

doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-1-187-192

УДК 532.529

## Моделирование импульсного истечения смеси воздуха и мелкодисперсного порошка, частично заполняющего выбросной канал

Дмитрий Викторович Садин

Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация  
sadin@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-5335-4847>

### Аннотация

**Предмет исследования.** Рассмотрены закономерности импульсного истечения смеси воздуха и мелкодисперсного порошка, который частично заполняет выбросной цилиндрический канал в одномерном и двумерном случаях. **Метод.** Динамика газодисперсной среды описана в рамках эйлерового континуального подхода с различными скоростями и температурами газа и частиц порошка. В равновесном приближении построены аналитические автомодельные решения. Для численного решения задачи использован гибридный метод крупных частиц второго порядка точности по пространству и времени. Сопоставление точных автомодельных и численных решений подтвердили достоверность метода. **Основные результаты.** Истечение смеси газа высокого давления и частиц порошка носит ярко выраженный волновой характер, который связан с распадом начального разрыва, движением и преломлением волн на границе раздела сред внутри канала, а также отражением волн от его дна. Установлены характерные временные интервалы волнового процесса и соответствующие им распределения газодинамических величин. В зависимости от обобщенной автомодельной переменной давление, плотность и скорость смеси являются монотонными функциями, а профиль удельного (на единицу поперечного сечения) массового расхода имеет максимум в выходном сечении. Определены безразмерные параметры и удельный массовый расход двухфазной среды в выходном сечении выбросного канала. В случае ограниченного размером камеры высокого давления канала изучена двумерная физическая картина формирования и эволюции газодисперсной смеси. На начальном этапе истечения наблюдается «аномальная» группировка частиц порошка с образованием ударно-волновой структуры на дозвуковом режиме течения несущего газа. После выхода слоя порошка за пределы канала, истекающий из него чистый газ ускоряется до сверхзвуковой скорости, и развивается интенсивное вихревое движение в следе газодисперсной струи. **Практическая значимость.** Расчетные значения параметров позволяют обосновать достижимый уровень технических характеристик (скорости, массового расхода) потока рабочей газодисперсной среды импульсных порошковых устройств. Предложенная методика и полученные результаты являются основой принятия рациональных решений на ранних этапах проектирования и подготовки исходных данных по конструктивным и режимным параметрам для проведения испытаний прототипов импульсных порошковых технических устройств.

### Ключевые слова

порошковая струйная технология, импульсное истечение, автомодельные и численные решения

**Ссылка для цитирования:** Садин Д.В. Моделирование импульсного истечения смеси воздуха и мелкодисперсного порошка, частично заполняющего выбросной канал // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22, № 1. С. 187–192. doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-1-187-192

## Simulation of the pulsed outflow of air and fine powder mixture, partially filling the discharge channel

Dmitry V. Sadin

Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation  
sadin@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-5335-4847>

### Abstract

The paper studies the regularities of the pulsed outflow of air and fine powder mixture, which partially fills the ejection cylindrical channel, in both one-dimensional and two-dimensional formulations. The dynamics of a gas-dispersed

© Садин Д.В., 2022

medium are described in the framework of the Eulerian continuum approach with different velocities and temperatures of gas and powder particles. Analytical self-similar solutions are constructed in the equilibrium approximation. For the numerical solution of the problem, a hybrid large-particle method of the second order of accuracy in space and time is used. Comparison of exact self-similar and numerical solutions confirmed the reliability of the method. The outflow of the mixture of high-pressure gas and powder particles has a pronounced wave character, which is associated with the decomposition of the initial discontinuity, the movement, and refraction of waves at the interface of media inside the channel, as well as the reflection of waves from its bottom. The characteristic time intervals of the wave process and the corresponding distributions of gas-dynamics quantities are established. Depending on the generalized self-similar variable, the pressure, density, and velocity of the mixture are monotonic functions, and the profile of the specific (per unit cross-section) mass flow has a maximum in the critical section. Dimensionless parameters and specific mass flow of a two-phase medium in the outlet section of the discharge channel are determined. In the case of a channel limited by the size of the high-pressure chamber, a two-dimensional physical picture of the formation and evolution of a gas-dispersed mixture was studied. At the initial stage of the outflow, an “anomalous” grouping of powder particles is observed with the formation of a shock-wave structure in the subsonic mode of the carrier gas flow. After the powder layer leaves the channel, the pure gas flowing out of it accelerates to supersonic speed and an intense vortex motion develops in the wake of the gas-dispersed jet. The calculated values of the parameters allow us to justify the achievable level of technical characteristics (speed, mass flow rate) of the flow of the working gas-dispersed medium of pulsed powder devices. The proposed methodology and the results obtained are the basis for making rational decisions at the early stages of design and preparation of initial data on design and operating parameters for testing prototypes of pulsed powder technical devices.

### Keywords

powder jet technology, pulse outflow, self-similar and numerical solutions

**For citation:** Sadin D.V. Simulation of the pulsed outflow of air and fine powder mixture, partially filling the discharge channel. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 187–192 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-1-187-192

## Введение

Порошковые струйные технологии находят широкое применение в индустриальных приложениях, в системах пожаротушения, ликвидации аварийных ситуаций, как способ создания заградительных дисперсных образований от воздействия различных поражающих факторов, например ударных волн. Определяющей особенностью применения импульсных газодисперсных систем является волновой характер протекающих процессов.

Математическое моделирование — один из основных инструментов обоснования рациональных технических решений на ранних этапах проектирования и подготовки исходных данных по конструктивным и режимным параметрам для испытаний прототипов устройств. В работах [1–3] рассмотрены основополагающие положения и подходы математического моделирования динамики многофазных сред. Вследствие сложности изучаемых физических явлений основным теоретическим инструментом являются методы численного моделирования. Расчеты взаимодействия ударной волны с облаком частиц изучены в работах [4–6]. Работы [6–12] посвящены задачам истечения и разлета порошкообразных сред.

Важную роль в изучении волновых течений двухфазных сред занимают аналитические методы, основанные на автомодельных свойствах задач [13, 14]. Достоинства применения аналитических решений — детальность теоретического анализа и высокая достоверность решений в области их применимости.

Рассмотренные ранее [7–11] схемы импульсного истечения смеси газа повышенного давления и порошка, заполняющего выбросной канал во всем объеме, имеет некоторые недостатки. Первый из них связан с тем, что после окончания процесса истечения часть рабочей

дисперсной среды остается в канале. Второй — при реализации схемы канала с полным его заполнением формируется узконаправленная газодисперсная струя. Такой характер течения не является рациональным с точки зрения покрытия площади, например, нейтрализующим порошком при ликвидации аварийных ситуаций.

Цель работы — аналитическое и численное исследование процесса импульсного истечения смеси воздуха и мелкодисперсного порошка, который частично заполняет цилиндрический канал.

## Постановка задачи

Основные уравнения. Динамика смеси идеального газа и монодисперсных несжимаемых частиц формулируется в рамках эйлера подхода в виде законов сохранения [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 \mathbf{v}_1) + \nabla (\rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1) + \alpha_1 \nabla p = -\mathbf{F}_\mu, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 \mathbf{v}_2) + \nabla (\rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2) + \alpha_2 \nabla p = \mathbf{F}_\mu, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 e_2) + \nabla \cdot (\rho_2 e_2 \mathbf{v}_2) = Q_T, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \nabla \cdot (\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2) + \\ + \nabla \cdot [p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2)] = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho_i &= \rho_i^0 \alpha_i \quad (i = 1, 2), \quad \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \\ E_i &= e_i + \mathbf{v}_i^2/2, \end{aligned}$$

где  $\alpha_i$  — объемная доля;  $\rho_i$  — приведенная плотность;  $\mathbf{v}_i$  — вектор скорости;  $E_i$  и  $e_i$  — полная и внутренняя

энергии единицы массы  $i$ -ой фазы;  $p$  — давление газа;  $F_\mu$  — вязкая составляющая силы межфазного взаимодействия;  $Q_T$  — мощность теплообмена между газом и частицами в единице объема;  $t$  — время; индекс « $^\circ$ » — означает истинные значения плотности газа или материала частиц.

Система уравнений (1) описывает взаимопроникающее континуальное движение несущего газа ( $i = 1$ ) и дисперсной фазы ( $i = 2$ ).

**Замыкающие соотношения.** Газ считается идеальным и калорически совершенным с уравнением состояния

$$p = (\gamma_1 - 1)\rho_1^\circ e_1,$$

где  $e_1 = c_v T_1$ ;  $\gamma_1$  — показатель адиабаты;  $c_v$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Частицы — сферические и несжимаемые с линейной зависимостью внутренней энергии от температуры  $e_2 = c_2 T_2$ , где  $c_2$  — удельная теплоемкость частиц. Величины межфазного трения и теплообмена  $F_\mu$ ,  $Q_T$  рассчитываются на основе эмпирических соотношений в зависимости от чисел Рейнольдса  $Re_{12}$  и Нуссельта  $Nu_1$  в широком диапазоне концентраций частиц [8]:

$$F_\mu = (3/8)(\alpha_2/r)C_\mu(Re_{12})\rho_1(v_1 - v_2)|v_1 - v_2|,$$

$$Q_T = (3/2)(\alpha_2/r^2)\lambda_1 Nu_1(T_1 - T_2),$$

где  $C_\mu$  — коэффициент межфазного трения;  $\mu_1$  — динамическая вязкость;  $r$  — радиус частицы.

**Начальные и граничные условия.** Изучена задача импульсного истечения смеси воздуха с показателем адиабаты  $\gamma_1 = 1,4$  и мелкодисперсного порошка из цилиндрического канала (рис. 1). Выбросной канал (камера высокого давления) имеет следующие параметры: длина  $L = 1$  м; радиус  $R = 0,1$  м; давление  $p_L = 10^6$  Па; температура фаз  $T_{1L} = T_{2L} = 293$  К. Канал отделен мембраной в сечении  $x = 0$  м от невозмущенной области  $x \geq 0$  чистого газа  $p_R = 10^5$  Па, при  $T_{1R} = T_{2R} = 293$  К.

Порошок в насыпном состоянии с объемной долей  $\alpha_2 = 0,5$  содержит несжимаемые сферические частицы диаметром  $d = 1$  мкм, плотностью  $\rho_2^\circ = 2500$  кг/м<sup>3</sup> и занимает в начальный момент времени часть выбросного канала  $-x_S < x < 0$ , где  $x_S = 0,25$  м. Краевые условия заданы в виде отражения на стенках и дне канала и свободного вытекания на внешних границах расчетной области при  $x \geq 0$ .

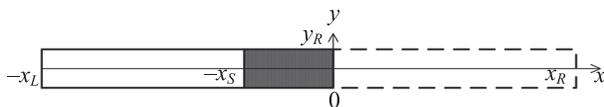


Рис. 1. Расчетная схема задачи. Координата дна канала  $-x_L$  с радиусом  $y_R$  и выходным сечением  $x = 0$ , граница порошка  $-x_S$ , правая граница расчетной области  $x_R$ . Штриховой линией показано продолжение канала при одномерном расчете

Fig. 1. Calculation scheme of the problem. The coordinate of the channel bottom is  $-x_L$  with the radius  $y_R$  and output section  $x = 0$ , the powder boundary is  $-x_S$ , the right boundary of the calculated area  $x_R$ . The dashed line shows the continuation of the channel in the one-dimensional calculation

**Метод расчета.** Численное моделирование выполнено гибридным методом крупных частиц с неявной безытерационной схемой расчета источников  $F_\mu$ ,  $Q_T$  [15] с использованием сбалансированного алгоритма второго порядка точности по пространству и времени [16]. Расчеты проведены на равномерной сетке в цилиндрической системе координат с разрешением 200 ячеек на длину  $L$  выбросного канала с числом Куранта 0,4.

## Результаты моделирования и их обсуждение

После мгновенного удаления мембраны в сечении  $x = 0$  происходит распад произвольного разрыва с образованием ударной волны в камере низкого давления при  $x > 0$  и центрированной волны разрежения в слое газодисперсной смеси  $-x_S < x < 0$ . Данная конфигурация имеет точное равновесное решение [13, 15]. В области изменения автомодельной переменной  $\xi = x/(\alpha_2 a_{1S} t) \in (\xi_S, \xi_R)$ , ограниченной левой  $\xi_S = -1/\alpha_{1S}$  и правой  $\xi_R$  характеристиками, волна разрежения в газозвеси описывается соотношениями:

$$\left(\frac{\alpha_2 s \alpha_1}{\alpha_2 \alpha_{1S}}\right)^\omega = \frac{\alpha_1 + \omega}{\alpha_1(1 - \omega \xi)}, \quad \omega = \frac{\gamma_S^* - 1}{2},$$

$$\gamma^* = 1 + (\zeta_1 R_1)/(\zeta_1 c_v + \zeta_2 c_2), \quad (2)$$

где  $\zeta_i = \rho_i/\rho$  — массовые концентрации фаз;  $R_1$  — газовая постоянная;  $\gamma^*$  — эффективный показатель адиабаты двухфазной среды;  $M_S = v/a_S$  — безразмерная скорость смеси (число Маха).

На рис. 2 показаны нормированные автомодельные решения: для плотности  $\rho/\rho_S$  и удельного (на едини-

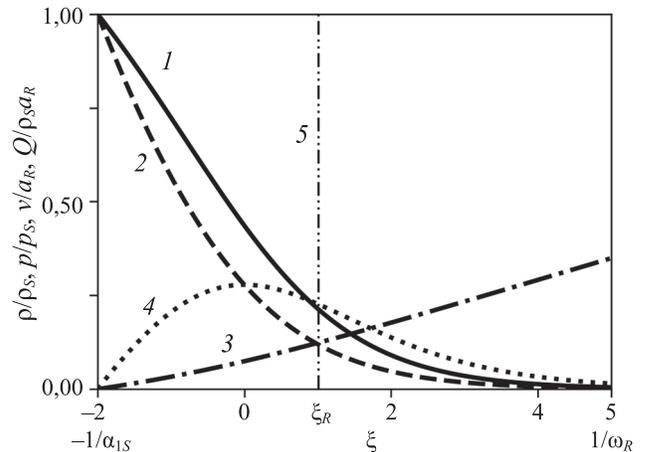


Рис. 2. Распределения относительных величин: плотности  $\rho/\rho_S$  (кривая 1), давления  $p/p_S$  (кривая 2), скорости  $v/a_R$  (кривая 3), массового расхода  $Q/(\rho_S a_S)$  (кривая 4) смеси в зависимости от автомодельной переменной  $\xi$ ;  $\xi_R$  — правая граница волн разрежения (прямая 5); области:  $-1/\alpha_{1S}$  — левая граница волны разрежения,  $1/\omega_R$  — газодинамический предел истечения в вакуум

Fig. 2. Distributions of relative values of density  $\rho/\rho_S$  (curve 1), pressure  $p/p_S$  (curve 2), velocity  $v/a_R$  (curve 3), and mass flow  $Q/(\rho_S a_S)$  (curve 4) of the mixture depending on the self-similar variable  $\xi$ ;  $\xi_R$  — right boundary of the rarefaction wave (line 5),  $-1/\alpha_{1S}$  — the left boundary of the rarefaction wave,  $1/\omega_R$  — gas-dynamic limit of the outflow into vacuum

цу поперечного сечения) массового расхода  $Q/(\rho_S a_S)$  смеси; давления  $p/p_S$ , отнесенные в слое к соответствующим начальным величинам, а также равновесной скорости смеси по отношению к скорости звука в чистом газе  $v/a_R$ . Диапазон изменения безразмерной переменной  $\xi$  задан от левого фронта волны разрежения  $-1/a_{1S} = -2$  до газодинамического предела истечения в вакуум  $1/\omega_R = 5$ . Область определения поставленной задачи ограничена примыканием правой характеристики к зоне постоянного течения  $\xi_R = 1,008$  (рис. 2, прямая 5).

Плотность смеси, давление и скорость являются монотонными функциями от  $\xi$ , а удельный массовый расход газодисперсной среды имеет максимум в критическом сечении  $\xi = 0$ . Это объясняется произведением величин убывающей плотности и возрастающей скорости среды, входящими в выражение массового расхода  $Q = \rho v$ . Критическое истечение порошкообразной среды для заданных физических свойств фаз достигается при превышении начального отношения давления в камерах высокого и низкого давлений  $(p_S/p_R)^* = 3,832$ , что выполнено в рассматриваемом случае  $p_S/p_R = 10$ .

Для практического применения технологии выброса порошка имеет большое значение информация о параметрах (давление, скорость, массовый расход) в выходном сечении, которая важна при анализе физической картины развития газодисперсной струи. В равновесном приближении из соотношений (2) при условии  $\xi = 0$  (рассчитанные безразмерные параметры в выходном сечении имеют следующие значения:  $\rho/\rho_S = 0,436$ ;  $p/p_S = 0,278$ ;  $v/a_R = 0,074$ ;  $Q/(\rho_S a_S) = 0,278$ ).

На рис. 3 приведены профили относительных величин плотности смеси, давления и скорости газа для трех характерных моментов времени (для удобства представления продольная координата отсчитывается от дна канала и нормирована размером расчетной области  $x/H$ , где  $H = x_L + x_R$ ). Фронт волны разрежения проходит в слое газодисперсной среды со скоростью  $a_S = \sqrt{\gamma^* p_S/(\rho_S a_{1S})} = 39,94$  м/с. Через  $t_1 = x_S/a_S = 6,259$  мс фронт приходит на границу раздела сред в сечении  $x/H = 0,4$  (рис. 3, *a, d*). Для контроля точности приведены точные автомодельные (референтные) решения.

Затем формируется распад разрыва с двумя волнами разрежения. Через  $t_2 = t_1 + (x_L - x_S)/a_L = 8,445$  мс левая волна разрежения достигает дна канала  $x/H = 0$  и отражается от него (рис. 3, *b, e*). В характерный момент времени  $t_3 = t_1 + 2(x_L - x_S)/a_L = 10,63$  мс отраженная от дна волна разрежения возвращается на границу раздела газа и взвеси. Поскольку для данного этапа решение не является автомодельным, то референтные профили параметров (черные сплошные линии) получены в данной работе численно на подробной сетке  $L/2000$ .

В случае ограниченного размером камеры высокого давления  $-x_S < x < 0$  выбросного канала (рис. 1) формируется осесимметричная двумерная струя газозвеси. Расчеты численного решения гибридным методом крупных частиц для различных моментов времени приведены на рис. 4. Продольная  $x/L$  и радиальная  $y/L$  координаты отнесены к длине выбросного канала  $L$ . Результаты представлены в виде распределения числа Маха несущего газа (в непрерывной цветовой шкале) и изолиний десятичного логарифма относительной плот-

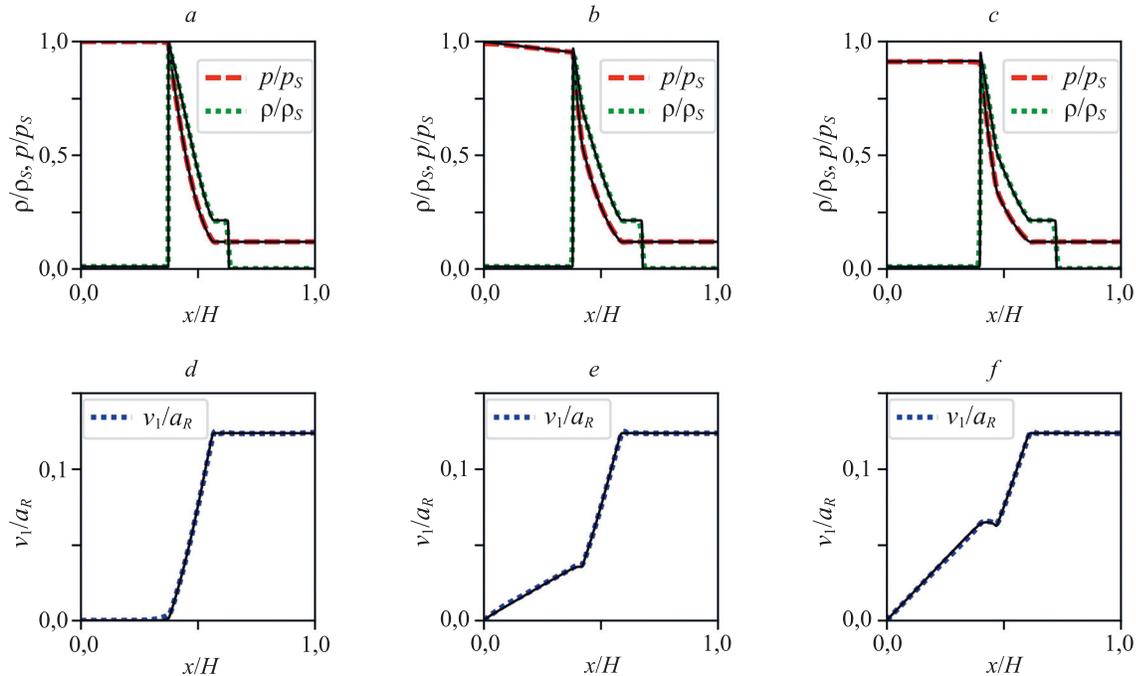


Рис. 3. Распределения расчетных параметров: относительного давления  $p/p_S$  (красные штриховые линии), плотности  $\rho/\rho_S$  смеси (зеленые пунктирные линии) и скорости  $v_1/a_R$  газа (синие пунктирные линии), а также референтные профили (черные сплошные линии) в моменты времени: 6,259 (*a, d*); 8,445 (*b, e*); 10,63 мс (*c, f*)

Fig. 3. Distributions of calculated relative pressures  $p/p_S$  (red dashed curves), density  $\rho/\rho_S$  of the mixture (green dotted curves) and gas velocity  $v_1/a_R$  (blue dotted lines), as well as reference profiles (solid curves) at time points: 6.259 (*a, d*); 8.445 (*b, e*); 10.63 ms (*c, f*)

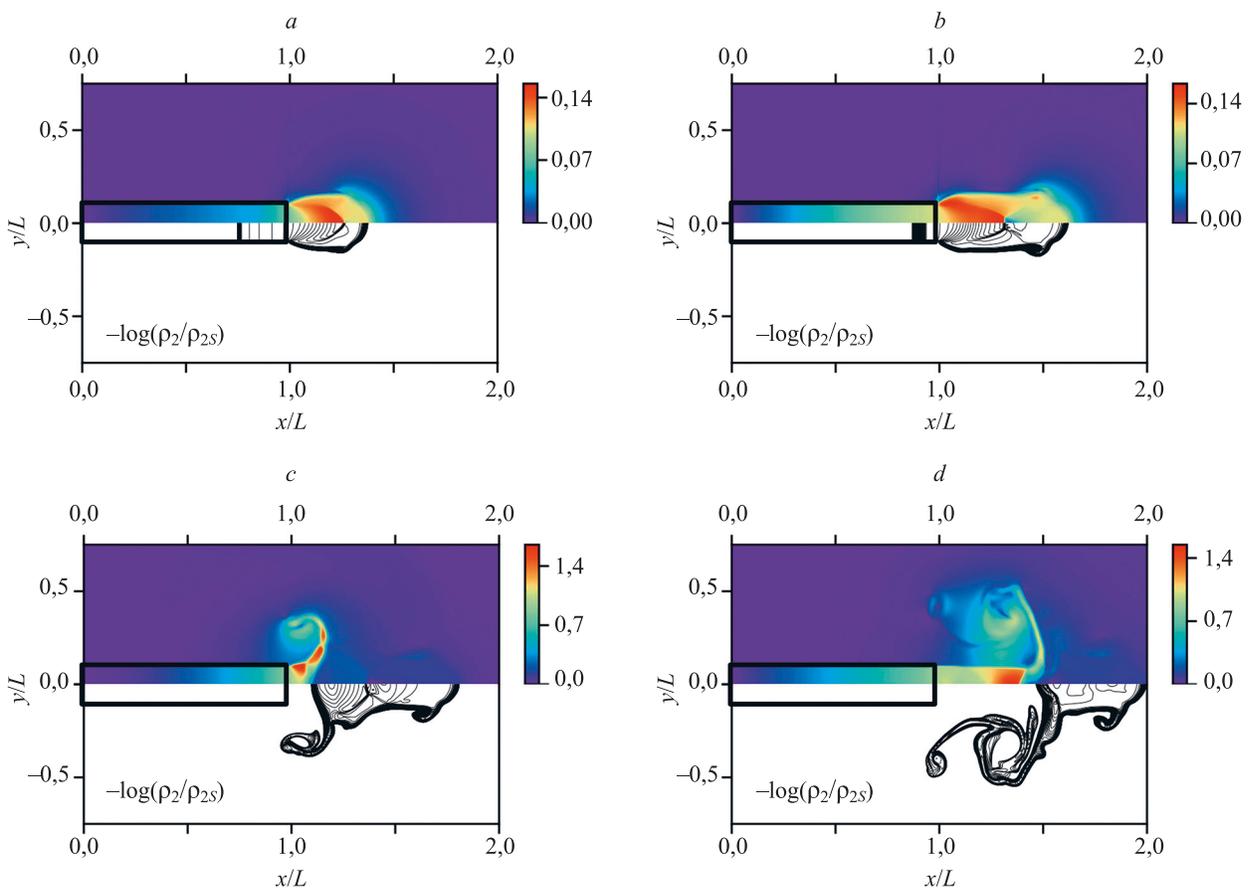


Рис. 4. Расчетные распределения числа Маха несущего газа (в непрерывной цветовой шкале) и относительной плотности дисперсной фазы (линии равных значений  $-\log(\rho_2/\rho_{2s})$ ) в моменты времени: 8,445 (a); 15 (b); 20 (c); 25 мс (d)

Fig. 4. Calculated distributions of the Mach number of the carrier gas (in a continuous color scale) and the relative density of the dispersed phase (lines of equal values  $-\log(\rho_2/\rho_{2s})$ ) at time points: 8.445 (a); 15 (b); 20 (c); 25 ms (d)

ности дисперсной фазы с обратным знаком  $-\log(\rho_2/\rho_{2s})$  в диапазоне от 0 до 4.

Первые два момента времени (рис. 4, a, b) характеризуют начальный этап истечения. Левая граница раздела чистого газа и взвеси движется внутри канала. А за его срезом начинает формироваться ударно-волновая структура — «бочка». Отметим «аномальное» поведение частиц порошка, которые группируются в скачки уплотнения на дозвуковом по несущему газу режиме течения. Это неочевидное явление было обнаружено и экспериментально подтверждено в работах [9, 11]. Скорость смеси на срезе составляет менее 10 % от скорости звука в газовой фазе, а число Маха (отношение скорости газа к местной скорости звука) во всем поле течения не превышает 0,17 (верхние фрагменты (рис. 4, a, b)).

После выхода левой границы слоя порошка за пределы канала ударно-волновая структура потока разрушается (рис. 4, c). Истекающий из выбросного канала чистый газ в форме искривленного конуса ускоряется до сверхзвуковой скорости с образованием немоной структуры (верхний фрагмент (рис. 4, c)). Далее формируется интенсивное вихревое движение в следе газодисперсной струи с ее радиальным расширением (рис. 4, d).

## Заключение

Методами аналитического и численного моделирования изучен процесс импульсного истечения смеси воздуха и мелкодисперсного порошка, частично заполняющего выбросной цилиндрический канал. Получены автомодельные распределения газодинамических параметров и массового расхода двухфазного потока в одномерном случае. Произведено сравнение точных автомодельных и численных решений, подтверждающих достоверность применяемого метода. Исследована двумерная физическая картина формирования импульсной двухфазной струи. На начальном этапе наблюдается «аномальная» группировка частиц порошка с образованием ударно-волновой структуры на дозвуковом режиме течения несущего газа. После выхода слоя порошка за пределы канала развивается интенсивное кольцевое движение в хвосте газодисперсной струи. Приведены параметры в выходном сечении выбросного канала, позволяющие судить о достижимом уровне характеристик (скорости, массовом расходе) потока рабочей газодисперсной среды импульсных порошковых устройств.

## Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. В 2 ч. М.: Наука, 1987.
2. Gidaspow D. Multiphase Flow and Fluidization. Continuum and Kinetic Theory Descriptions. San Diego, USA: Academic Press, 1994. 467 p.
3. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
4. Дэвис С.Л., Диттман Т.Б., Якобс Дж.Б., Дон В.С. Дисперсия облака частиц в ударной волне. Влияние формы, угла поворота и геометрических параметров облака на динамику потока и дисперсию // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 6. С. 45–59.
5. Bulat P.V., Volkov K.N., Ilyina T.Y. Interaction of a shock wave with a cloud of particles // IEJME — Mathematics education. 2016. V. 11. N 8. P. 2949–2962.
6. Садин Д.В., Давидчук В.А. Взаимодействие плоской ударной волны с областями различной формы и плотности в мелкодисперсной газозвеси // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 2. С. 489–498.
7. Любарский С.Д., Иванов А.С. Движение сжатой двухфазной среды насыпной плотности при внезапном расширении // Физика горения и взрыва. 1989. № 3. С. 78–81.
8. Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Рудаков Д.А. Численное исследование метания слоя порошка сжатым газом // Физика горения и взрыва. 1995. № 4. С. 63–70.
9. Садин Д.В., Гузенков В.О., Любарский С.Д. Численное исследование структуры нестационарной двухфазной тонкодисперсной струи // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46. № 2. С. 91–97.
10. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады Академии наук. 2016. Т. 466. № 4. С. 418–421. <https://doi.org/10.7868/S0869565216040101>
11. Садин Д.В., Любарский С.Д., Гравченко Ю.А. Особенности недорасширенной импульсной ударной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. № 1. С. 22–26. <https://doi.org/10.21883/JTF.2017.01.44013.1809>
12. Широкова Е.Н. Численное исследование разлета смеси газа и частиц с осевой симметрией // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21. № 4. С. 606–612. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-4-606-612>
13. Иванов А.С., Козлов В.В., Садин Д.В. Нестационарное истечение двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 3. С. 60–66.
14. Садин Д.В. Приложение гибридного метода крупных частиц к расчету взаимодействия ударной волны со слоем газозвеси // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12. № 6. С. 1323–1338. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-6-1323-1338>
15. Садин Д.В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 12. С. 2098–2109. <https://doi.org/10.7868/S0044466916120152>
16. Садин Д.В. Сбалансированный алгоритм гибридного метода крупных частиц и его проверка на некоторых тестовых задачах // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21. № 5. С. 785–790. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-5-785-790>

## Автор

**Садин Дмитрий Викторович** — доктор технических наук, профессор, профессор, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, [orcid](https://orcid.org/0000-0001-5335-4847) 6602924618, [sadin@yandex.ru](mailto:sadin@yandex.ru)

Статья поступила в редакцию 22.12.2021  
Одобрена после рецензирования 30.12.2021  
Принята к печати 21.01.2022

## References

1. Nigmatulin R.I. *Dynamics of Multiphase Media*. In 2 vol. USA, CRC Press, 1990.
2. Gidaspow D. *Multiphase Flow and Fluidization. Continuum and Kinetic Theory Descriptions*. San Diego, USA Academic Press, 1994, 467 p.
3. Kutushev A.G. *Mathematical Modeling of Wave Processes in aero-dispersed and powdered media*. St. Petersburg, Nedra Publ., 2003, 284 p. (in Russian).
4. Davis S.L., Dittmann T.B., Jacobs G.B., Don W.S. Dispersion of a cloud of particles by a moving shock: Effects of the shape, angle of rotation, and aspect ratio. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2013, vol. 54, no. 6, pp. 900–912. <https://doi.org/10.1134/S0021894413060059>
5. Bulat P.V., Volkov K.N., Ilyina T.Y. Interaction of a shock wave with a cloud of particles. *IEJME — Mathematics education*, 2016, vol. 11, no. 8, pp. 2949–2962.
6. Sadin D.V., Davidchuk V.A. Interaction of a plane shock wave with regions of varying shape and density in a finely divided gas suspension. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2020, vol. 93, no. 2, pp. 474–483. <https://doi.org/10.1007/s10891-020-02143-2>
7. Lyubarskii S.D., Ivanov A.S. Motion of a compressed two-phase medium of bulk density upon sudden expansion. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 1989, vol. 25, no. 3, pp. 335–337. <https://doi.org/10.1007/BF00788810>
8. Ivandaev A.I., Kutushev A.G., Rudakov D.A. Numerical investigation of throwing a powder layer by a compressed gas. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 1995, vol. 31, no. 4, pp. 459–465. <https://doi.org/10.1007/BF00789367>
9. Sadin D.V., Guzenkov V.O., Lyubarskii S.D. Numerical study of the structure of a finely disperse unsteady two-phase jet. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2005, vol. 46, no. 2, pp. 224–229. <https://doi.org/10.1007/s10808-005-0040-6>
10. Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. Shock wave dispersion of gas–particle mixtures. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73. <https://doi.org/10.1134/S1028335816020038>
11. Sadin D.V., Lyubarskii S.D., Gravchenko Y.A. Features of an underexpanded pulsed impact gas-dispersed jet with a high particle concentration. *Technical Physics*, 2017, vol. 62, no. 1, pp. 18–23. <https://doi.org/10.1134/S1063784217010194>
12. Shirokova E.N. A numerical study of the expansion of a gas-particles mixture with axial symmetry. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 606–612 (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-4-606-612>
13. Ivanov A.S., Kozlov V.V., Sadin D.V. Unsteady flow of a two-phase disperse medium from a cylindrical channel of finite dimensions into the atmosphere. *Fluid Dynamics*, 1996, vol. 31, no. 3, pp. 386–391. <https://doi.org/10.1007/BF02030221>
14. Sadin D.V. Application of a hybrid large-particle method to the computation of the interaction of a shock wave with a gas suspension layer. *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 6, pp. 1323–1338. (in Russian). <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-6-1323-1338>
15. Sadin D.V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, no. 12, pp. 2068–2078. <https://doi.org/10.1134/S0965542516120137>
16. Sadin D.V. A balanced algorithm of the hybrid large-particle method and its verification on some test problems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 5, pp. 785–790 (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-5-785-790>

## Author

**Dmitry V. Sadin** — D.Sc., Full Professor, Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, [orcid](https://orcid.org/0000-0001-5335-4847) 6602924618, [sadin@yandex.ru](mailto:sadin@yandex.ru)

Received 22.12.2021  
Approved after reviewing 30.12.2021  
Accepted 21.01.2022