4], Minh Hung Nguyen[5], Van Vuong Nguyen[6], Van Huan Bui[7]**

[1,5,6] Naval Engineering Institute, Hai Phong, 180000, Viet Nam
[2,3,4,7] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com✉, https://orcid.org/0000-0001-6430-1927
[2] smvlasov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-8345-7553
[3] a.pyrkin@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057
[4] kgkalinin@gmail.com, https://orcid.org/0009-0009-3092-6254
[5] nguyenminhhungvkthq@gmail.com, https://orcid.org/0009-0007-5265-6107
[6] nguyenvanvuong@gmail.com, https://orcid.org/0009-0000-3223-1645
[7] buinguyenkhanh201095@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6563-1909

**Abstract**

A new method for the synthesis of adaptive state observation for a class of nonlinear non-stationary systems is proposed. This task is important and fundamental in control theory and is related to both the control problem and the task of monitoring the efficiency of the system operation. The solution to the problem is based on the generalized observer parameter estimation method to obtain the regression equation necessary for estimating the state and parameters of the system. Further, the dynamic regressor expansion and blending method dynamic regressor extension and mixing method is applied to identify the unknown system parameters. The paper proposes a method for estimating the state vector for a nonlinear non-stationary system in which the unknown parameters depend on the state vector under external disturbances. The results obtained are rigorously proved using mathematical theory. Simulation in Matlab/Simulink is performed to demonstrate the effectiveness of the developed algorithm. The mathematical model of the considered objects is a nonlinear system of equations with variable parameters. Compared to previous methods, the method proposed in this paper is more general, especially in a system where the unknown parameters depend on the state vector with nonlinear functions. However, the problem is currently solved only for discrete systems. In the future, it may be possible to extend it to continuous systems.

**Keywords**

adaptive control, synthesis of adaptive observer, identification, nonlinear nonstationary system

**Acknowledgement**

The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Agreement No. 2019-0898.

**For citation:** Nguyen K.T., Vlasov S.M., Pyrkin A.A., Kalinin K.Yu., Nguyen M.H., Nguyen V.V., Bui V.H. Synthesis of adaptive observer for nonlinear nonstationary systems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 4, pp. 554–562 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-4-554-562

## Введение

В работе представлен метод синтеза адаптивного наблюдателя для нелинейных нестационарных систем. Изучение данной задачи представляет интерес с точки зрения развития теории идентификации и методов адаптивного управления.

Задача оценки параметров нестационарных систем и синтез наблюдателей переменных состояния описана в работах [1–12]. В [1, 2] предложены методы управления нестационарными системами на основе метода прямого адаптивного управления, которые не требуют процедуры идентификации параметров объекта управления.

Благодаря развитию методов непрямого адаптивного управления возможно для большого класса задач использовать идентификационные подходы адаптивного управления. Применение непрямых походов для синтеза наблюдателей нестационарных систем рассмотрены в работах [3–9].

В [3] предложен алгоритм оценивания полиноминальных параметров для нестационарных систем. Метод для решения поставленной задачи основан на преобразовании математической модели управления к виду линейного регрессионного выражения.

В [4] представлен алгоритм оценивания неизвестных переменных параметров линейных нестационарных объектов управления, которые рассмотрены в виде линейной функции времени или их производных и представляют собой кусочно-постоянные сигнал. Для параметризации линейного нестационарного объекта управления использован линейный фильтр, в результате применения которого получена линейная регрессионная модель.

В работах [6–9] предложены методы синтеза наблюдателей для нестационарных систем, основанные на методе обобщенной оценке параметров наблюдателя (Generalized Observer Parameter Estimation, GPEBO) [13].

Общий недостаток существующих методов оценки — неизвестные параметры исходной системы не зависят от неизвестного вектора состояния, а нестационарные параметры представляются в виде выхода линейного генератора, но с известными матрицами.

В настоящей работе исследованы более сложные допущения по неизвестным нестационарным параметрам — нестационарные параметры системы могут быть представлены в виде линейных генераторов с неизвестными матрицей состояния и вектором начальных условий.

## Постановка задачи

Рассмотрим дискретную модель нестационарной системы вида

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(\beta(k))u(k) + \boldsymbol{\theta}(k)f(x(k)) + \delta(k), \quad (1)$$

$$y(k) = \mathbf{C}^T x(k), \quad (2)$$

где $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ и $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ — известные матрица и вектор; $\mathbf{B}(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \beta(k) \end{bmatrix}$ и $\boldsymbol{\theta}(k)$ — векторы неизвестных нестационарных параметров; $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ — неизмеряемый вектор переменных состояния; $y(k) \in \mathbb{R}^1$ — измеряемая выходная переменная; $u(k)$ — сигнал управления; $f(x(k))$ — известная нелинейная функция; $\delta(k)$ — неизмеряемый сигнал возмущения; $\mathbf{I}$ — единичный вектор.

Допустим, что векторы нестационарных параметров $\mathbf{B}(\beta(k))$, $\boldsymbol{\theta}(k)$ и сигнал возмущения $\delta(k)$ являются выходами линейных генераторов

$$\beta(k) = \mathbf{h}_\beta \xi_\beta(k),$$

$$\xi_\beta(k+1) = \boldsymbol{\Gamma}_\beta \xi_\beta(k),$$

$$\boldsymbol{\theta}(k) = \mathbf{h}_\theta \xi_\theta(k),$$

$$\xi_\theta(k+1) = \boldsymbol{\Gamma}_\theta \xi_\theta(k),$$

$$\delta(k) = \mathbf{h}_\delta \xi_\delta(k),$$

$$\xi_\delta(k+1) = \boldsymbol{\Gamma}_\delta \xi_\delta(k),$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_\beta = \boldsymbol{\Gamma}_{0\beta} + \gamma_\beta^T \mathbf{h}_\beta, \; \boldsymbol{\Gamma}_{0\beta} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_\beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_\theta = \boldsymbol{\Gamma}_{0\theta} + \gamma_\theta^T \mathbf{h}_\theta, \; \boldsymbol{\Gamma}_{0\theta} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_\theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_\delta = \boldsymbol{\Gamma}_{0\delta} + \gamma_\delta^T \mathbf{h}_\delta, \; \boldsymbol{\Gamma}_{0\delta} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_\delta \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где $\xi_\beta \in \mathbb{R}^l$, $\xi_\theta \in \mathbb{R}^m$, $\xi_\delta \in \mathbb{R}^r$ — векторы состояния генераторов с неизвестными начальными значениями $\xi_\beta(t_0)$, $\xi_\theta(t_0)$, $\xi_\delta(t_0)$; $\boldsymbol{\Gamma}_\beta \in \mathbb{R}^{l\times l}$, $\boldsymbol{\Gamma}_\theta \in \mathbb{R}^{m\times m}$, $\boldsymbol{\Gamma}_\delta \in \mathbb{R}^{r\times r}$ — матрицы неизвестных постоянных коэффициентов; $\mathbf{h}_\beta$, $\mathbf{h}_\theta$, $\mathbf{h}_\delta$ — векторы соответствующей размерности; $\gamma_\beta \in \mathbb{R}^l$, $\gamma_\theta \in \mathbb{R}^m$, $\gamma_\delta \in \mathbb{R}^r$ — векторы неизвестных постоянных параметров.

Пусть требуется синтезировать алгоритм оценивания параметров $\hat{\beta}(k)$, $\hat{\theta}(k)$, $\hat{\delta}(k)$, и переменных состояния $\hat{x}(k)$, обеспечивающего выполнение условий:

$$\lim_{t\to\infty}(\beta(k) - \hat{\beta}(k)) = 0,$$

$$\lim_{t\to\infty}(\theta(k) - \hat{\theta}(k)) = 0,$$

$$\lim_{t\to\infty}(\delta(k) - \hat{\delta}(k)) = 0,$$

$$\lim_{t\to\infty}(x(k) - \hat{x}(k)) = 0.$$

## Синтез адаптивного наблюдателя с известными параметрами

Рассмотрим метод синтеза адаптивного наблюдателя, основанный на параметризации модели (1)–(2). Предположим, что параметры матриц $\boldsymbol{\Gamma}_\beta$, $\boldsymbol{\Gamma}_\theta$, $\boldsymbol{\Gamma}_\delta$ известны.

**Утверждение 1.** *Существуют измеримые сигналы* $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{n\times l}$, $\boldsymbol{\Upsilon} \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n\times r}$ *и вектор постоянных параметров* $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{l+m+r}$ *такие, что состояние и модель системы* (1)–(2) *могут быть записаны в виде*:

$$\mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\varphi}_x(k)\boldsymbol{\eta}^T + e(k), \quad (3)$$

$$y(k) = \boldsymbol{\varphi}_y(k)\boldsymbol{\eta}^T + \varepsilon(k), \quad (4)$$

*где* $\boldsymbol{\varphi}_x(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{g}^T(k) \\ \boldsymbol{\Upsilon}^T(k) \\ \mathbf{w}^T(k) \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\varphi}_y(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{g}^T(k)\mathbf{C} \\ \boldsymbol{\Upsilon}^T(k)\mathbf{C} \\ \mathbf{w}^T(k)\mathbf{C} \end{pmatrix}$, $e(k)$, $\varepsilon(k)$ — функции экспоненциального затухания.

**Доказательство утверждения 1.** Рассмотрим следующие фильтры

$$\boldsymbol{\Phi}_\beta(k+1) = \boldsymbol{\Gamma}_\beta \Phi_\beta(k), \; \boldsymbol{\Phi}_\beta(t_0) = \mathbf{I}_l,$$

$$\boldsymbol{\Phi}_\theta(k+1) = \boldsymbol{\Gamma}_\theta \Phi_\theta(k), \; \boldsymbol{\Phi}_\theta(t_0) = \mathbf{I}_m,$$

$$\boldsymbol{\Phi}_\delta(k+1) = \boldsymbol{\Gamma}_\delta \Phi_\delta(k), \; \boldsymbol{\Phi}_\delta(t_0) = \mathbf{I}_r,$$

где $\boldsymbol{\Phi}_\beta \in \mathbb{R}^{l\times l}$, $\boldsymbol{\Phi}_\theta \in \mathbb{R}^{m\times m}$, $\boldsymbol{\Phi}_\delta \in \mathbb{R}^{r\times r}$
и

$$\mathbf{g}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{g}(k) + \mathbf{h}_\beta \boldsymbol{\Phi}_\beta(k)u(k),$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}(k+1) = \mathbf{A}\boldsymbol{\Upsilon}(k) + \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Phi}_\theta(k)f(x(k)),$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{w}(k) + \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Phi}_\delta(k),$$

где $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{n\times l}$, $\boldsymbol{\Upsilon} \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n\times r}$.

Приведем уравнение ошибки вида

$$e(k) = x(k) - \mathbf{g}(k)\xi_\beta(t_0) - \boldsymbol{\Upsilon}(k)\xi_\theta(t_0) - \mathbf{w}(k)\xi_\delta(t_0). \quad (5)$$

Получим производную уравнения (5):

$$e(k+1) = x(k+1) - \mathbf{g}(k+1)\xi_\beta(t_0) - \boldsymbol{\Upsilon}(k+1)\xi_\theta(t_0) -$$

$$- \mathbf{w}(k+1)\xi_\delta(t_0) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{h}_\beta \boldsymbol{\Gamma}_\beta \xi_\beta(t_0)u(k) +$$

$$+ \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta \xi_\theta(t_0)f(x(k)) + \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta \xi_\delta(t_0) -$$

$$- (\mathbf{A}\mathbf{g}(k) + \mathbf{h}_\beta \boldsymbol{\Gamma}_\beta u(k))\xi_\beta(t_0) - (\mathrm{A}\Upsilon(k) + \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta f(x(k)))\xi_\theta(t_0) -$$

$$- (\mathbf{A}\mathbf{w}(k) + \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta)\xi_\delta(t_0) =$$

$$= A(x(k) - \mathbf{g}(k)\xi_\beta(t_0) - \boldsymbol{\Upsilon}(k)\xi_\theta(t_0) - \mathbf{w}(k)\xi_\delta(t_0)) = \mathbf{A}e(k).$$

Следовательно, уравнение (5) будет равно нулю за шагов.

Обозначим:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} \xi_\beta(t_0) \\ \xi_\theta(t_0) \\ \xi_\delta(t_0) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Домножим левую и правую части выражения (6) на $\mathbf{C}^T$ и получим уравнение (4).

*Утверждение 1 доказано.*

На основании уравнения (3) может быть построен наблюдатель состояния $x$.

**Метод параметризации нестационарной системы**

Исследуем метод параметризации нестационарной модели системы (1)–(2) для получения регрессионного уравнения.

Задача оценивания нестационарных параметров системы решим в два этапа. Представим метод оценки параметров векторов $\boldsymbol{\gamma}_\beta$, $\boldsymbol{\gamma}_\theta$, $\boldsymbol{\gamma}_\delta$ и на основе выполненной оценки разработаем метод синтеза алгоритма оценки параметров вектора $\boldsymbol{\eta}$.

Представим модель системы (1)–(2) в виде:

$$\begin{gathered} x_i(k+1) = x_{i+1}(k) + \theta_i(k) f_i(x_1(k)) + \delta_i(k), \\ \vdots \\ x_n(k+1) = \theta_n(k) f_n(x_1(k)) + \beta(k) u(k) + \delta_n(k), \\ y(k) = x_1(k), \end{gathered} \tag{7}$$

где $i = \overline{1, n-1}$.

Запишем систему (7) для алгоритма «вход–выход»:

$$\begin{gathered} y(k+n) = \beta(k)u(k) + \\ + \left(\theta_n(k) f_n(x_1(k)) + \sum_{i=1}^{n-1} \theta_i(k+n-i) f_i(x_1(k+n-i))\right) + \\ + \left(\delta_n(k) + \sum_{i=1}^{n-1} \delta_i(k+n-i)\right). \end{gathered}$$

Заметим, что:

$$\begin{gathered} \beta(k) = \mathbf{h}_\beta \xi_\beta(k), \\ \theta_i(k+n-i) = \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \xi_\theta(k+n-i) = \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{n-i} \xi_\theta(k), \\ \delta_i(k+n-i) = \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \xi_\delta(k+n-i) = \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{n-i} \xi_\delta(k), \\ y(k) = x_1(k), \end{gathered}$$

где $i = \overline{1, n-1}$, $\boldsymbol{\ell}_q \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{q}$ — вектор $n$-мерного Евклидова пространства.

Запишем уравнение (8) с использованием дискретного оператора $z$, в виде:

$$\begin{gathered} z^n y(k) = [\mathbf{h}_\beta u(k)] \xi_\beta(k) + \\ + \left[\left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\theta f_n(x_1(k)) + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{n-i} z^{n-i} f_i(x_1(k))\right)\right] \xi_\theta(k) + \\ + \left[\left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\delta + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{n-i} z^{n-i}\right)\right] \xi_\delta(k), \\ y(k) = x_1(k). \end{gathered} \tag{9}$$

С учетом уравнения (9), рассмотрим систему

$$\begin{gathered} z^{n+k_1} y(k) = [\mathbf{h}_\beta z^{k_1} u(k)] \xi_\beta(k) + \\ + \left[\left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{k_1} z^{k_1} f_n(x_1(k)) + \right.\right. \\ \left.\left. + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{n-i+k_1} z^{n-i+k_1} f_i(x_1(k))\right)\right] \xi_\theta(k) + \\ + \left[\left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{k_1} \xi_\delta(k) z^{k_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{n-i+k_1} z^{n-i+k_1}\right)\right] \xi_\theta(k), \\ \vdots \\ z^{n+k_h} y(k) = [\mathbf{h}_\beta z^{k_h} u(k)] \xi_\beta(k) + \\ + \left[\left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{k_h} z^{k_h} f_n(x_1(k)) + \right.\right. \\ \left.\left. + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{n-i+k_h} z^{n-i+k_h} f_i(x_1(k))\right)\right] \xi_\theta(k) + \\ + \left[\left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{k_h} \xi_\delta(k) z^{k_h} + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{n-i+k_h} z^{n-i+k_h}\right)\right] \xi_\theta(k), \end{gathered} \tag{10}$$

где $k_j \in \mathbb{N}$, $j = \overline{1, h}$, $h = l + m + r$.

Представим систему (10) в матричной форме:

$$Y(z, k) = \begin{pmatrix} z^{n+k_1} y(k) \\ \vdots \\ z^{n+k_h} y(k) \end{pmatrix} = \boldsymbol{\Omega}(z, k) \xi(k). \tag{11}$$

где $\xi(k) = [\xi_\beta^T(k) \;\; \xi_\theta^T(k) \;\; \xi_\delta^T(k)]$;

$$\Omega(z, k) = \begin{pmatrix} [\mathbf{h}_\beta z^{k_1} u(k)] & [\boldsymbol{\chi}_\theta^{k_1}] & [\boldsymbol{\chi}_\delta^{k_1}] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [\mathbf{h}_\beta z^{k_h} u(k)] & [\boldsymbol{\chi}_\theta^{k_h}] & [\boldsymbol{\chi}_\delta^{k_h}] \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{\chi}_\theta^{k_1} = \left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{k_1} z^{k_1} f_n(x_1(k)) + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{n-i+k_1} z^{n-i+k_1} f_i(x_1(k))\right);$$

$$\boldsymbol{\chi}_\theta^{k_h} = \left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{k_h} z^{k_h} f_n(x_1(k)) + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{n-i+k_h} z^{n-i+k_h} f_i(x_1(k))\right);$$

$$\boldsymbol{\chi}_\delta^{k_1} = \left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{k_1} z^{k_1} + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{n-i+k_1} z^{n-i+k_1}\right);$$

$$\boldsymbol{\chi}_\delta^{k_h} = \left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{k_h} z^{k_h} + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{n-i+k_h} z^{n-i+k_h}\right).$$

Для составления реализуемого уравнения регрессора выполним сдвиг по времени на $n + k_h$ шага назад и перепишем систему (11) в виде:

$$Y(z, k) = \boldsymbol{\Omega}(z, k) \xi(k - k_h - 2). \tag{12}$$

Тогда

$$Y(z, k) = z^{-k_h-2} \begin{pmatrix} z^{2+k_1} y(k) \\ \vdots \\ z^{2+k_h} y(k) \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Omega}(z, k) = z^{-k_h-2}\, \boldsymbol{\Omega}(z, k) = \begin{pmatrix} [\mathbf{h}_\beta z^{k_1} u(k)] & [\boldsymbol{\chi}_\theta^{k_1}] & [\boldsymbol{\chi}_\delta^{k_1}] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [\mathbf{h}_\beta z^{k_h} u(k)] & [\boldsymbol{\chi}_\theta^{k_h}] & [\boldsymbol{\chi}_\delta^{k_h}] \end{pmatrix}.$$

Выполним аналогичный сдвиг по времени в выражении (10). Получим

$$\begin{gathered} z^{-k_h} y(k) = (z^{-k_h-n}[\mathbf{h}_\beta u(k)] \;\; z^{-k_h-n}[\boldsymbol{\chi}_\theta] \\ z^{-k_h-n}[\boldsymbol{\chi}_\delta]) \xi(k - k_h - n), \end{gathered} \tag{13}$$

где $\boldsymbol{\chi}_\theta = \left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\theta f_n(x_1(k)) + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\theta \boldsymbol{\Gamma}_\theta^{n-i} z^{n-i} f_i(x_1(k))\right)$;

$\boldsymbol{\chi}_\delta = \left(\boldsymbol{\ell}_1^T \mathbf{h}_\delta + \sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{\ell}_{i+1}^T \mathbf{h}_\delta \boldsymbol{\Gamma}_\delta^{n-i} z^{n-i}\right)$.

Умножим уравнение (12) на присоединенную матрицу $\mathrm{adj}(\boldsymbol{\Omega}(z, k))$, получаем соотношение

$$\mathrm{adj}(\mathbf{\Omega}(z, k))Y(z, k) = \det(\mathbf{\Omega}(z, k))\boldsymbol{\xi}(k - k_h - 2). \quad (14)$$

С учетом выражений (13) и (14), найдем

$$(z^{-k_h-n}[\mathbf{h}_\beta u(k)] \;\; z^{-k_h-n}[\chi_\theta] \;\; z^{-k_h-n}[\chi_\delta])\mathrm{adj}(\mathbf{\Omega}(z, k))Y(z, k) = \\ = z^{-k_h}y(k)\det(\mathbf{\Omega}(z, k)). \quad (15)$$

На основе уравнения (15) построим регрессионную модель измеряемой функции:

$$\zeta(z) = \zeta(z, k) = \boldsymbol{\rho}(k)\boldsymbol{\sigma}(\gamma_\beta, \gamma_\theta, \gamma_\delta). \quad (16)$$

где $\boldsymbol{\rho}(k) = \boldsymbol{\rho}(z, k)$ — регрессор; $\boldsymbol{\sigma}(\gamma_\beta, \gamma_\theta, \gamma_\delta)$ — вектор неизвестных параметров.

Отметим, что при произвольном значении матриц $\mathbf{h}_\beta$, $\mathbf{h}_\theta$, $\mathbf{h}_\delta$, регрессионная модель (16) может быть большой по размеру и времени, а вектор $\boldsymbol{\sigma}(\gamma_\beta, \gamma_\theta, \gamma_\delta)$ иметь сложный нелинейный вид.

**Следствие 1.** *Предложенный метод работает для произвольного значения $n$, несмотря на то, что размерность и сложность матрицы $\mathbf{\Omega}(k)$ будет расти с увеличением $n$.*

После вычислений получим уравнение

$$\zeta(k) = \boldsymbol{\rho}(k)\boldsymbol{\sigma}(\gamma_\beta, \gamma_\theta, \gamma_\delta).$$

с измеримыми (вычислимыми) $\zeta(k)$ и $\boldsymbol{\rho}(k)$.

## Синтез адаптивного наблюдателя с неизвестными параметрами

На основе оценки параметров матриц $\hat{\mathbf{\Gamma}}_\beta$, $\hat{\mathbf{\Gamma}}_\theta$, $\hat{\mathbf{\Gamma}}_\delta$ представим метод оценивания вектора $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ и переменных состояния системы $\hat{x}$.

Задача синтеза наблюдателя нестационарной системы может быть решена в три шага.

Шаг 1. Оценка всех неизвестных параметров матриц $\mathbf{\Gamma}_\beta$, $\mathbf{\Gamma}_\theta$, $\mathbf{\Gamma}_\delta$.

Шаг 2. Оценка параметров вектора $\boldsymbol{\eta}$, связанных с начальными условиями нестационарных параметров.

Шаг 3. Синтез наблюдателя состояния на основе оценки неизвестных параметров матриц $\mathbf{\Gamma}_\beta$, $\mathbf{\Gamma}_\theta$, $\mathbf{\Gamma}_\delta$ и вектора $\boldsymbol{\eta}$.

**Алгоритм оценивания параметров вектора $\boldsymbol{\eta}$.** Воспользуемся методом Dynamic Regressor Extension And Mixing (DREM) [14] для восстановления неизвестных параметров регрессионных уравнений дискретной системы.

Рассмотрим регрессионную модель измеряемой функции вида:

$$\psi \in \mathbb{R} = \mathbf{M}^T\boldsymbol{\eta}. \quad (17)$$

где $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{l+m+r}$ — регрессор; $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{l+m+r}$ — вектор неизвестных параметров.

Заметим, что:

$$\psi = y, \mathbf{M} = \boldsymbol{\varphi}_y.$$

Применим блок запаздывания $v_i$, $i = \overline{1, l + m + r - 1}$ для известных элементов регрессионной модели (17):

$$\boldsymbol{\psi}(k - v_i) = \mathbf{M}^T(k - v_i)\boldsymbol{\eta}.$$

Обозначим:

$$\boldsymbol{\vartheta}_e = \boldsymbol{\Upsilon}_e\boldsymbol{\eta}, \quad (18)$$

где $\boldsymbol{\vartheta}_e = [\boldsymbol{\psi}(k) \;\; \boldsymbol{\psi}(k - v_i) \ldots \boldsymbol{\psi}(k - v_i)]^T$;
$\boldsymbol{\Upsilon}_e = [\mathbf{M}^T(k) \;\; \mathbf{M}^T(k - v_i) \ldots \mathbf{M}^T(k - v_i)]$.

Умножив уравнение (18) на матрицу $\mathrm{adj}(\boldsymbol{\Upsilon}_e(k))$ получим

$$\boldsymbol{\vartheta}(k) = \boldsymbol{\Delta}(k)\boldsymbol{\eta}, \quad (19)$$

где $\boldsymbol{\Delta}(k) = \det(\boldsymbol{\Upsilon}_e(k)) \in \mathbb{R}^1$; $\boldsymbol{\vartheta}(k) = \mathrm{adj}(\boldsymbol{\Upsilon}_e)\boldsymbol{\vartheta}_e(k) \in \mathbb{R}^{l+m+r}$.

Запишем уравнение (19) покомпонентно:

$$\boldsymbol{\vartheta}_i(k) = \boldsymbol{\Delta}(k)\boldsymbol{\eta}_i.$$

**Утверждение 2.** *Рассмотрим линейное регрессионное уравнение* (19).

*Дискретная оценка вектор*а $\boldsymbol{\eta}$

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_i(k) = \hat{\boldsymbol{\eta}}_i(k-1) + \frac{\boldsymbol{\Delta}(k)}{k_i + \boldsymbol{\Delta}^2(k)}[\boldsymbol{\vartheta}_i(k) - \boldsymbol{\Delta}(k)\hat{\boldsymbol{\eta}}_i(k-1)]$$

*обеспечивает следующие условия*:

— *ошибки оценивания параметров дискретного времени определяются выражением*

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i(k) = \frac{1}{1 + \dfrac{\boldsymbol{\Delta}^2(k)}{k_i}}\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i(k-1),$$

*при этом справедливо равенство*

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i(k) = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\Delta}(k) \notin \mathcal{L}_2,$$

*если $\boldsymbol{\Delta}(k) \in PE$ сходимость экспоненциальная;*

— *условие сходимости метода DREM по параметрам, т. е. $\boldsymbol{\Delta}(k) \notin \mathcal{L}_2$, меньше, чем $M(k) \in PE$ и имеют следующие импликации:*

$$\mathbf{M}(k) \in PE \Rightarrow \boldsymbol{\Delta}(k) \notin \mathcal{L}_2,$$
$$\boldsymbol{\Delta}(k) \notin \mathcal{L}_2 \Rightarrow \mathbf{M}(k) \in PE;$$

*где PE — условие экспоненциальной параметрической сходимости метода DREM, т. е. $\boldsymbol{\Delta}(k) \in PE$, меньше, чем $\mathbf{M}(k) \in PE$, в следующем смысле*

$$\mathbf{M}(k) \in PE \Rightarrow \boldsymbol{\Delta}(k) \in PE,$$
$$\boldsymbol{\Delta}(k) \in PE[K \geq 2] \nRightarrow \mathbf{M}(k) \in PE\;[K \leq \overline{K}].$$

**Синтез адаптивного наблюдателя.** На основе полученной оценки параметров матриц $\hat{\mathbf{\Gamma}}_\beta$, $\hat{\mathbf{\Gamma}}_\theta$, $\hat{\mathbf{\Gamma}}_\delta$ и вектора $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ опишем метод синтеза адаптивного наблюдателя системы.

Метод содержит следующие этапы.

Этап 1. На основе регрессионного уравнения (19) и процедуры DREM получим оценку $\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\gamma_\beta, \gamma_\theta, \gamma_\delta)$ постоянных параметров $\boldsymbol{\sigma}(\gamma_\beta, \gamma_\theta, \gamma_\delta)$ и найдем:

$$\hat{\gamma}_\beta, \hat{\gamma}_\theta, \hat{\gamma}_\delta = \boldsymbol{\sigma}^L(\hat{\sigma}).$$

Этап 2. На основе оценок $\hat{\gamma}_\beta$, $\hat{\gamma}_\theta$, $\hat{\gamma}_\delta$ за конечное время $t_\gamma$, вычислим регрессор $\boldsymbol{\varphi}_y$ уравнения (14), где $t_0 > t_\gamma$, и применим процедуру DREM для получения оценки параметров вектора $\hat{\boldsymbol{\eta}}$.

Этап 3. Выполним синтез адаптивного наблюдателя переменных состояний $\hat{x}$ вида:

$$\hat{x}(k) = \boldsymbol{\varphi}_x(k)\hat{\boldsymbol{\eta}}^T,$$

где функцию $\boldsymbol{\varphi}_x(k)$ вычислим на основе оценок $\hat{\gamma}_\beta$, $\hat{\gamma}_\theta$, $\hat{\gamma}_\delta$.

## Численное моделирование

Приведем результаты численного моделирования, демонстрирующие эффективность предложенного алгоритма оценки неизвестных параметров нестационарных нелинейных систем. Для моделирования используем программную среду MATLAB/Simulink.

**Пример.** Рассмотрим систему:

$$x_1(k+1) = x_2(k) + \theta_1(k)f_1(x_1(k)) + \delta_1(k),$$
$$x_2(k+1) = \beta(k)u(k) + \theta_2(k)f_2(x_1(k)) + \delta_2(k),$$
$$y(k) = x_1(k).$$

Предположим, что $\delta(k) = 0$, $\theta(k)$, $\beta(k)$ имеют следующие параметры:

$$\boldsymbol{\Gamma}_\beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \gamma_\beta & 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\Gamma}_\theta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \gamma_\theta & 0 \end{pmatrix}, \gamma_\beta \neq 0, \gamma_\theta \neq 0,$$

$$\mathbf{h}_\beta = [1\ \ 0], \mathbf{h}_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 3, k_4 = 4.$$

В результате для элементов $\boldsymbol{\zeta}(k)$, $\boldsymbol{\rho}(k)$, $\boldsymbol{\sigma}$ регрессионное выражение (15) примет вид:

$$\zeta(k) = u(k-5)u(k-2)f_1(x_1(k-3))f_1(x_1(k-2))y(k-4) +$$
$$+ u(k-4)u(k-3)f_1(x_1(k-4))f_1(x_1(k-1))y(k-4),$$

$$\boldsymbol{\rho}^T(k) = \begin{pmatrix} u(k-5)u(k-4)f_1(x_1(k-1))f_1(x_1(k-2))y(k-4) \\ u(k-3)u(k-2)f_1(x_1(k-3))f_1(x_1(k-4))y(k-4) \\ -u(k-5)u(k-6)f_1(x_1(k-2))f_1(x_1(k-1))y(k-4) \\ u(k-5)u(k-2)f_1(x_1(k-2))f_1(x_1(k-5))y(k-2) \\ u(k-3)u(k-6)f_1(x_1(k-2))f_1(x_1(k-5))y(k-2) \\ -u(k-3)u(k-2)f_1(x_1(k-4))f_1(x_1(k-5))y(k-2) \\ -u(k-4)u(k-5)f_1(x_1(k-2))f_1(x_1(k-5))y(k) \\ u(k-3)u(k-6)f_1(x_1(k-4))f_1(x_1(k-3))y(k) \\ u(k-5)u(k-6)f_1(x_1(k-2))f_1(x_1(k-3))y(k) \\ u(k-3)u(k-4)f_1(x_1(k-4))f_1(x_1(k-5))y(k) \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T(\gamma_\beta, \gamma_\theta) = \begin{pmatrix} \frac{\gamma_\beta}{\gamma_\theta} & \frac{\gamma_\theta}{\gamma_\beta} & \frac{\gamma_\beta}{\gamma_\theta^2} & \frac{1}{\gamma_\beta} & \frac{1}{\gamma_\theta} & \frac{\gamma_\theta}{\gamma_\beta^2} & \frac{1}{\gamma_\beta\gamma_\theta} & \frac{1}{\gamma_\beta^2} & \frac{1}{\gamma_\theta^2} \end{pmatrix}.$$

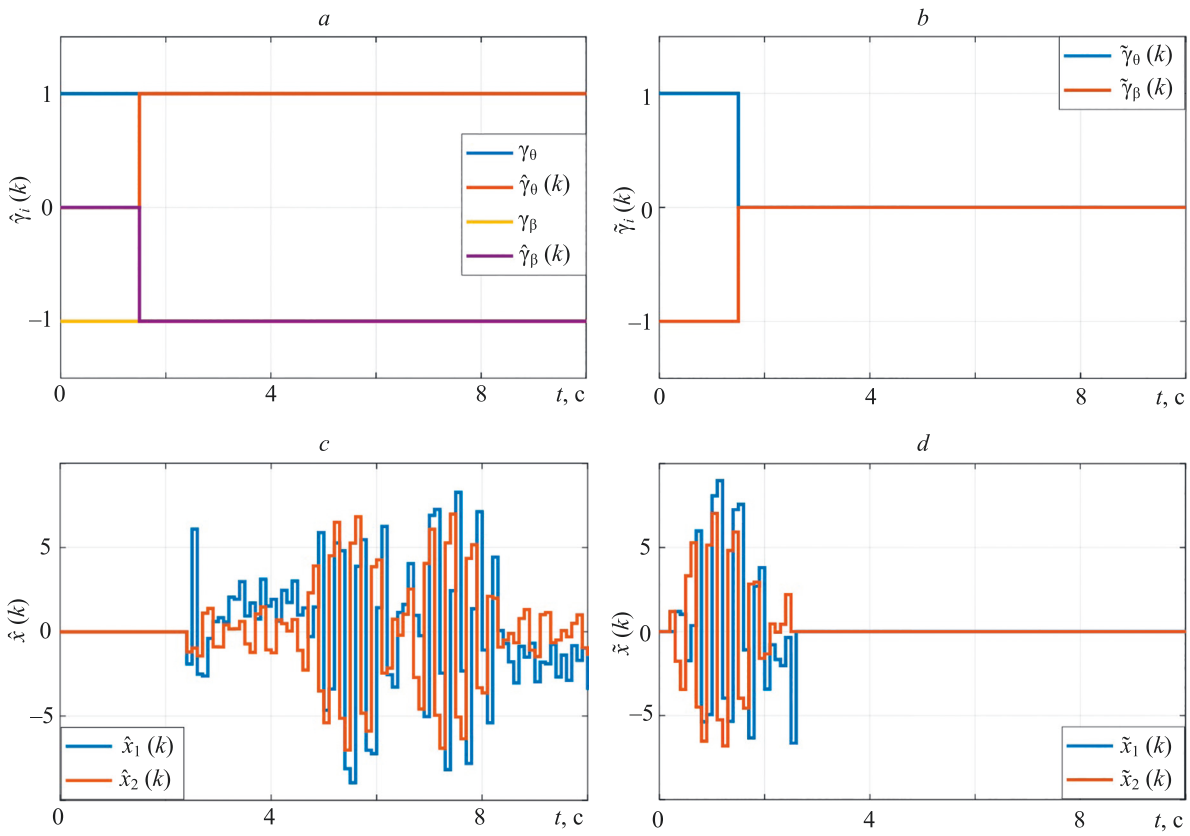

*Рисунок*. Результаты моделирования при: $u = \sin(t) + \sin(2t)$ (*a*–*d*); $u = 5$ (*e*–*h*); $u = e^{-0,5t}$ (*k*–*n*).

Графики: оценки параметров $\hat{\gamma}_i$ (*a*, *e*, *k*); ошибки оценивания параметров $\tilde{\gamma}_i$ (*b*, *f*, *l*); оценки переменных состояния $\hat{x}$ (*c*, *g*, *m*); ошибки оценивания переменных состояния $\tilde{x}$ (*d*, *h*, *n*)

*Figure*. Simulation results for: $u = \sin(t) + \sin(2t)$ (*a*–*d*); $u = 5$ (*e*–*h*); $u = e^{-0.5t}$ (*k*–*n*). Graphs: parameter estimates $\hat{\gamma}_i$ (*a*, *e*, *k*); parameter estimation errors $\tilde{\gamma}_i$ (*b*, *f*, *l*); estimates of state variables $\hat{x}$ (*c*, *g*, *m*); errors in estimating state variables $\tilde{x}$ (*d*, *h*, *n*)

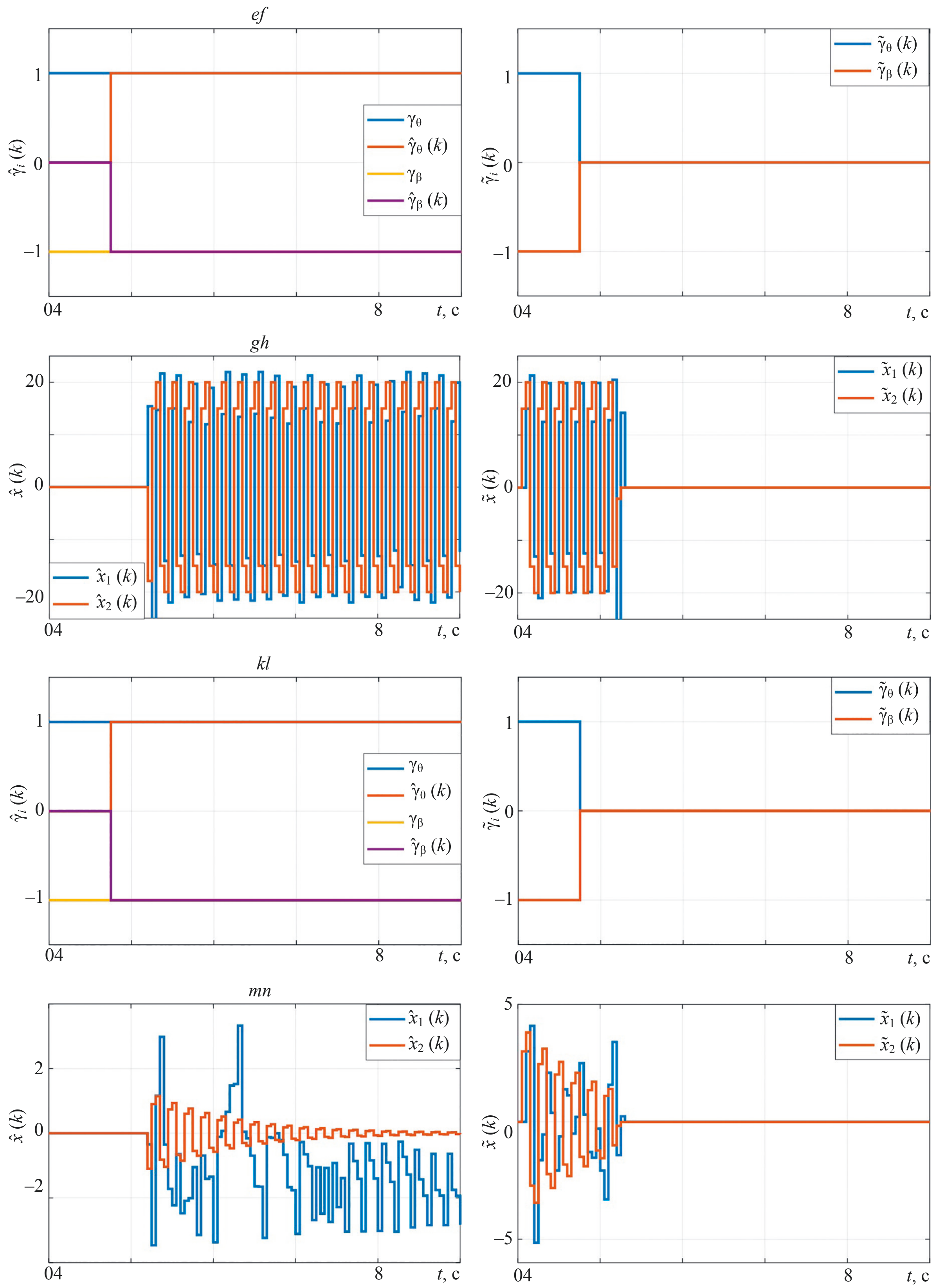


*Рисунок*. Продолжение

*Figure*. Continuation

Моделирование проведено при следующих параметрах:

$$\gamma_\beta = -1,\ \gamma_\theta = 1,\ f_1(x_1(k)) = \sin(x_1(k)).$$

Результаты моделирования и графики оценок показаны на рисунке.

## Заключение

Представлен новый метод синтеза адаптивного наблюдателя состояния для класса нелинейных нестационарных систем. Предположено, что параметры системы изменяются во времени и могут быть представлены в виде линейных генераторов с неизвестными матрицами состояния и векторами с начальными условиями. Основным аналитическим инструментом, используемым для решения задачи является метод GPEBO (обобщенный наблюдатель, основанный на оценке параметров), который переводит проблему наблюдения за состоянием модели в задачу оценки параметров, для которой разрабатывается уравнение регрессии. Для восстановления неизвестных параметров регрессионных выражений использован метод DREM. Результаты математического моделирования показали работоспособность предложенного метода.

## Литература


1. Бобцов А.А., Наговицина А.Г. Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 163–174.
2. Бобцов А.А., Григорьев В.В., Наговицина А.Г. Алгоритм адаптивного управления нестационарным объектом в условиях возмущения и запаздывания // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 1. С. 8–14.
3. Данг Б., Пыркин А.А., Бобцов А.А., Ведяков А.А. Идентификация полиномиальных параметров нестационарных линейных систем // Известия вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64. № 6. С. 459–468. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2021-64-6-459-468
4. Ле В.Т., Коротина М.М., Бобцов А.А., Арановский С.В., Во К.Д. Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 5. С. 259–265. https://doi.org/10.17587/mau.20.259-265
5. Ван Ц., Ле В.Т., Пыркин А.А., Колюбин С.А., Бобцов А.А. Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 71–82. https://doi.org/10.31857/s000523100002858-7
6. Данг Бинь Хак, Пыркин А.А., Бобцов А.А., Ведяков А.А. Синтез адаптивного наблюдателя для нестационарных нелинейных систем с неизвестными полиномиальными параметрами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21. № 3. С. 374–379. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-3-374-379
7. Бобцов А.А., Николаев Н.А., Ортега Мартинес Р., Слита О.В., Козачёк О.А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейной нестационарной системы с частично неизвестными параметрами матрицы состояния и вектора входа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23. № 6. С. 283–288. https://doi.org/10.17587/mau.23.283-288
8. Бобцов А.А., Лямин А.В., Сергеев К.А. Синтез закона адаптивного управления для стабилизации не точно заданных нестационарных объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. № 3. С. 3–7.
9. Куок Д.V., Бобцов А.А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно // Автоматика и телемеханика. 2020. № 12. С. 100–110. https://doi.org/10.31857/S0005231020120065
10. Цыкунов А.М. Робастное управление нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 1996. № 2. С. 117–125.
11. Клейман Е.Г., Мочалов И.А. Идентификация нестационарных объектов // Автоматика и телемеханика. 1994. № 2. С. 3–22.
12. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. 2019. V. 133. P. 104519. https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104519
13. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors // Automatica. 2021. V. 129. P. 109635. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635
14. Aranovskiy S., Bobsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. V. 62. N 7. P. 3546–3550. https://doi.org/10.1109/tac.2016.2614889


## References


1. Bobtsov A.A., Nagovitsina A.G. Adaptive control of linear nonstationary objects output. *Automation and Remote Control*, 2006, vol. 67, no. 12, pp. 2010–2020. https://doi.org/10.1134/S0005117906120137
2. Bobtsov A.A., Grigoryev V.V., Nagovitsina A.G. Adaptive control algorithm by nonstationary object in terms of disturbance and delay time. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2007, no. 1, pp. 8–14. (in Russian)
3. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. Identification of polynomial parameters of nonstationary linear systems. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, vol. 64, no. 6, pp. 459–468. (in Russian). https://doi.org/10.17586/0021-3454-2021-64-6-459-468
4. Le V.T., Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Vo Q.D. Identification of linear time-varying parameters of nonstationary systems. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 5, pp. 259–265. (in Russian). https://doi.org/10.17587/mau.20.259-265
5. Wang J., Le Vang T., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. Identification of piecewise linear parameters of regression models of non-stationary deterministic systems. *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 12, pp. 2159–2168. https://doi.org/10.1134/s0005117918120068
6. Dang Binh Khac, Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. Adaptive observer design for time-varying nonlinear systems with unknown polynomial parameters. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 374–379. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-3-374-379
7. Bobtsov A.A., Nikolaev N.A., Ortega Martinez R., Slita O.V., Kozachek O.A. Adaptive state observer for linear time-varying system with partially unknown state matrix and input matrix parameters. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 6, pp. 283–288. (in Russian). https://doi.org/10.17587/mau.23.283-288
8. Bobtsov A.A., Lyamin A.V., Sergeev K.A. Synthesis of the law of adaptive control for stabilization of not exactly specified non-stationary objects. *Journal of Instrument Engineering*, 2001, no. 3, pp. 3–7. (in Russian)
9. Quoc D.V., Bobtsov A.A. An adaptive state observer for linear time-varying systems with inaccurate parameters. *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, no. 12, pp. 2220–2229. https://doi.org/10.1134/S0005117920120061
10. Tsykunov A.M. Robust control of nonstationary plants. *Automation and Remote Control*, 1996, vol. 57, no. 2, pp. 248–255.
11. Kleiman E.G., Mochalov I.A. Identification of time-dependent plants. *Automation and Remote Control*, 1994, vol. 55, no. 2, pp. 149–163.
12. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing. *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, pp. 104519. https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104519
13. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors. *Automatica*, 2021, vol. 129, pp. 109635. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635
14. Aranovskiy S., Bobsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. https://doi.org/10.1109/tac.2016.2614889

## Авторы

**Нгуен Хак Тунг** — кандидат технических наук, научный сотрудник, Военно-морской технический институт, Хайфон, 180000, Вьетнам, sc 57222389082, https://orcid.org/0000-0001-6430-1927, nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com

**Власов Сергей Михайлович** — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 55355689600, https://orcid.org/0000-0002-8345-7553, smvlasov@itmo.ru

**Пыркин Антон Александрович** — доктор технических наук, профессор, профессор, декан факультета, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 26656070700, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057, a.pyrkin@gmail.com

**Калинин Константин Юрьевич** — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0009-3092-6254, kgkalinin@gmail.com

**Нгуен Минь Хунг** — магистр, заместитель начальника отдела, Военно-морской технический институт, Хайфон, 180000, Вьетнам, https://orcid.org/0009-0007-5265-6107, nguyenminhhungvkthq@gmail.com

**Нгуен Ван Выонг** — кандидат технических наук, научный сотрудник, Военно-морской технический институт, Хайфон, 180000, Вьетнам, https://orcid.org/0009-0000-3223-1645, nguyenvanvuong@gmail.com

**Буй Ван Хуан** — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0000-0002-6563-1909, buinguyenkhanh201095@gmail.com

## Authors

**Khac Tung Nguyen** — PhD, Scientific Researcher, Naval Engineering Institute, Hai Phong, 180000, Viet Nam, sc 57222389082, https://orcid.org/0000-0001-6430-1927, nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com

**Sergey M. Vlasov** — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 55355689600, https://orcid.org/0000-0002-8345-7553, smvlasov@itmo.ru

**Anton A. Pyrkin** — D.Sc., Full Professor, Dean of Faculty, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 26656070700, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057, a.pyrkin@gmail.com

**Konstantin Yu. Kalinin** — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0009-3092-6254, kgkalinin@gmail.com

**Minh Hung Nguyen** — Magister, Deputy Department Head, Naval Engineering Institute, Hai Phong, 180000, Viet Nam, https://orcid.org/0009-0007-5265-6107, nguyenminhhungvkthq@gmail.com

**Van Vuong Nguyen** — PhD, Scientific Researcher, Naval Engineering Institute, Hai Phong, 180000, Viet Nam, https://orcid.org/0009-0000-3223-1645, nguyenvanvuong@gmail.com

**Van Huan Bui** — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0000-0002-6563-1909, buinguyenkhanh201095@gmail.com


*Статья поступила в редакцию 20.03.2024*
*Одобрена после рецензирования 02.07.2024*
*Принята к печати 23.07.2024*

*Received 20.03.2024*
*Approved after reviewing 02.07.2024*
*Accepted 23.07.2024*