doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-6-1226-1236

УДК 533.6

Математическое и компьютерное моделирование однорядных и двухрядных шестилопастных винтокольцевых движителей

Сергей Юрьевич Дудников¹, Михаил Павлович Булат²,
Леонид Олегович Вокин³✉, Павел Николаевич Кузнецов⁴,
Павел Сергеевич Чернышов⁵

^{1,2,3,4} Севастопольский государственный университет, Севастополь, 299053, Российская Федерация

^{2,3,5} Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация

¹ sydudnikov@sevsu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1955-4313>

² bulat_mh@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9727-673X>

³ leonidvokin@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0003-2944-1822>

⁴ PNKuznetsov@sevsu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1732-922X>

⁵ pashachp8@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1433-4194>

Аннотация

Предмет исследования. Рассмотрена проблема компьютерного моделирования эффективных движителей типа винт в кольце. По опыту применения в рулевых фенестронах вертолетов спаренных лопастей известно, что такая конфигурация создает меньше шума по сравнению с равномерным расположением лопастей по окружности. Однако поток за таким винтом менее равномерный, чем у обычного винта в кольце. Для беспилотных воздушных судов мультикоптерного типа и аэротакси ключевой проблемой является полет на режимах взлета и посадки, а также акустические и вихревые поля, создаваемые движителями на данных режимах. Снижение уровня шума у движителей со спаренными лопастями потенциально может сопровождаться усилением нестационарных вихревых воздействий на летательный аппарат, а также снижением удельной тяги. В данной работе предложена методика численного моделирования винтокольцевых движителей на режиме взлета и посадки, определения оптимального угла между лопастями, а также в сравнении винтокольцевого движителя со спаренными X-образными лопастями с обычными винтами. **Метод.** Расчет турбулентных течений выполнен с использованием нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса с привлечением модели Shear Stress Transport (SST) модели турбулентности и моделирования крупных вихрей с применением модели подсеточной вязкости WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity). В расчетах использована модификация γ - Re_θ Transition SST модели турбулентности Лэнгтри–Ментера, в которой имеются соотношения для критерия перемежаемости. Это позволило учесть ламинарно-турбулентный переход и появление тонких ламинарных отрывных пузырей, влияющих как на тягу винта, так и на неравномерность течения за ним. Тестирование проведено на четырехлопастных винтокольцевых движителях по известным результатам эталонных экспериментов Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н.Е. Жуковского.

Основные результаты. Тестирование γ - Re_θ Transition Shear Stress Transport (tSST) модели турбулентности Лэнгтри–Ментера показало, что она лучше стандартной SST-модели воспроизводит зависимость коэффициентов тяги и мощности от угла установки лопастей. Расчеты показали наличие четко выраженного оптимума по углу между спаренными лопастями. Выполненное сравнение трехлопастного, шестилопастного одинарного и шестилопастного со сдвоенными лопастями винтокольцевых движителей подтвердило, что последний вариант имеет несколько лучшие характеристики тяги и создает существенно меньший уровень шума на местности.

Практическая значимость. Исследованные характеристики винтокольцевого движителя продемонстрировали перспективы применения винтов со сдвоенными лопастями в воздушных судах с вертикальным взлетом и посадкой. Оработанная численная методика может быть непосредственно использована для промышленных расчетов винтов и вентиляторов.

Ключевые слова

беспилотный летательный аппарат, беспилотное воздушное судно, винтокольцевой движитель, математическое и компьютерное моделирование, оптимизация, фенестрон

© Дудников С.Ю., Булат М.П., Вокин Л.О., Кузнецов П.Н., Чернышов П.С., 2022

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в ходе реализации проекта «Фундаментальные основы механики, систем контроля и управления беспилотных авиационных систем с формообразующими конструкциями, глубоко интегрированными с силовыми установками, и уникальными свойствами, не применяемыми сегодня в пилотируемой авиации», № FEFM-2020-0001.

Ссылка для цитирования: Дудников С.Ю., Булат М.П., Вокин Л.О., Кузнецов П.Н., Чернышов П.С. Математическое и компьютерное моделирование однорядных и двухрядных шестилопастных винтокольцевых движителей // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22, № 6. С. 1226–1236. doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-6-1226-1236

Modeling and simulation of one- and two-row six-bladed ducted fans

Sergey Yu. Dudnikov¹, Mikhail P. Bulat², Leonid O. Vokin³✉, Pavel N. Kuznetsov⁴, Pavel S. Chernyshov⁵

^{1,2,3,4} Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation

^{2,3,5} Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation

¹ sydudnikov@sevsu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1955-4313>

² bulat_mh@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-9727-673X>

³ leonidvokin@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0003-2944-1822>

⁴ PNKuznetsov@sevsu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1732-922X>

⁵ pashachp8@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1433-4194>

Abstract

The problem of simulation of efficient ducted fan type propulsors is considered. From experience of operation of twin blades in fantails of helicopters, it is known that this configuration creates less noise compared to a uniform arrangement of the blades around the circumference. However, the flow behind such fan is less uniform than that of a conventional ducted fan. For multicopter-type unmanned aircraft and air taxis, the key problem is flight in take-off and landing modes as well as acoustic and vortex fields created by propulsors in these modes. The decrease in the noise level in propellers with twin blades can potentially be accompanied by an increase in non-stationary vortex effects on the aircraft as well as a decrease in specific thrust. The objectives were to develop a method for simulation of ducted fan propellers in the takeoff and landing mode, to determine the optimal angle between the blades, and to compare a ducted fan with twin X-shaped blades to conventional blade position. Turbulent flows were calculated using transient Reynold-averaged Navier-Stokes equations, complemented by SST turbulence model, and large eddy simulation with WALE subgrid viscosity model. The calculations used the modification γ - Re_θ Transition SST of the Langtry-Menter turbulence model, where there are relations for the intermittency criterion, which made it possible to consider the laminar-turbulent transition and the appearance of thin laminar separation bubbles that affect both the thrust of the propeller and the non-uniformity of the flow behind it. Testing was carried out on four-bladed propellers according to the known results of the TsAGI reference experiments. Testing of the γ - Re_θ Transition SST Langtry-Menter turbulence model showed that it reproduces the dependence of the thrust coefficient and power factor on the blade angle better than the standard SST model. Calculations have shown that there is a clearly defined optimum angle between the paired blades. A comparison of three-bladed, six-bladed single and six-bladed propellers with twin blades showed that the latter option has slightly better thrust characteristics and creates a significantly lower noise level on the ground. The studied characteristics of ducted fans demonstrate the prospects for the use of propellers with twin blades in aircraft with vertical takeoff and landing. The developed numerical method can be directly used for industrial calculations of propellers and fans.

Keywords

unmanned aerial vehicle, unmanned aircraft, ducted fan, modeling and simulation, optimization, fenestron

Acknowledgements

This work was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in the course of the project “Fundamental bases of mechanics, control and management systems for unmanned aircraft systems with shaping structures deeply integrated with propulsion systems and unique properties not used today in manned aviation”, No. FEFM-2020-0001.

For citation: Dudnikov S.Yu., Bulat M.P., Vokin L.O., Kuznetsov P.N., Chernyshov P.S. Modeling and simulation of one- and two-row six-bladed ducted fans. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 6, pp. 1226–1236 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-6-1226-1236

Введение

Цель работы — разработка метода численного моделирования винтокольцевых движителей (ВКД) и исследование винтов со спаренными лопастями (рис. 1). Винт в кольце является более сложным движителем, чем винт. Впервые он широко был применен в качестве

рулевого винта на вертолетах. Такие винты получили название фенестрон (зарегистрированное название, принадлежащее компании Eurocopter, в настоящее время Airbus Helicopters). Спаренные лопасти также получили впервые распространение на фенестронах вертолетов как более «тихие» движители, чем обычные винты.

Рис. 1. Фенестрон со спаренными лопастями вертолета Ka-62

Fig. 1. Fenestron with twin blades of the Ka-62 helicopter

Среди потенциальных транспортных малогабаритных беспилотных летательных аппаратов (БЛА) получил развитие новый класс сравнительно небольших мультироторных летательных аппаратов. Квадрокоптеры (летательные аппараты с четырьмя несущими винтами, две пары из которых вращаются в противоположных направлениях) обладают рядом преимуществ (компактность, маневренность, малая взлетная масса при значительной массе полезной нагрузки) перед другими типами БЛА [1]. Для обеспечения эффективного функционирования на различных режимах полета на этапе проектирования необходимо комплексное решение ряда проблем, связанных с улучшением аэродинамических характеристик летательного аппарата и его различных систем. В частности, важным является вопрос, связанный с определением характеристик винтового движителя и его влияния на другие части БЛА [2]. Имеющиеся результаты численных и экспериментальных исследований показали, что работа винтового движителя оказывает существенное влияние на аэродинамические силы и моментные характеристики БЛА [3, 4].

Улучшение аэродинамических и аэроакустических характеристик квадрокоптера тесно связано с определением оптимальных параметров ВКД. Эта задача является сложной и многокритериальной, наличие кольца еще более усложняет анализ, так как добавляются дополнительные переменные, описывающие взаимодействие винта и профилированного канала [5–9].

Один из инструментов оптимизации существующих и поиска новых схем и компоновок БЛА — численное моделирование. При этом имеется возможность не только рассчитывать тяговые характеристики ВКД, но и исследовать течение, формирующееся за винтом. В работе [10] выполнен обзор экспериментальных и численных исследований. Исследования движителей подобного типа осуществляются методом натурного эксперимента [11–14] и численными методами, в том числе RANS/URANS [15–17] и вихререзающими подходами к моделированию турбулентных течений [18]. Сравнение результатов расчета течения в ВКД, перемещающемся со скольжением, с эксперименталь-

ными данными [19] продемонстрировали хорошее совпадение. Разработанные программные средства в настоящее время позволяют моделировать особенности обтекания как изолированного несущего винта с упругими лопастями, совершающими маховое движение, как у вертолета, так и совместно с фюзеляжем и рулевым винтом [20–22]. В частности, вихререзающие методы моделирования турбулентных течений Detached Eddy Simulation (DES) применяются в работе [23] для решения сопряженной задачи расчета аэроупругой деформации лопастей вертолетного винта.

Важное значение также приобретает анализ акустического шума, генерируемого ВКД и БЛА в целом. Регистрация и обработка акустического сигнала представляет интерес для идентификации БЛА и выполняемого им маневра, а также для извлечения информации, полезной для контроля за местоположением и параметрами движения. Жесткие требования по уровню шума на местности предъявляются к БЛА транспортного назначения и будущему перспективному виду транспорта — аэротакси.

Возможности по моделированию аэродинамики винтов, которые открываются с появлением нелинейной нестационарной вихревой теории винта на основе тонкой несущей поверхности, позволили приступить к исследованию аэроакустических характеристик винтов в дальнем поле. Метод определения нелинейных аэродинамических характеристик в нестационарной постановке на основе тонкой несущей поверхности представлен в работе [24]. В [25] смоделировано обтекание шестилопастного винта с использованием TVD-схем (Total Variation Diminishing) на тетраэдральной сетке, а расчет акустического шума в дальнем поле произведен с помощью методики Фокса Уилльямса–Хокингса. Данная методика использована в настоящей работе. Моделирование обтекания несущего винта в общем случае движения, определение его аэродинамических и акустических характеристик проведены в работах [26, 27].

Для изучения закономерностей движения квадрокоптера часто используется математическая модель, описывающая движение твердого тела с шестью степенями свободы [28, 29], которая может применяться и с учетом увеличения подъемной силы за счет экранного эффекта, возникающего вблизи поверхности земли [30].

В данной работе предложена методика численного эксперимента и исследован винт в кольце ВКЗХ-К6 со двоянными лопастями (рис. 2), где К6 — тип лопасти.

Геометрическая модель

Рассмотрим геометрическую модель со следующими параметрами: угол смещения лопастей винта в двухрядной конфигурации $\Delta\psi$, продольное смещение лопастей δ , угол отклонения ВКД от вертикали γ . Величины $\Delta\psi$ и δ являются варьируемыми и подлежат оптимизации, угол наклона — внешняя переменная или параметр решаемой задачи γ (примем $\gamma = 0$).

Для сравнения выбраны ВКД с трех-, четырех- и шестилопастными винтами (рис. 3, *a–c*), а также двухрядным шестилопастным винтом (рис. 3, *d*). Отработка

Рис. 2. Схема исследуемого винтокольцевого движителя: $\Delta\psi$ — угол смещения лопастей винта; D — диаметр винта; δ — продольное смещение лопастей; L — осевая протяженность винтокольцевого движителя; U — скорость набегающего потока; γ — угол отклонения винтокольцевого движителя от вертикали.

a — вид при $\gamma = 0$; b — вид при $\gamma \neq 0$

Fig. 2. Scheme of the researched ducted fan: $\Delta\psi$ — displacement angle of the fan blades; D — fan diameter; δ — longitudinal displacement of the blades; L — axial extension of the ducted fan; U — incoming flow velocity; γ — angle of deviation of the ducted fan from the vertical

Рис. 3. Винтокольцевые движители, выбранные для сравнительных исследований: BK3-K6 (a), BK4-K6 (b), BK6-K6 (c), BK3 x 3-K6 (d)

Fig. 3. Ducted fans selected for comparative studies

численной методики выполнена на ВКД с четырехлопастным винтом BK4-K184В.

Моделирование выполнено для диаметров: винта D_B , равном 760 мм, и втулки винта — $0,258 D_B$, при характеристиках: лопастей винтов K6 (рис. 4) и винта K184В (рис. 5). Относительная ширина лопасти принята $\bar{b} = 0,0875$.

Во внутренних сечениях лопасти винта K6 до $r < 0,572R$ использованы профили П-117, во внешних — профили П-105а. У профиля П-105а кривизна постоянная $f = 7\%$ (горизонтальный участок $f = 7\%_2$, рис. 4, a), у профиля П-117 меняется по закону $\bar{f} = 11 - \frac{c}{3}$ (криволинейный участок при $\bar{r} \lesssim 0,6$, рис. 4, a).

Угол установки лопастей $\varphi_{0,75}$ на относительном радиусе $\bar{r} = r/R = 0,75$, где R — радиус винта задан на уровне $\varphi_{0,75} = 28^\circ$. Данный размер угла выбран исходя из известных эффективных углов установки существующих тяжело нагруженных винтов и угла поворота профиля на комеле лопасти, который не должен превышать 90° .

Расчетная область и разностная сетка

Расчетная область состоит из вращающейся (ротор) и стационарной (статор) подобластей, для учета взаи-

Рис. 4. Геометрические характеристики лопасти винта K6: $\bar{f}$ и $\bar{b}$ — относительная кривизна и ширина профиля (a); $\bar{c}$ — относительная толщина профиля и $\bar{\varphi}$ — крутка лопасти (b); $\bar{r}$ — относительный радиус сечения лопасти

Fig. 4. Geometric characteristics of the K6 fan blade $\bar{f}$ — relative profile curvature; $\bar{b}$ — relative fan blade width (a); $\bar{c}$ — relative profile thickness; $\bar{\varphi}$ — blade twist (b); $\bar{r}$ — relative sectional radius of the fan blade

Рис. 5. Сравнение характеристик лопасти винта K184/K184B и самолетных винтов (a-d) и серии профилей (e, f).

221п (передний) и 221з (задний) — винты самолета Ан-22; АВ-68 — винт самолета Ан-24; П-117, П-105а, СР-15 — профили $\bar{y}_{сим}$ и $\bar{y}_{ср.л}$ — координаты симметричной части и средней линии профиля; $\bar{x}$ — относительная длина хорды
 Fig. 5. Characteristics of the K184 / K184V fan blade and the series of profiles used. For comparison, the characteristics of aircraft fans 221п (front), 221з (rear) of the An-22 aircraft and AV-68 of the An-24 aircraft are given: $\bar{f}$ — relative profile curvature, $\bar{c}$ — relative profile thickness, $\bar{\varphi}$ — blade twist, $\bar{y}_{сим}$ — coordinate of the symmetrical part of the profile, $\bar{y}_{ср.л}$ — profile midline coordinate, $\bar{x}$ — relative chord length

модействия которых и сшивки результатов расчетов в каждой из подобластей применена технология скользящих сеток. Граница разбиения не является конструктивным элементом устройства, а представляет собой

вспомогательную поверхность вращения, разделяющую расчетную сетку на несколько частей. Ротор рассчитан во вращающейся системе координат, а статор — в стационарной. При таком подходе к решению задачи

изменение расчетной сетки при изменении положения вращающегося тела не происходит, поскольку сетка в роторе вращается за подвижными деталями устройства.

Расчет выполним на неструктурированной сетке, состоящей из тетраэдральных ячеек. Общее количество ячеек составляет примерно три миллиона для основных расчетов. К твердым стенкам примыкает часть сетки с призматическими ячейками. Толщина призматического слоя предположительно равна 1 мм. Сетка сгенерирована со сгущением на всех твердых поверхностях, с целью получения параметра $y^+ \approx 1$. Для этого задана толщина первого слоя в 0,002 мм, отношение толщин соседних слоев — 2, общее количество слоев — 15. Дополнительное условие на допустимый угол кривизны в 4° задано на входной кромке с целью неискажения ее поверхности при генерации сетки. В связи с симметрией винта и осевым режимом обтекания смоделирован не весь винт, а сектор с одной сдвоенной лопастью с постановкой периодических граничных условий на меридиональных плоскостях сектора.

Математическая модель и метод

Выполним численные расчеты при фиксированной скорости вращения $f = 3000$ об/мин. Число Рейнольдса рассчитано по хорде лопасти и ее концевой скорости и равно $Re = 5,8 \cdot 10^5$, при этом скорость набегающего потока равна нулю. Расчеты проведены для углов смещения лопастей винта $\Delta\psi$ в интервале от 20 до 40° и продольных смещений лопастей винта δ — от 63 до 91 мм.

Для моделирования течения, индуцированного вращением лопастей, использованы полные уравнения Навье–Стокса, описывающие течение вязкого сжимаемого газа. Моделирование турбулентности осуществлено при помощи нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса с привлечением γ - Re_θ Transition Shear Stress Transport (tSST) модели турбулентности Лэнгтри–Ментера. Проведено моделирование крупных вихрей с использованием модели подсеточной вязкости WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity). Для вычисления плотности выбрана модель идеального газа. Вязкость среды считается постоянной.

Для дискретизации основных уравнений применен метод конечных объемов на неструктурированных сетках и среднемедианный контрольный объем [31]. Интегрирование по времени выполнено методом Рунге–Кутты 3-го порядка. Дискретизация невязких потоков осуществлена при помощи монотонной противопоточной схемы для законов сохранения Monotonic Upstream Schemes for Conservation Laws (MUSCL), а вязких потоков — с помощью центрированной схемы 2-го порядка точности. Использование схемы MUSCL позволило повысить порядок аппроксимации по пространственным переменным без потери монотонности решения и соблюсти условие TVD. Схема представляет собой комбинацию центрированных конечных разностей 2-го порядка и диссипативного члена, для переключения между которыми служит ограничитель потока, построенный на основе характеристических переменных. Определение градиента и псевдолапласиана

в серединной точке грани контрольного объема произведено на основе соотношений, приспособленных для расчетов на сильно растянутых сетках, используемых в пограничном слое. Для решения системы разностных уравнений применен геометрический многосеточный метод [32]. Система сеток различной разрешающей способности построена при помощи метода схлопывающихся граней.

На входе в расчетную область задана скорость и полная температура, а на остальных границах зафиксировано статическое давление. Степень турбулентности на входной границе установлена равной 5 %, а отношение турбулентной вязкости к динамической вязкости воздуха отличается в 10 раз. На стенках для динамических переменных применены условия прилипания и непротекания, а для температуры — равенства нулю теплового потока.

Для ускорения сходимости задано ненулевое начальное распределение скоростей и давления. Для их нахождения использована модель замороженного ротора, которая позволила получить близкое к реальному начальное распределение искомых функций на достаточно грубой сетке. В рамках приближения замороженного ротора геометрия замирает в определенном положении, что позволило исследовать поле потока для выбранного положения ротора (лопасти неподвижны относительно канала, а к окружающей области приложены центробежные силы). При использовании модели замороженного ротора также отключается обновление положения вращающейся сетки относительно неподвижной, что уменьшило время расчета одной итерации.

В результате численного моделирования ВКД получены значения: поля давления; скорости в расчетной зоне и непосредственно на поверхности лопасти, что позволяет определить аэродинамические характеристики движителя на различных режимах.

По результатам численного расчета определены: сила тяги, создаваемая лопастями винта P_L ; сила тяги кольца ВКД P_K ; сила сопротивления обтекателя втулки воздушного винта P_0 ; момент сопротивления вращению M . Полученные силовые характеристики позволили определить суммарную силу тяги винта при условии $P = P_L + P_K - P_0$.

Определим необходимую мощность на валу:

$$N = \pi n M / 30,$$

где N — потребляемая мощность винта; n — скорость вращения.

Вычислим коэффициент тяги по формуле

$$\alpha = P / \rho n_c^2 D^4,$$

где P — сила тяги; ρ — плотность воздуха; n_c — число оборотов в секунду; D — диаметр винта.

Коэффициент мощности вычислим по формуле

$$\beta = N / \rho n_c^3 D^5.$$

Результаты аэродинамических расчетов используем для моделирования распространения акустических возмущений в ближнем и дальнем полях и для опреде-

ления аэроакустических характеристик ВКД. Расчеты проведены с шагом по времени $5 \cdot 10^{-6}$, что соответствует разрешению волн с частотой до 50 кГц. Расчет акустических характеристик ВКД основан на интегральном методе Фокса Уилльямса–Хокинга. Решение акустической задачи найдено в виде суммы поверхностного интеграла от функции давления и пульсации скорости и пространственного интеграла от функции распределения квадрупольных источников. При малых числах Маха квадрупольными источниками можно пренебречь, а контрольную поверхность интегрирования необходимо сравнить с поверхностью обтекаемого тела [33]. В этом случае акустическое поле обтекаемого тела определим величиной нестационарных динамических нагрузок, действующих на него со стороны потока. Учет поверхностных интегралов существенно усложняет метод при исследовании шумоизлучения тел сложной пространственной конфигурации и снижает производительность расчетов.

Результаты и их анализ

Произведем расчеты в следующей последовательности. Протестируем модели турбулентности: Спаларта–Аллмараса (SA) [34], $k-\omega$ SST Ментора [35] и четырехпараметрическая Transition SST $\gamma-Re_\theta$ модель Ленгтри (tSST) [36]. При помощи выбранной модели исследуем ВКД с X-образными сдвоенными лопастями (рис. 2), определим оптимальные угол $\Delta\psi$ и зазор δ . Оптимальный ВКД ВК3Х-К6 сравним с остальными ВКД по тяге и потребляемой мощности на валу. Сравнение по уровню акустического шума на местности выполним с ВКД ВК6-К6, который наиболее близок изучаемому ВК3Х-К6 по тяговым характеристикам.

Тестирование моделей турбулентности осуществим на постепенно сгущающейся сетке до тех пор, пока необходимые измерения не выполнены для всех моделей. Окончательная разностная сетка состоит из 980 475 ячеек. Для модели SST сделаем сравнение двух решателей CFX и Fluent, включенных в пакет ANSYS, которые отличаются тем, что в CFX значения переменных вычисляются в вершинах ячеек, а во Fluent в центрах

ячеек. Тестирование моделей показало, что tSST-модель имеет наилучшее совпадение с результатами эксперимента (рис. 6, а). Видно, что до угла установки лопасти $\varphi_{0,75} = 35^\circ$, когда винт переходит на закритические отрывные режимы, результаты, полученные при помощи tSST, совпадают с экспериментальными. У стандартной SST-модели падение тяги начинается раньше. Причина состоит в том, что при угле $\varphi_{0,75} = 35^\circ$ на лопастях образуется тонкий ламинарный пузырь, который меняет обтекание лопасти таким образом, как будто увеличивается кривизна профиля. Модель tSST благодаря наличию механизма учета ламинарно-турбулентного перехода адекватно воспроизводит это явление. Модель SST считает поток с развитой турбулентностью, поэтому воспроизводить ламинарные отрывные пузыри она не может. Отметим, что для моделирования течения в ВКД на закритических режимах необходимо привлечь вихререзающие методы.

На рис. 6, b приведено сравнение результатов, полученных во Fluent и CFX для модели SST. На безотрывных режимах до $\varphi_{0,75} = 35^\circ$ они идентичны. В момент появления ламинарных отрывных пузырей CFX предсказывает более развитое отрывное течение, сопровождающееся сильным падением тяги.

Дальнейшие расчеты выполнены для решателя во Fluent с применением tSST-модели турбулентности. Результаты моделирования показали, что до угла между сдвоенными лопастями $\Delta\psi = 30^\circ$ характер течения меняется слабо, тяга и потребляемая мощность постепенно растут, а параметр «мощность на единицу тяги» (это замена понятия коэффициент полезного действия при работе винта на месте) N/P остается примерно постоянным. Линия стекания эжектируемого потока на внешней поверхности кольца почти вертикальная. За линией стекания вектор скорости направлен по потоку, т. е. эжектируемый поток вносит свой вклад в создание тяги (рис. 7, а). При дальнейшем увеличении $\Delta\psi$ линии тока за линией растекания отклоняются против потока. Образуется отрывной пузырь, в котором поток движется навстречу вектору тяги (рис. 7, b), и только за счет вязкого взаимодействия с выхлопной струей ВКД он разворачивается по потоку, но при этом уменьшается

Рис. 6. Сравнения моделей турбулентности с результатами эксперимента (а) и решателей Fluent и CFX (b).

Символом $\blacklozenge$ отмечены углы установки лопасти $\varphi_{0,75}$ равные 35° и 40° , при которых винт работает на закритических режимах

Fig. 6. Comparison of various turbulence models with experimental results (a) and Fluent and CFX solvers (b).

The symbol $\blacklozenge$ marks the blade installation angles $\varphi_{0,75} = 35^\circ$ and 40° at which the fan operates in supercritical modes

Рис. 7. Сравнение картины течения при угле между лопастями $\Delta\psi = 30^\circ$ (a) и $\Delta\psi = 40^\circ$ (b)
 Fig. 7. Comparison of the flow pattern at an angle between the blades $\Delta\psi = 30^\circ$ (a) and $\Delta\psi = 40^\circ$ (b)

Таблица. Сравнение характеристик ВКД при различных $\Delta\psi$ и δ
 Table. Comparison of ducted fans characteristics of at different $\Delta\psi$ and δ

δ , мм	$\Delta\psi$	Мощность N , кВт	Тяга P , кгс	N/P , кВт/кгс	Мощность N , кВт	Тяга P , кгс	N/P , кВт/кгс
63	20°	21,32	78,68	0,27	15,75	68,26	0,23
	30°	22,51	81,01	0,28		63,91	0,25
	40°	23,07	79,85	0,29		61,89	0,25
91	30°	22,20	79,62	0,28		63,32	0,25

импульс потока за ВКД, следовательно, уменьшается и сила тяги.

После определения оптимального угла $\Delta\psi$ выполнено исследование характеристик ВКД при разных его значениях и граничных расстояниях δ от 63 до 91 мм. Значение $\delta_{\text{опт}} = 91$ мм установлено оптимальным и является минимальным значением N/P .

Картина течения при этом практически не отличается от рис. 7, a. Обобщенные результаты расчетов характеристик для граничных расстояний и при фиксированной мощности двигателя в 15 кВт приведены в таблице. Зависимость тяги от $\Delta\psi$ приведена на рис. 8.

ВКД с трехлопастный винтом уступает при максимальном использовании подведенной мощности всем

другим типам винтов примерно на 20 %. Если же нагрузка мощностью умеренная, то данный ВКД создает несколько большую тягу.

Выполним полученных анализ результатов. Винт с $\Delta\psi = 30^\circ$ соответствует ВКЗ $\times$ 3-К6 (рис. 3, c). На максимальной мощности такой винт продемонстрировал максимальную из всех вариантов тягу. Однако при заданной мощности около 15 кВт, когда потенциал винта использован не полностью и частота вращения меньше 3000 об/мин наибольшую тягу дает винт с $\Delta\psi = 20^\circ$. Наивысшую эффективность N/P имеет также Х-образный винт с $\Delta\psi = 20^\circ$. При максимальной частоте

Рис. 8. Зависимость тяги P от угла смещения лопастей винта $\Delta\psi$ при расстоянии между дисками винта $\delta = 63$ мм
 Fig. 8. Dependence of thrust P on the angle of displacement of the fan blades $\Delta\psi$ at a distance between the fan disks $\delta = 63$ mm

Рис. 9. Спектр шума, создаваемого ВКД ВК6-К6 на оси, на расстоянии 3 м за винтом
 Fig. 9. Noise spectrum generated by ducted fan VK6-K6 on the axis, at a distance of 3 m behind the fan

те вращения 3000 об/мин получен парадоксальный на первый взгляд результат $P_{\Delta\psi = 40^\circ} > P_{\Delta\psi = 20^\circ}$, который характерен для существенно большей подведенной мощности.

Таким образом, наилучшими характеристиками обладает ВКД ВКЗХ-К6 с $\Delta\psi = 20^\circ$. Оптимальное значение расстояния между дисками $\delta_{\text{опт}} = 91$ мм.

Полученные в процессе нестационарного газодинамического расчета пульсации давления во времени позволили определить акустические характеристики ВКД как в ближнем, так и в дальнем полях. Наиболее важными характеристиками являются: зависимость общего уровня звукового давления от направления на точку наблюдения и спектральный состав акустического сигнала в точках наблюдения.

Акустические характеристики изучены для шестилопастного ВКД ВК6-К6 и ВКЗХ-К6 с $\Delta\psi = 20^\circ$. Интуитивно понятно, что повышение эффективности ВКЗХ-К6 с $\Delta\psi = 20^\circ$ достигается за счет уменьшения индуктивного сопротивления, соответственно, снижается интенсивность концевых вихрей, что должно сопровождаться снижением уровня шума. Измерения проведены на расстоянии 4 м в плоскости вращения винта и на расстоянии 3 м за винтом на оси его вращения. Для ВКЗХ-К6 с $\Delta\psi = 20^\circ$ интегральный уровень шума составил 82 дБ в плоскости вращения и 78 дБ на оси вращения. Для ВК6-К6 — 100,1 дБ и 89,2 дБ соответственно. Отметим, что у обычного винта присутствуют выраженные частоты дискретного тона, причем в высокочастотной области (рис. 9). У ВКЗХ-К6 с $\Delta\psi = 20^\circ$ спектр излучения равномерный, пик смещен в область низкочастотного излучения с частотой $f = 50\text{--}200$ Гц.

Заключение

Разработан метод численного моделирования винтокольцевых движителей. Исследованы модели турбулентности Спаларта-Аллмараса (SA), $\kappa\text{-}\omega$ SST (Shear Stress Transport) модели турбулентности Ментора и четырехпараметрическая Transition SST $\gamma\text{-Re}_\theta$ модель Ленгтри (tSST). Показано, что наилучшие результаты в моделировании потока внутри кольца продемонстрировала модель Transition SST, что связано со способностью данной модели воспроизводить тонкие ламинарные отрывные пузыри. Выполнено численное исследование винтокольцевых движителей с винтами нескольких типов: трехлопастным, шестилопастным и двумя трехлопастными винтами, вращающимися в одну сторону, лопасти которых смещены на различные углы. В результате получено, что двухрядный винт с расстоянием между дисками вращения 91 мм и углом смещения лопастей 20° показал наивысшую эффективность работы за счет наименьшего уровня индуктивного сопротивления. Этот же винт является самым малозумным, кроме того, в спектре создаваемого им акустического излучения отсутствуют высокочастотные гармоники дискретного тона, а максимум спектра смещен в низкочастотную область, что субъективно ощущается более благоприятно. Преимущество в тяге и эффективности проявилось при максимальной нагрузке винта мощностью. При средней нагрузке наилучшие характеристики имеет обычный трехлопастный винт. При этом снижение шума при X-образной компоновке лопастей наблюдается при любой подведенной мощности.

Таким образом, винты и вентиляторы с неравномерным размещением лопастей по азимуту должны исследоваться активнее.

Литература

1. Chovancová A., Fico T., Chovanec L., Hubinský P. Mathematical modelling and parameter identification of quadrotor (a survey) // *Procedia Engineering*. 2014. V. 96. P. 172–181. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.139>
2. Остроухов С.П. Аэродинамика воздушных винтов и винтокольцевых движителей. М.: Физматлит, 2014. 328 с.
3. Бузыкин О.Г., Казаков А.В., Шустов А.В. Численное моделирование аэродинамических характеристик малоразмерного летательного аппарата // *Ученые записки ЦАГИ*. 2010. Т. 41. № 5. С. 21–31.
4. Назаров Д.В., Кондрякова А.В. Исследование обтекания винта с применением численных и экспериментальных методов // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2018. Т. 20. № 4-1. С. 70–75.
5. Rumsey C.L., Biedron R., Farassat F., Spence P. Ducted-fan engine acoustic predictions using a Navier-Stokes code // *Journal of Sound and Vibration*. 1998. V. 213. N 4. P. 643–664. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1519>
6. Reboul G., Polacsek C., Lewy S., Heib S. Aeroacoustic computation of ducted-fan broadband noise using LES data // *Journal of the Acoustical Society of America*. 2008. V. 123. N 5. P. 3539. <https://doi.org/10.1121/1.2934519>
7. Myers L., Rhee W., McLaughlin D. Aeroacoustics of vertical lift ducted rotors // *Proc. of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*. 2009. P. 2009-3333. <https://doi.org/10.2514/6.2009-3333>
8. Astley R., Sugimoto R., Achunche I., Kewin M., Mustafi P., Deane E. A review of CAA for fan duct propagation and radiation, with application to liner optimisation // *Procedia Engineering*. 2010. V. 6. P. 143–152. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2010.09.016>

References

1. Chovancová A., Fico T., Chovanec L., Hubinský P. Mathematical modelling and parameter identification of quadrotor (a survey). *Procedia Engineering*, 2014, vol. 96, pp. 172–181. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.139>
2. Ostroukhov S.P. *Aerodynamics of Aircraft Propellers and Annular Circular Propellers*. Moscow, Fizmatlit, 2014, 328 p. (in Russian)
3. Buzikin O.G., Kazakov A.V., Shustov A.V. Numerical simulation of the aerodynamic performance of a micro air vehicle. *TSAGI Science Journal*. 2010, vol. 41, no. 5, pp. 535–550. <https://doi.org/10.1615/TsAGISciJ.v41.i5.40>
4. Nazarov D., Kondryakova A. Analysis of the flow past the screw with the use of numerical and experimental simulation. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2018, vol. 20, no. 4-1, pp. 70–75. (in Russian)
5. Rumsey C.L., Biedron R., Farassat F., Spence P. Ducted-fan engine acoustic predictions using a Navier-Stokes code. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, vol. 213, no. 4, pp. 643–664. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1519>
6. Reboul G., Polacsek C., Lewy S., Heib S. Aeroacoustic computation of ducted-fan broadband noise using LES data. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2008, vol. 123, no. 5, pp. 3539. <https://doi.org/10.1121/1.2934519>
7. Myers L., Rhee W., McLaughlin D. Aeroacoustics of vertical lift ducted rotors. *Proc. of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2009, pp. 2009-3333. <https://doi.org/10.2514/6.2009-3333>
8. Astley R., Sugimoto R., Achunche I., Kewin M., Mustafi P., Deane E. A review of CAA for fan duct propagation and radiation, with application to liner optimization. *Procedia Engineering*, 2010, vol. 6, pp. 143–152. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2010.09.016>

9. Malgoezar A.M., Vieira A., Snellen M., Simons D.G., Veldhuis L.L. Experimental characterization of noise radiation from a ducted propeller of an unmanned aerial vehicle // *International Journal of Aeroacoustics*. 2019. V. 18. N 4-5. P. 372–391 <https://doi.org/10.1177/1475472X19852952>
10. Zhang T., Barakos G.N. Review on ducted fans for compound rotorcraft // *The Aeronautical Journal*. 2020. V. 124. N 1277. P. 941–974. <https://doi.org/10.1017/aer.2019.164>
11. Akturk A., Shavaliikul A., Camci C. PIV measurements and computational study of a 5-inch ducted fan for V/STOL UAV applications // *Proc. of the 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. 2009. P. 2009-332. <https://doi.org/10.2514/6.2009-332>
12. Akturk A., Camci C. Experimental and computational assessment of a ducted-fan rotor flow model // *Journal of Aircraft*. 2012. V. 49. N 3. P. 885–897. <https://doi.org/10.2514/1.C031562>
13. Yilmaz S., Erdem D., Kavsaoglu M. Effects of duct shape on a ducted propeller performance // *Proc. of the 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. 2013. P. 2013–0803. <https://doi.org/10.2514/6.2013-803>
14. Akturk A., Camci C. Tip clearance investigation of a ducted fan used in VTOL unmanned aerial vehicles. Part I: Baseline experiments and computational validation // *Journal of Turbomachinery*. 2014. V. 136. N 2. P. 021004. <https://doi.org/10.1115/1.4023468>
15. Xu H.-Y., Xing S.-L., Ye Z.-Y. Numerical study of ducted-fan lip stall suppression based on inflatable leading lip cell // *Procedia Engineering*. 2015. V. 126. P. 158–162. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.11.202>
16. Biava M., Barakos G.N. Optimisation of ducted propellers for hybrid air vehicles using high-fidelity CFD // *The Aeronautical Journal*. 2016. V. 120. N 1232. P. 1632–1657. <https://doi.org/10.1017/aer.2016.78>
17. Chen J., Li L., Huang G., Xiang X. Numerical investigations of ducted fan aerodynamic performance with tip-jet // *Aerospace Science and Technology*. 2018. V. 78. P. 510–521. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.05.016>
18. Ohanian O.J., Karni E.D., Londenberg W.K., Gelhausen P.A., Inman D.J. Ducted-fan force and moment control via steady and synthetic jets // *Journal of Aircraft*. 2011. V. 48. N 2. P. 514–526. <https://doi.org/10.2514/1.C031110>
19. Мойзых Е.И., Завалов О.А., Кузнецов А.В. Экспериментальные исследования аэродинамических характеристик дистанционно-пилотируемого летательного аппарата с несущей системой «винт в кольце» // *Труды МАИ*. 2012. № 50. С. 11.
20. Dehaeze F., Barakos G.N. Hovering rotor computations using an aeroelastic blade model // *The Aeronautical Journal*. 2012. V. 116. N 1180. P. 621–649. <https://doi.org/10.1017/S0001924000007107>
21. Абалакин И.В., Бахвалов П.А., Бобков В.Г., Козубская Т.К., Аникин В.А. Численное моделирование аэродинамических и акустических характеристик винта в кольце // *Математическое моделирование*. 2015. Т. 27. № 10. С. 125–144.
22. Абалакин И.В., Аникин В.А., Бахвалов П.А., Бобков В.Г., Козубская Т.К. Численное исследование аэродинамических и акустических свойств винта в кольце // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2016. № 3. С. 130–145. <https://doi.org/10.7868/S0568528116030026>
23. Диизи Ф., Баракос Дж., Кусюмов А.Н., Кусюмов С.А., Михайлов С.А. DES-моделирование обтекания несущего винта вертолета // *Известия вузов. Авиационная техника*. 2018. № 1. С. 40–46.
24. Головкин М.А., Кочиш С.И., Крицкий Б.С. Методика расчета аэродинамических характеристик комбинированной несущей системы летательного аппарата // *Труды МАИ*. 2012. № 55. С. 5.
25. Копьев В.Ф., Титарев В.А., Беляев И.В. Разработка методологии расчета шума винтов с использованием суперкомпьютеров // *Ученые записки ЦАГИ*. 2014. Т. 45. № 2. С. 78–106.
26. Costes M., Renaud T., Rodriguez B. Rotorcraft simulations: a challenge for CFD // *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 2012. V. 26. N 6-8. P. 383–405. <https://doi.org/10.1080/10618562.2012.726710>
27. Costes M., Renaud T., Rodriguez B., Reboul G. Application of vorticity confinement to rotor wake simulations // *International Journal of Engineering Systems, Modelling and Simulation*. 2012. V. 4. N 1-2. P. 102–112. <https://doi.org/10.1504/ijesms.2012.044848>
28. Попов Н.И., Емельянова О.В., Яцун С.Ф. Моделирование динамики квалдрокоптера // *Вестник Воронежского института ГПС МЧС России*. 2014. № 4(13). С. 69–75.
9. Malgoezar A.M., Vieira A., Snellen M., Simons D.G., Veldhuis L.L. Experimental characterization of noise radiation from a ducted propeller of an unmanned aerial vehicle. *International Journal of Aeroacoustics*, 2019, vol. 18, no. 4-5, pp. 372–391 <https://doi.org/10.1177/1475472X19852952>
10. Zhang T., Barakos G.N. Review on ducted fans for compound rotorcraft. *The Aeronautical Journal*, 2020, vol. 124, no. 1277, pp. 941–974. <https://doi.org/10.1017/aer.2019.164>
11. Akturk A., Shavaliikul A., Camci C. PIV measurements and computational study of a 5-inch ducted fan for V/STOL UAV applications. *Proc. of the 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2009, pp. 2009-332. <https://doi.org/10.2514/6.2009-332>
12. Akturk A., Camci C. Experimental and computational assessment of a ducted-fan rotor flow model. *Journal of Aircraft*, 2012, vol. 49, no. 3, pp. 885–897. <https://doi.org/10.2514/1.C031562>
13. Yilmaz S., Erdem D., Kavsaoglu M. Effects of duct shape on a ducted propeller performance. *Proc. of the 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2013, pp. 2013–0803. <https://doi.org/10.2514/6.2013-803>
14. Akturk A., Camci C. Tip clearance investigation of a ducted fan used in VTOL unmanned aerial vehicles. Part I: Baseline experiments and computational validation. *Journal of Turbomachinery*, 2014, vol. 136, no. 2, pp. 021004. <https://doi.org/10.1115/1.4023468>
15. Xu H.-Y., Xing S.-L., Ye Z.-Y. Numerical study of ducted-fan lip stall suppression based on inflatable leading lip cell. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 126, pp. 158–162. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.11.202>
16. Biava M., Barakos G.N. Optimisation of ducted propellers for hybrid air vehicles using high-fidelity CFD. *The Aeronautical Journal*, 2016, vol. 120, no. 1232, pp. 1632–1657. <https://doi.org/10.1017/aer.2016.78>
17. Chen J., Li L., Huang G., Xiang X. Numerical investigations of ducted fan aerodynamic performance with tip-jet. *Aerospace Science and Technology*, 2018, vol. 78, pp. 510–521. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.05.016>
18. Ohanian O.J., Karni E.D., Londenberg W.K., Gelhausen P.A., Inman D.J. Ducted-fan force and moment control via steady and synthetic jets. *Journal of Aircraft*, 2011, vol. 48, no. 2, pp. 514–526. <https://doi.org/10.2514/1.C031110>
19. Mojzyh E.I., Zavalov O.A., Kuznetsov A.V. Experimental investigation of aerodynamic characteristics of unmanned aerial vehicle with lifted system of shrouded rotor. *Trudy MAI*, 2012, no. 50, pp. 11. (in Russian)
20. Dehaeze F., Barakos G.N. Hovering rotor computations using an aeroelastic blade model. *The Aeronautical Journal*, 2012, vol. 116, no. 1180, pp. 621–649. <https://doi.org/10.1017/S0001924000007107>
21. Abalakin I.V., Bakhvalov P.A., Bobkov V.G., Kozubskaya T.K., Anikin V.A. Numerical simulation of aerodynamic and acoustic characteristics of rotor in ring. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2015, vol. 27, no. 10, pp. 125–144. (in Russian)
22. Abalakin I.V., Anikin V.A., Bakhvalov P.A., Bobkov V.G., Kozubskaya T.K. Numerical investigation of the aerodynamic and acoustical properties of a shrouded rotor. *Fluid Dynamics*, 2016, vol. 51, no. 3, pp. 419–433. <https://doi.org/10.1134/S0015462816030145>
23. Dehaeze F., Barakos G.N., Kusyumov A.N., Kusyumov S.A., Mikhailov S.A. Exploring the detached-eddy simulation for main rotor flows. *Russian Aeronautics*, 2018, vol. 61, no. 1, pp. 37–44. <https://doi.org/10.3103/S1068799818010063>
24. Golovkin M.A., Kochish S.I., Kritsky B.S. Calculation procedure of aerodynamic characteristics of the combined carrying system of the aircraft. *Trudy MAI*, 2012, no. 55, pp. 5. (in Russian)
25. Kopiev V.F., Titarev V.A., Belyaev I.V. Development of a methodology for propeller noise calculation on high-performance computer. *TSAGI Science Journal*, 2014, vol. 45, no. 3-4, pp. 293–327. <https://doi.org/10.1615/TsAGISciJ.2014011857>
26. Costes M., Renaud T., Rodriguez B. Rotorcraft simulations: a challenge for CFD. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2012, vol. 26, no. 6-8, pp. 383–405. <https://doi.org/10.1080/10618562.2012.726710>
27. Costes M., Renaud T., Rodriguez B., Reboul G. Application of vorticity confinement to rotor wake simulations. *International Journal of Engineering Systems, Modelling and Simulation*, 2012, vol. 4, no. 1-2, pp. 102–112. <https://doi.org/10.1504/ijesms.2012.044848>

29. Канатников А.Н., Акопян К.Р. Управление плоским движением квадрокоптера // Математика и математическое моделирование. 2015. № 2. С. 23–36. <https://doi.org/10.7463/mathm.0215.0789477>
30. Шайдаков В.И. Влияние близости земли на аэродинамические характеристики летательного аппарата с несущей системой «винт в кольце» // Труды МАИ. 2011. №. 49. С. 24.
31. Volkov K. Numerical analysis of Navier-Stokes equations on unstructured meshes // Handbook on Navier-Stokes Equations: Theory and Analysis. Nova Science, 2016. P. 365–442.
32. Volkov K. Multigrid and preconditioning techniques in CFD applications // CFD Techniques and Thermo-Mechanics Applications. Springer International Publishing, 2018. P. 83–149. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70945-1_6
33. Суворов А.С., Коротин П.И., Соков Е.М. Метод конечно-элементного моделирования шумоизлучения, генерируемого неоднородностями тел, движущихся в турбулентном потоке жидкости // Акустический журнал. 2018. Т. 64. № 6. С. 756–767. <https://doi.org/10.1134/S0320791918060114>
34. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // Proc. of the 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 1992. P. 1992-0439. <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
35. Menter F.R. Zonal two-equation k- ω turbulence models for aerodynamic flows // Proc. of the 23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference. 1993. P. 1993-2906. <https://doi.org/10.2514/6.1993-2906>
36. Menter F.R., Langtry R., Volker S. Transition modelling for general purpose CFD codes // Flow, Turbulence and Combustion. 2006. V. 77. N 1-4. P. 277–303. <https://doi.org/10.1007/s10494-006-9047-1>
28. Popov N.I., Emelianova O.V., Jatsun S.F. Modelling of dynamics of flight of a quadrotor helicopter. *Vestnik Voronezhskogo instituta GPS MChS Rossii*, 2014, no. 4(13), pp. 69–75.
29. Kanatnikov A. N., Akopyan K. R. The plane motion control of the quadcopter. *Mathematics and Mathematical Modelling*, 2015, no. 2, pp. 23–36. (in Russian). <https://doi.org/10.7463/mathm.0215.0789477>
30. Shydakov V.I. Ground effect on aerodynamic characteristics of aerial vehicle with lifted system of shrouded rotor. *Trudy MAI*, 2011, no. 49, pp. 24. (in Russian)
31. Volkov K. Numerical analysis of Navier-Stokes equations on unstructured meshes. *Handbook on Navier-Stokes Equations: Theory and Analysis*. Nova Science, 2016, pp. 365–442.
32. Volkov K. Multigrid and preconditioning techniques in CFD applications. *CFD Techniques and Thermo-Mechanics Applications*. Springer International Publishing, 2018, pp. 83–149. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70945-1_6
33. Suvorov A.S., Korotin P.I., Sokov E.M. Finite element method for simulating noise emission generated by inhomogeneities of bodies moving in a turbulent fluid flow. *Acoustical Physics*, 2018, vol. 64, no. 6, pp. 778–788. <https://doi.org/10.1134/S1063771018060106>
34. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *Proc. of the 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1992, pp. 1992-0439. <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
35. Menter F.R. Zonal two-equation k- ω turbulence models for aerodynamic flows. *Proc. of the 23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference*, 1993, pp. 1993-2906. <https://doi.org/10.2514/6.1993-2906>
36. Menter F.R., Langtry R., Volker S. Transition modelling for general purpose CFD codes. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2006, vol. 77, no. 1-4, pp. 277–303. <https://doi.org/10.1007/s10494-006-9047-1>

Авторы

Дудников Сергей Юрьевич — кандидат физико-математических наук, директор Института национальной технологической инициативы, Севастопольский государственный университет, Севастополь, 299053, Российская Федерация, [sc 23992474600](https://orcid.org/0000-0003-1955-4313), <https://orcid.org/0000-0003-1955-4313>, syududnikov@sevsu.ru

Булат Михаил Павлович — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Севастопольский государственный университет, Севастополь, 299053, Российская Федерация; старший научный сотрудник, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, [sc 55973496000](https://orcid.org/0000-0001-9727-673X), <https://orcid.org/0000-0001-9727-673X>, bulat_mh@mail.ru

Вокни Леонид Олегович — младший научный сотрудник, Севастопольский государственный университет, Севастополь, 299053, Российская Федерация; младший научный сотрудник, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, [sc 57222385381](https://orcid.org/0000-0003-2944-1822), <https://orcid.org/0000-0003-2944-1822>, leonidvokin@mail.ru

Кузнецов Павел Николаевич — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Севастопольский государственный университет, Севастополь, 299053, Российская Федерация, [sc 57206301213](https://orcid.org/0000-0002-1732-922X), <https://orcid.org/0000-0002-1732-922X>, PNKuznetsov@sevsu.ru

Чернышов Павел Сергеевич — младший научный сотрудник, «Балтийский государственный технический университет ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, [sc 57215086432](https://orcid.org/0000-0003-1433-4194), <https://orcid.org/0000-0003-1433-4194>, pashachp8@gmail.com

Статья поступила в редакцию 07.09.2022
Одобрена после рецензирования 27.10.2022
Принята к печати 29.11.2022

Authors

Sergey Yu. Dudnikov — PhD (Physics & Mathematics), Director of the National Technology Initiative Institute, Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation, [sc 23992474600](https://orcid.org/0000-0003-1955-4313), <https://orcid.org/0000-0003-1955-4313>, syududnikov@sevsu.ru

Mikhail P. Bulat — PhD, Senior Researcher, Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation; Senior Researcher, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, [sc 55973496000](https://orcid.org/0000-0001-9727-673X), <https://orcid.org/0000-0001-9727-673X>, bulat_mh@mail.ru

Leonid O. Vokin — Junior Researcher, Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation; Junior Researcher, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, [sc 57222385381](https://orcid.org/0000-0003-2944-1822), <https://orcid.org/0000-0003-2944-1822>, leonidvokin@mail.ru

Pavel N. Kuznetsov — PhD, Senior Researcher, Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation, [sc 57206301213](https://orcid.org/0000-0002-1732-922X), <https://orcid.org/0000-0002-1732-922X>, PNKuznetsov@sevsu.ru

Pavel S. Chernyshov — Junior Researcher, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, [sc 57215086432](https://orcid.org/0000-0003-1433-4194), <https://orcid.org/0000-0003-1433-4194>, pashachp8@gmail.com

Received 07.09.2022
Approved after reviewing 27.10.2022
Accepted 29.11.2022

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»