

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА

AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-1-18-24

УДК 681.51

Новый алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала с постоянными параметрами

Хак Тунг Нгуен¹, Сергей Михайлович Власов²,
Антон Александрович Пыркин³, Иван Владимирович Попков⁴✉

^{1,2,3,4} Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

¹ nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>

² smvlasov@itmo.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>

³ a.pyrkin@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

⁴ vanta.jesus.2015@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0003-4565-5652>

Аннотация

Предмет исследования. Рассмотрено решение проблемы идентификации частоты синусоидального сигнала с постоянными параметрами. Данная задача актуальна при компенсации возмущений, управлении динамическими объектами и в ряде других задач. Предложен метод улучшения качества оценивания частоты синусоидального сигнала и обеспечения экспоненциальной сходимости к нулю ошибок оценивания. **Метод.** На первом этапе синусоидальный сигнал представлен как выходной сигнал линейного генератора конечной размерности. Параметры сигнала (амплитуда, фаза и частота) неизвестны. На втором этапе применены Жорданова форма матрицы и оператор запаздывания для параметризации синусоидального сигнала. После ряда специальных преобразований получено простейшее уравнение, содержащее произведение одного зависящего от частоты неизвестного параметра и известной функции времени. Для поиска неизвестного параметра использованы методы градиентного спуска и наименьших квадратов. **Основные результаты.** Представлен новый алгоритм параметризации синусоидального сигнала. Решение задачи основано на преобразовании модели сигнала к линейному регрессионному уравнению. Задача решена с использованием методов градиентного спуска и наименьших квадратов настройки на базе линейного регрессионного уравнения, полученного путем параметризации синусоидального сигнала. Выполнен анализ возможностей предложенного метода оценивания с использованием компьютерного моделирования в среде MATLAB (Simulink). Результаты моделирования подтвердили сходимость ошибок оценивания частоты к истинным значениям. **Практическая значимость.** Разработанный метод может быть эффективно применен для широкого класса прикладных задач, связанных с компенсацией или подавлением возмущений, описываемых синусоидальным или мультисинусоидальным сигналами, в частности в задачах управления надводным судном с компенсацией синусоидальных возмущений.

Ключевые слова

синусоидальные сигналы, идентификация, Жорданова форма матрицы, линейная регрессионная модель

Ссылка для цитирования: Нгуен Х.Т., Власов С.М., Пыркин А.А., Попков И.В. Новый алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала с постоянными параметрами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22, № 1. С. 18–24. doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-1-18-24

A new algorithm for the identification of sinusoidal signal frequency with constant parameters

Khac Tung Nguyen¹, Sergey M. Vlasov², Anton A. Pyrkin³, Ivan V. Popkov⁴✉

^{1,2,3,4} ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

¹ nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>

² smvlasov@itmo.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>

³ a.pyrkin@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

⁴ vanta.jesus.2015@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0003-4565-5652>

© Нгуен Х.Т., Власов С.М., Пыркин А.А., Попков И.В., 2022

Abstract

The paper presents a solution for identifying the frequency of a sinusoidal signal with constant parameters. The issue can be relevant for compensation of disturbances, control of dynamic objects, and other tasks. The authors propose a method to improve the quality of the estimation of the sinusoidal signal frequency and to ensure exponential convergence to zero of the estimation errors. At the first stage, the sinusoidal signal is presented as an output signal of a linear generator of finite dimension. The signal parameters (amplitude, phase, and frequency) are unknown. At the second stage, the Jordan form of the matrix and the delay operator are applied to parameterize the sinusoidal signal. After a series of special transformations, the simplest equation is obtained containing product of one frequency-dependent unknown parameter and a known function of time. To find the unknown parameter, the authors used the methods of gradient descent and least squares. A new algorithm for the parametrization of a sinusoidal signal is presented. The solution is based on transforming the signal model to a linear regression equation. The problem is solved using gradient descent and least squares tuning methods based on a linear regression equation obtained by parametrizing a sinusoidal signal. The results involve the analysis of the capabilities of the proposed estimation method using computer modeling in the Matlab environment (Simulink). The results confirmed the convergence of the frequency estimation errors to the true values. The developed method can be effectively applied to a wide class of tasks related to compensating or suppressing disturbances described by sinusoidal or multisinusoidal signals, for example, to control a surface vessel with compensation of sinusoidal disturbances.

Keywords

sinusoidal signal, identification, Jordan form of the matrix, linear regression model

For citation: Nguyen Kh.T., Vlasov S.M., Pyrkov A.A., Popkov I.V. A new algorithm for the identification of sinusoidal signal frequency with constant parameters. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 18–24 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-1-18-24

Введение

В работе рассмотрена задача идентификации синусоидального сигнала с неизвестными стационарными амплитудой и смещением. Проблема идентификации частоты синусоидальных сигналов с постоянными параметрами изучена в работах [1–7]. Задача идентификации параметров синусоидальных сигналов является очень важной и актуальной. Ее решение может найти применение при компенсации возмущений, в управлении динамическими объектами и др. [8–12].

В работе [13] предложен глобально сходящийся алгоритм оценки частоты на основе адаптивного фильтра для гармонического сигнала. Используя реализацию синусоидального сигнала в пространстве состояний, задача оценки частоты может быть преобразована в комбинированную задачу оценки состояния и параметров. В [4, 14] разработана глобальная оценка частоты на основе адаптивных наблюдателей. Принимая во внимание белый шум и изменяющиеся во времени частоты в работе [15] разработан модифицированный фильтр Калмана. Основным недостатком перечисленных подходов – невозможность определения параметров за конечное время.

В [16] представлен альтернативный метод частотно-временного анализа сигналов, который сравнивается с традиционными методами дискретного преобразования Фурье. Предлагаемый алгоритм имеет нелинейную структуру, обеспечивающую частотную адаптивность. Алгоритм может быть реализован как в аналоговой, так и в цифровой форме и особенно подходит для приложений реального времени, где важна вычислительная эффективность. В работе [17] предложен адаптивный фильтр, основанный на обобщенном интеграторе третьего порядка, для оценки всех параметров смещенной синусоиды. Теория усреднения использована для доказательства, что фильтр определяет неизвестную частоту сигнала в случае только смещенной синусоиды на входе. Основным недостатком данных подходов —

локальная сходимость ошибки оценивания параметров к нулю, что сказывается на качестве управления при применении оценок в контуре обратной связи.

В работе [18] для оценки частоты синусоидального сигнала с шумом, где разрешены мгновенные изменения частоты, использована адаптированная модифицированная ньютоновская оптимизация. В [19] предложено решение проблемы обеспечения глобально сходящейся оценки параметров синусоидального сигнала. В частности, рассмотрен новый адаптивный режекторный фильтр, динамические уравнения которого демонстрируют исключительные особенности, при которых все сигналы глобально ограничены, и оцененная частота является асимптотически правильной для всех начальных условий и значений частоты. Общий недостаток упомянутых подходов к оцениванию параметров синусоидального сигнала состоит в отсутствии оценки частоты гармоник напрямую.

В настоящей работе рассмотрено решение проблемы идентификации частот синусоидального сигнала и предложен новый подход к параметризации. Модель линейной регрессии первого порядка построена с использованием операторов задержки. Исходным условием является то, что частота, амплитуда и фаза синусоидального сигнала — постоянные, параметры неизвестны. Предлагаемый алгоритм идентификации должен обеспечивать сходимость настроенной оценки частоты к истинному значению.

Постановка задачи

Рассмотрим измеряемый сигнал

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где $A \in \mathbb{R}$ — амплитуда, $\omega \in \mathbb{R}$ — частота и $\varphi \in \mathbb{R}$ — фаза. A , ω , φ — неизвестные постоянные параметры.

Требуется синтезировать алгоритм оценивания частоты $\hat{\omega}(t)$, обеспечивающей выполнение условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega(t) - \hat{\omega}(t)) = 0.$$

Введем допущение.

Допущение. Известны минимальная частота $\underline{\omega}$ и максимальная частота $\bar{\omega}$, причем $0 < \underline{\omega} \leq \omega \leq \bar{\omega}$.

Параметризация синусоидального сигнала

Рассмотрим задачу построения модели линейной регрессии с измеряемыми переменными и вектором постоянных параметров, зависящих от неизвестной частоты ω .

Сигнал $y(t)$ может быть представлен как выходы линейных генераторов [20]

$$y(t) = \mathbf{H}^T \xi(t), \quad (1)$$

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{\Gamma} \xi(t), \quad (2)$$

где $\xi \in \mathbb{R}^q$ — матрица состояния генератора с начальным значением $\xi(0)$; $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{q \times q}$ — матрица постоянных коэффициентов; $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^q$ — вектор соответствующей размерности.

Построим генератор сигнала $y(t)$

Выберем в качестве первой координаты вектора состояния генератора сам сигнал $\xi_1 = y$. Продифференцировав ξ_1 , получим

$$\xi_1 = A \sin(\omega t + \varphi),$$

$$\dot{\xi}_1 = \dot{y}(t) = A \omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Примем в качестве первой координаты вектора состояния генератора производную синусоидального сигнала $\xi_2 = \dot{y}$. Продифференцируем ξ_2 , получим

$$\dot{\xi}_2 = \ddot{y}(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \xi_1.$$

Для векторно-матричной формы выражения (1)–(2) имеют вид:

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}, \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Преобразуем уравнение (2) к виду:

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{\Gamma} \xi(t) \Rightarrow \xi(t) = e^{\mathbf{\Gamma} t} \xi(0). \quad (3)$$

Подставляя уравнение (3) в уравнение (1), получим:

$$y(t) = \mathbf{H}^T e^{\mathbf{\Gamma} t} \xi(0). \quad (4)$$

Наряду с измеряемым сигналом $y(t)$ рассмотрим запаздывающий сигнал

$$y(t-d) = \mathbf{H}^T e^{\mathbf{\Gamma}(t-d)} \xi(0) = \mathbf{H}^T e^{\mathbf{\Gamma} t} e^{-\mathbf{\Gamma} d} \xi(0), \quad (5)$$

где $d \in \mathbb{R}_+$ — постоянная величина запаздывания.

Замечание 1. Введем ограничения на выбранную величину запаздывания d из уравнения (5).

$$d < \frac{\pi}{\omega}.$$

На основе уравнений (3) и (5), получим:

$$y(t-d) = \mathbf{H}^T e^{-\mathbf{\Gamma} d} \xi(t). \quad (6)$$

Утверждение 1. Сигнал (4) связан соотношением:

$$y(t-d) = \mathbf{H}^T e^{-\mathbf{\Gamma} d} \xi(t) = \mathbf{H}^T \begin{bmatrix} \cos \omega d & -\omega^{-1} \sin \omega d \\ \omega \sin \omega d & \cos \omega d \end{bmatrix} \xi(t).$$

Доказательство утверждения 1.

Применим Жорданову форму матрицы для преобразователя $e^{-\mathbf{\Gamma} d}$ уравнения (6).

Сначала вычислим собственные значения матрицы $\mathbf{\Gamma}$

$$\det(\mathbf{\Gamma} - \lambda \mathbf{I}) = \begin{vmatrix} 0 - \lambda & 1 \\ -\omega^2 & 0 - \lambda \end{vmatrix} = 0, \Rightarrow \lambda^2 + \omega^2 = 0, \\ \Rightarrow \lambda_1 = i\omega, \lambda_2 = -i\omega.$$

Для каждого из собственных значений λ_1, λ_2 найдем собственные векторы.

Для числа $\lambda_1 = i\omega$, имеем

$$\begin{bmatrix} -i\omega & 1 \\ -\omega^2 & -i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = 0, \Rightarrow \begin{cases} -i\omega x_1 + y_1 = 0 \\ -\omega^2 x_1 - i\omega y_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow y_1 = i\omega x_1.$$

Полагая $x_1 = 1$, получим собственный вектор $\mathbf{V}_1 = (x_1, y_1)^T$

$$x_1 = 1, \Rightarrow y_1 = i\omega, \Rightarrow \mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ i\omega \end{bmatrix}.$$

Аналогично найдем вектор $\mathbf{V}_2 = (x_2, y_2)^T$, ассоциированный с собственным значением $\lambda_2 = -i\omega$, получим

$$\begin{bmatrix} -i\omega & 1 \\ -\omega^2 & -i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = 0, \Rightarrow \begin{cases} -i\omega x_2 + y_2 = 0 \\ -\omega^2 x_2 + i\omega y_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow y_2 = -i\omega x_2.$$

Полагая $x_2 = 1$, получим собственный вектор $\mathbf{V}_2 = (x_2, y_2)^T$

$$x_2 = 1, \Rightarrow y_2 = -i\omega, \Rightarrow \mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -i\omega \end{bmatrix}.$$

Составим матрицу $\mathbf{V}$ из найденных собственных векторов $\mathbf{V}_1$ и $\mathbf{V}_2$ в виде:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i\omega & -i\omega \end{bmatrix}.$$

Запишем Жорданову форму $\mathbf{J}_{\mathbf{\Gamma}}$ для заданной матрицы $\mathbf{\Gamma}$, используя форму

$$\mathbf{J}_{\mathbf{\Gamma}} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{\Gamma} \mathbf{V} = \frac{1}{-2i\omega} \begin{bmatrix} -i\omega & -1 \\ -i\omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i\omega & -i\omega \end{bmatrix} = \\ = \frac{1}{-2i\omega} \begin{bmatrix} \omega^2 & -i\omega \\ -\omega^2 & -i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i\omega & -i\omega \end{bmatrix} = \frac{1}{-2i\omega} \begin{bmatrix} 2\omega^2 & 0 \\ 0 & -2\omega^2 \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} -\omega & 0 \\ i & \frac{\omega}{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\omega & 0 \\ 0 & -i\omega \end{bmatrix}.$$

Составим матрицу $e^{\mathbf{J}_{\mathbf{\Gamma}} d}$ в виде [21]

$$e^{\mathbf{J}_{\mathbf{\Gamma}} d} = \begin{bmatrix} e^{i\omega d} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega d} \end{bmatrix}.$$

Вычислим матричную экспоненту $e^{\mathbf{\Gamma} d}$ по формуле:

$$\begin{aligned}
e^{\Gamma d} &= \mathbf{V} e^{\mathbf{J} \Gamma d} \mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i\omega & -i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\omega d} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega d} \end{bmatrix} \frac{1}{-2i\omega} \begin{bmatrix} -i\omega & -1 \\ -i\omega & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \frac{1}{-2i\omega} \begin{bmatrix} e^{i\omega d} & e^{-i\omega d} \\ i\omega e^{i\omega d} & -i\omega e^{-i\omega d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i\omega & -1 \\ -i\omega & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \frac{e^{i\omega d} + e^{-i\omega d}}{2} & \omega^{-1} \frac{e^{i\omega d} - e^{-i\omega d}}{2i} \\ -\omega^{-1} \frac{e^{i\omega d} - e^{-i\omega d}}{2i} & \frac{e^{i\omega d} + e^{-i\omega d}}{2} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Разложим экспоненциальные функции $e^{i\omega d}$, $e^{-i\omega d}$ по формулам Эйлера:

$$\frac{e^{i\omega d} + e^{-i\omega d}}{2} = \cos \omega d, \quad \frac{e^{i\omega d} - e^{-i\omega d}}{2i} = \sin \omega d.$$

Получаем соотношения:

$$\begin{aligned}
e^{\Gamma d} &= \begin{bmatrix} \cos \omega d & \omega^{-1} \sin \omega d \\ -\omega \sin \omega d & \cos \omega d \end{bmatrix}, \\
e^{-\Gamma d} &= \begin{bmatrix} \cos \omega d & -\omega^{-1} \sin \omega d \\ \omega \sin \omega d & \cos \omega d \end{bmatrix}. \quad (7)
\end{aligned}$$

Из уравнений (5) и (7) получим соотношение вида

$$\begin{aligned}
y(t-d) &= \mathbf{H}^T \begin{bmatrix} \cos \omega d & -\omega^{-1} \sin \omega d \\ \omega \sin \omega d & \cos \omega d \end{bmatrix} \xi(t), \\
y(t-d) &= [\cos \omega d \quad -\omega^{-1} \sin \omega d] \xi(t), \quad (8)
\end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Аналогично для запаздывающего сигнала $2d$.

$$y(t-2d) = [\cos 2\omega d \quad -\omega^{-1} \sin 2\omega d] \xi(t). \quad (9)$$

Представим в матричном виде уравнения (8)–(9)

$$\begin{bmatrix} y(t-d) \\ y(t-2d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega d & -\omega^{-1} \sin \omega d \\ \cos 2\omega d & -\omega^{-1} \sin 2\omega d \end{bmatrix} \xi(t).$$

Рассмотрим следующее выражение:

$$\mathbf{Y} = \Phi \xi, \quad (10)$$

$$\text{где } \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(t-d) \\ y(t-2d) \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \cos \omega d & -\omega^{-1} \sin \omega d \\ \cos 2\omega d & -\omega^{-1} \sin 2\omega d \end{bmatrix}.$$

Из выражения (10) получим

$$\Phi^{-1} \mathbf{Y} = \xi = \frac{1}{\det(\Phi)} \text{adj}(\Phi) \mathbf{Y} \Rightarrow \text{adj}(\Phi) \mathbf{Y} = \det(\Phi) \xi. \quad (11)$$

Умножим уравнение (11) на $\mathbf{H}^T$, тогда

$$\mathbf{H}^T \text{adj}(\Phi) \mathbf{Y} = \det(\Phi) y(t), \quad (12)$$

$$\text{adj} \Phi = \begin{bmatrix} -\omega^{-1} \sin 2\omega d & \omega^{-1} \sin \omega d \\ \cos 2\omega d & \cos \omega d \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
\det \Phi &= -\frac{1}{\omega} \cos \omega d \sin 2\omega d + \frac{1}{\omega} \cos 2\omega d \sin \omega d = \\
&= -\frac{1}{\omega} \sin \omega d. \quad (14)
\end{aligned}$$

Из выражений (12)–(14) получим уравнение

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\omega^{-1} \sin 2\omega d & \omega^{-1} \sin \omega d \\ -\cos 2\omega d & \cos \omega d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t-d) \\ y(t-2d) \end{bmatrix} = \\
= -\omega^{-1} \sin(\omega d) y(t). \quad (15)
\end{aligned}$$

Запишем уравнение (15) в виде

$$\begin{aligned}
-\omega^{-1} 2 \sin(\omega d) \cos(\omega d) y(t-d) + \omega^{-1} \sin(\omega d) y(t-2d) = \\
= -\omega^{-1} \sin(\omega d) y(t). \quad (16)
\end{aligned}$$

Разделив обе части выражения (16) на $-\omega^{-1} \sin(\omega d)$, получим

$$\begin{aligned}
2 \cos(\omega d) y(t-d) - y(t-2d) &= y(t), \\
\cos(\omega d) y(t-d) &= \frac{1}{2} [y(t-2d) + y(t)]. \quad (17)
\end{aligned}$$

Построим регрессионную модель из уравнения (17) в виде

$$\chi(t) = \varphi(t) \theta, \quad (18)$$

где $\chi(t) = \frac{1}{2} [y(t-2d) + y(t)]$, $\varphi(t) = y(t-d)$, $\theta = \cos(\omega d)$.

Алгоритм оценивания параметров θ модели (18)

Метод градиентного спуска [22]. Рассмотрим задачу оценивания параметра θ модели (18) с помощью стандартного метода градиентного спуска:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \gamma \varphi(t) (\chi(t) - \varphi(t) \hat{\theta}(t)),$$

где γ — любое постоянное число.

Метод наименьших квадратов [22]. Оценка определяется по формуле

$$\hat{\hat{\theta}}(t) = KP(t) \varphi(t) (\chi(t) - \varphi(t) \hat{\theta}(t)),$$

где K — положительный коэффициент, $P(t) > 0$ рассчитаем по формуле

$$\dot{P}(t) = K(\eta K - P(t) \varphi^2(t) P(t)),$$

где η — любое постоянное число.

Оценивание частоты

Для оценивания частоты воспользуемся функцией $\arccos(\cdot)$ на основе параметра θ из (17)

$$\hat{\omega}(t) = 1/2 \arccos(\hat{\theta}(t)).$$

Оценка $\hat{\theta}$ в модели (18) и принятое допущение должны иметь ограничение

$$\cos \bar{\omega} d \leq \hat{\theta} \leq \cos \underline{\omega} d.$$

Математическое моделирование

Рассмотрим результаты численного моделирования, иллюстрирующие эффективность предложенного алгоритма оценивания частоты несмещенного гармонического сигнала с постоянными параметрами. Моделирование выполнено с использованием программной среды MATLAB (Simulink).

В качестве примера рассмотрим сигнал вида

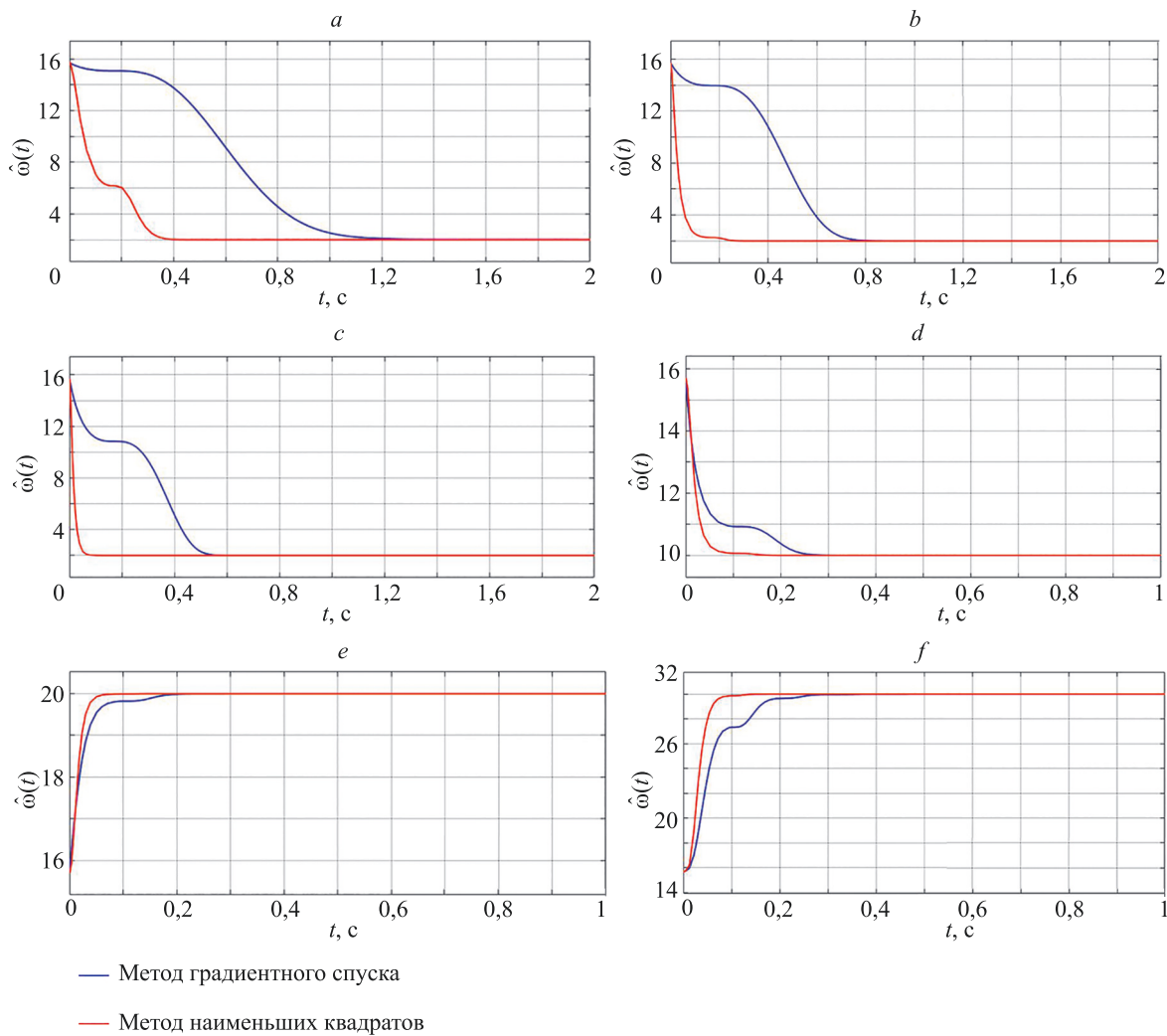


Рис. 1. Оценка $\hat{\omega}(t)$ для значений параметров: $\gamma = 1, K = 1, \eta = 1$ (a); $\gamma = 5, K = 5, \eta = 5$ (b); $\gamma = 10, K = 10, \eta = 10$ (c) и значений частоты ω : 10 (d); 20 (e); 30 (f)

Fig. 1. Estimate $\hat{\omega}(t)$ for parameter values $\gamma = 1, K = 1, \eta = 1$ (a); $\gamma = 5, K = 5, \eta = 5$ (b); $\gamma = 10, K = 10, \eta = 10$ (c) and frequency values ω : 10 (d); 20 (e); 30 (f)

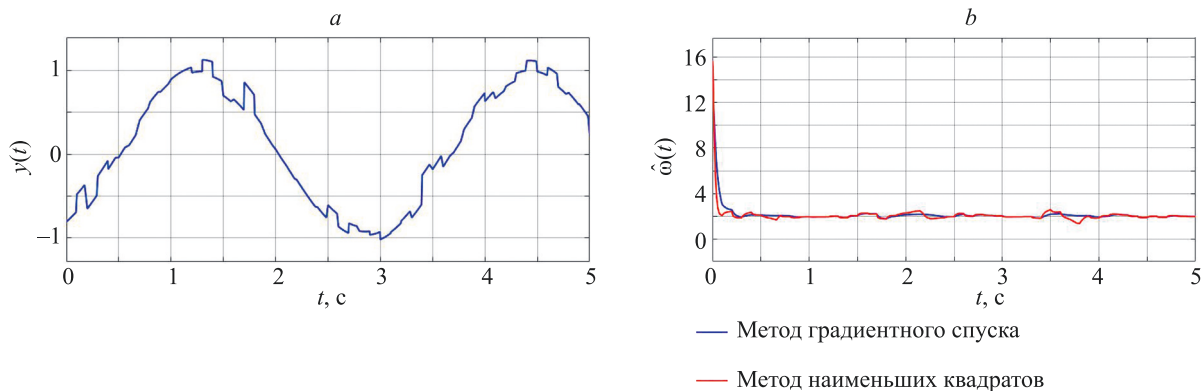


Рис. 2. Синусоидальный сигнал $y(t)$ с аддитивным шумом (a); график оценки частоты $\hat{\omega}(t)$ при $\omega = 2$ (b)

Fig. 2. Sinusoidal signal $y(t)$ with additive noise (a); plot estimation $\hat{\omega}(t)$ frequency $\omega = 2$ (b)

$$y(t) = \sin(2t - 1). \quad (19)$$

Приведем значения параметров для предложенного метода: $d = 0,1$ с, $\bar{\omega} = 10$ рад/с, $\underline{\omega} = 0,01$ рад/с.

На рис. 1 показаны результаты оценивания частоты ω сигнала (19) методами градиентного спуска и наименьших квадратов с различными коэффициентами и частотами.

Как видно из графиков, предложенный алгоритм оценивания обеспечивает экспоненциальную сходимость с истинными значениями оценивания частоты сигнала $y(t)$.

Чтобы продемонстрировать робастность предложенного алгоритма, рассмотрим зашумленный измеренный сигнал

$$y(t) = 5\sin(2t - 2) + \delta(t),$$

где $\delta(t)$ — аддитивный шум, который моделируется как равномерно распределенный процесс в пределах

$[-0,1, 0,1]$. Это ограничение делает синусоиду шумной и неровной, как показано на рис. 2, а.

Результат моделирования оценки шумового сценария исследования методами градиентного спуска и наименьших квадратов с параметрами $\gamma = 1$, $K = 10$, $\eta = 10$, при частоте $\omega = 2$ показан на рис. 2, б.

Заключение

В работе предложен алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала. Предложен новый подход для параметризации синусоидального сигнала. Выполнена оценка вектора параметров регрессионных моделей с использованием методов стандартного градиентного спуска и наименьших квадратов. Результаты моделирования подтверждают сходимость ошибок оценивания частоты к истинным значениям. В дальнейшем планируется расширить область применения алгоритма на случай мультисинусоидальных сигналов.

Литература

1. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Efimov D., Zolghadri A. Frequency estimation for periodical signal with noise in finite time // *Proc. of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011. P. 3646–3651. <https://doi.org/10.1109/CDC.2011.6160655>
2. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing // *IFAC-PapersOnLine*, 2016. V. 49. N 13. P. 99–104. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.934>
3. Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D. Algorithm of parameters' identification of polyharmonic function // *IFAC Proceedings Volumes*, 2002. V. 35. N 1. P. 439–443. <https://doi.org/10.3182/20020721-6-ES-1901.01059>
4. Marino R., Tomei R. Global estimation of n unknown frequencies // *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002. V. 47. N 8. P. 1324–1328. <https://doi.org/10.1109/TAC.2002.800761>
5. Bodson M., Douglas S.C. Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency // *Automatica*, 1997. V. 33. N 12. P. 2213–2221. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00149-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00149-0)
6. Khac T., Vlasov S.M., Iureva R.A. Estimating the Frequency of the Sinusoidal Signal using the Parameterization based on the Delay Operators // *Proc. of the 18th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, 2021. P. 656–660. <https://doi.org/10.5220/0010536506560660>
7. Севастеева Е.С., Чернов В.А., Бобцов А.А. Алгоритм увеличения скорости идентификации частоты синусоидального сигнала // *Известия вузов. Приборостроение*, 2019. Т. 62. № 9. С. 767–771. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2019-62-9-767-771>
8. Пыркин А.А., Бобцов А.А., Никифоров В.О., Колюбин С.А., Ведяков А.А., Борисов О.И., Громов В.С. Компенсация полигармонического возмущения, действующего на состояние и выход линейного объекта с запаздыванием в канале управления // *Автоматика и телемеханика*, 2015. № 12. С. 43–64.
9. Бобцов А.А., Пыркин А.А. Компенсация неизвестного синусоидального возмущения для линейного объекта любой относительной степени // *Автоматика и телемеханика*, 2009. № 3. С. 114–122.
10. Бобцов А.А., Колюбин С.А., Пыркин А.А. Компенсация неизвестного мультigarмонического возмущения для нелинейного объекта с запаздыванием по управлению // *Автоматика и телемеханика*, 2010. № 11. С. 136–148.
11. Vlasov S., Margun A., Kirsanova A., Vakhvianova P. Adaptive controller for uncertain multi-agent system under disturbances // *Proc. of the 16th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, 2019. V. 2. P. 198–205. <https://doi.org/10.5220/0007827701980205>
12. Власов С.М., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., Бобцов А.А. Алгоритмы адаптивного и робастного управления

References

1. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Efimov D., Zolghadri A. Frequency estimation for periodical signal with noise in finite time. *Proc. of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011, pp. 3646–3651. <https://doi.org/10.1109/CDC.2011.6160655>
2. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, vol. 49, no. 13, pp. 99–104. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.934>
3. Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D. Algorithm of parameters' identification of polyharmonic function. *IFAC Proceedings Volumes*, 2002, vol. 35, no. 1, pp. 439–443. <https://doi.org/10.3182/20020721-6-ES-1901.01059>
4. Marino R., Tomei R. Global estimation of n unknown frequencies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, vol. 47, no. 8, pp. 1324–1328. <https://doi.org/10.1109/TAC.2002.800761>
5. Bodson M., Douglas S.C. Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency. *Automatica*, 1997, vol. 33, no. 12, pp. 2213–2221. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00149-0](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00149-0)
6. Khac T., Vlasov S.M., Iureva R.A. Estimating the Frequency of the Sinusoidal Signal using the Parameterization based on the Delay Operators. *Proc. of the 18th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, 2021, pp. 656–660. <https://doi.org/10.5220/0010536506560660>
7. Sevasteeva E.S., Chernov V.A., Bobtsov A.A. Algorithm for increasing the speed of sinusoidal signal frequency identification. *Journal of Instrument Engineering*, 2019, vol. 62, no. 9, pp. 767–771. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2019-62-9-767-771>
8. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nikiforov V.O., Kolyubin S.A., Vedyakov A.A., Borisov O.I., Gromov V.S. Compensation of polyharmonic disturbance of state and output of a linear plant with delay in the control channel. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76, no. 12, pp. 2124–2142. <https://doi.org/10.1134/S0005117915120036>
9. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. Compensation of unknown sinusoidal disturbances in linear plants of arbitrary relative degree. *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, no. 3, pp. 449–456. <https://doi.org/10.1134/S0005117909030102>
10. Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Pyrkin A.A. Compensation of unknown multi-harmonic disturbances in nonlinear plants with delayed control. *Automation and Remote Control*, 2010, vol. 71, no. 11, pp. 2383–2394. <https://doi.org/10.1134/S000511791011010X>
11. Vlasov S., Margun A., Kirsanova A., Vakhvianova P. Adaptive controller for uncertain multi-agent system under disturbances. *Proc. of the 16th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, 2019, vol. 2, pp. 198–205. <https://doi.org/10.5220/0007827701980205>

- по выходу роботизированным макетом надводного судна // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 1. С. 18–25. <https://doi.org/10.17587/mau.17.18-25>
13. Власов С.М., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., Бобцов А.А. Робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна // Известия вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58. № 9. С. 713–719. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2015-58-9-713-719>
 14. Hsu L., Ortega R., Damm G. A globally convergent frequency estimator // IEEE Transactions on Automatic Control. 1999. V. 44. N 4. P. 698–713. <https://doi.org/10.1109/9.754808>
 15. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. V. 50. N 6. P. 855–858. <https://doi.org/10.1109/TAC.2005.849244>
 16. Lee S.W., Lim J.S., Baek S., Sung K.M. Time-varying signal frequency estimation by VFF Kalman filtering // Signal Processing. 1999. V. 77. N 3. P. 343–347. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(99\)00085-7](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(99)00085-7)
 17. Karimi-Ghartemani M., Ziarani A.K. A nonlinear time-frequency analysis method // IEEE Transactions on Signal Processing. 2004. V. 52. N 6. P. 1585–1595. <https://doi.org/10.1109/TSP.2004.827155>
 18. Fedele G., Ferrise A. A frequency-locked-loop filter for biased multi-sinusoidal estimation // IEEE Transactions on Signal Processing. 2014. V. 62. N 5. P. 1125–1134. <https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2300057>
 19. Hall S., Wereley N. Performance of higher harmonic control algorithms for helicopter vibration reduction // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1993. V. 16. N 4. P. 793–797. <https://doi.org/10.2514/3.21085>
 20. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model // International Journal of Control. 1997. V. 68. N 2. P. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
 21. Umari A.M.J., Gorelick S.M. Evaluation of the matrix exponential for use in ground-water-flow and solute-transport simulations: theoretical framework: Water-Resources Investigations Report 86-4096. U.S. Geological Survey, 1986. P. 12. <https://doi.org/10.3133/wri864096>
 22. Ljung L. System Identification: Theory for the User. NJ: Prentice-Hall, 1987.
 23. Vlasov S.M., Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkina A.A., Bobtsov A.A. Algorithms of adaptive and robust output control for a robotic prototype of a surface vessel. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 18–25. (in Russian). <https://doi.org/10.17587/mau.17.18-25>
 24. Vlasov S.M., Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkina A.A., Bobtsov A.A. Robust system of dynamic positioning for robotized model of surface craft. *Journal of Instrument Engineering*, 2015, vol. 58, no. 9, pp. 713–719. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2015-58-9-713-719>
 25. Hsu L., Ortega R., Damm G. A globally convergent frequency estimator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, vol. 44, no. 4, pp. 698–713. <https://doi.org/10.1109/9.754808>
 26. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, vol. 50, no. 6, pp. 855–858. <https://doi.org/10.1109/TAC.2005.849244>
 27. Lee S.W., Lim J.S., Baek S., Sung K.M. Time-varying signal frequency estimation by VFF Kalman filtering. *Signal Processing*, 1999, vol. 77, no. 3, pp. 343–347. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(99\)00085-7](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(99)00085-7)
 28. Karimi-Ghartemani M., Ziarani A.K. A nonlinear time-frequency analysis method. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, vol. 52, no. 6, pp. 1585–1595. <https://doi.org/10.1109/TSP.2004.827155>
 29. Fedele G., Ferrise A. A frequency-locked-loop filter for biased multi-sinusoidal estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, vol. 62, no. 5, pp. 1125–1134. <https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2300057>
 30. Hall S., Wereley N. Performance of higher harmonic control algorithms for helicopter vibration reduction. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1993, vol. 16, no. 4, pp. 793–797. <https://doi.org/10.2514/3.21085>
 31. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model. *International Journal of Control*, 1997, vol. 68, no. 2, pp. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
 32. Umari A.M.J., Gorelick S.M. *Evaluation of the matrix exponential for use in ground-water-flow and solute-transport simulations: theoretical framework*. Water-Resources Investigations Report 86-4096. U.S. Geological Survey, 1986, pp. 12. <https://doi.org/10.3133/wri864096>
 33. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. NJ, Prentice-Hall, 1987.

Авторы

Нгуен Хак Тунг — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>, nguyenkhactungvhq1994@gmail.com

Власов Сергей Михайлович — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>, smvlasov@itmo.ru

Пыркин Антон Александрович — доктор технических наук, профессор, профессор, декан факультета, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, a.pyrkin@gmail.com

Попков Иван Владимирович — студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0003-4565-5652>, vanta.jesus.2015@gmail.com

Authors

Khac Tung Nguyen — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-6430-1927>, nguyenkhactungvhq1994@gmail.com

Sergey M. Vlasov — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0002-8345-7553>, smvlasov@itmo.ru

Anton A. Pyrkina — D.Sc., Full Professor, Dean, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, a.pyrkin@gmail.com

Ivan V. Popkov — Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0003-4565-5652>, vanta.jesus.2015@gmail.com

Статья поступила в редакцию 15.10.2021

Одобрена после рецензирования 12.12.2021

Принята к печати 20.01.2022

Received 15.10.2021

Approved after reviewing 12.12.2021

Accepted 20.01.2022



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»