

doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-2-403-412

УДК 532.529

Газовая динамика стационарных сверхзвуковых газовых струй с инертными частицами при их истечении в среду с низким давлением

Даниил Олегович Богданюк¹, Константин Николаевич Волков²✉,
Владислав Николаевич Емельянов³, Александр Викторович Пустовалов⁴

^{1,2,3,4} Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация

¹ bogdaniuk@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0001-0427-8590>

² dsci@mail.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0001-6055-2323>

³ vlademelyanov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7039-9948>

⁴ a_pstv@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0003-2637-7295>

Аннотация

Предмет исследования. Рассмотрены вопросы, связанные с разработкой средств математического моделирования стационарных сверхзвуковых течений идеального сжимаемого газа с инертными частицами. Построена математическая модель, описывающая течение невязкого сжимаемого газа с инертными частицами в струе, истекающей из осесимметричного сопла, в затопленное пространство. **Метод.** При условии, что течение является сверхзвуковым вдоль одной из пространственных координат, уравнения Эйлера являются гиперболическими вдоль этой координаты. Для численных расчетов поля течения газа использованы метод конечных объемов и маршевый метод. Для интегрирования по маршевому направлению применена трехшаговая схема Рунге–Кутты. Процедура вычисления потоков включает реконструкцию значений искомых функций на гранях контрольных объемов из средних значений по контрольным объемам и решение задачи о распаде произвольного разрыва (задачи Римана). Для описания дисперсной фазы применен лагранжьев метод пробных частиц. Эффекты обратного влияния частиц на течение несущего газа учтены не были, а эффекты вязкости и разреженности газового потока учтены только при взаимодействии газа с частицами. Расчет траекторий инертных частиц произведен в известном поле течения несущего газа. **Основные результаты.** Приведены траектории движения дискретных включений в струйных течениях с сильным недорасширением. Рассмотрено влияние размера частиц и координат точки ввода частиц в поток на особенности их переноса струйным потоком. **Практическая значимость.** Разработаны эффективные средства численного моделирования стационарных сверхзвуковых течений идеального сжимаемого газа с частицами в соплах и струях. Результаты расчетов могут представлять интерес для исследования обтекания тел сверхзвуковыми потоками газовзвеси и расчетов косых скачков уплотнения.

Ключевые слова

сопло, струя, сверхзвуковое течение, волна разрежения, частица, двухфазное течение

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-19-00657, <https://rscf.ru/project/21-19-00657/>

Ссылка для цитирования: Богданюк Д.О., Волков К.Н., Емельянов В.Н., Пустовалов А.В. Газовая динамика стационарных сверхзвуковых газовых струй с инертными частицами при их истечении в среду с низким давлением // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23, № 2. С. 403–412. doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-2-403-412

Gas dynamics of stationary supersonic gas jets with inert particles exhausting into a medium with low pressure

Daniil O. Bogdaniuk¹, Konstantin N. Volkov²✉, Vladislav N. Emelyanov³, Alexander V. Pustovalov⁴

^{1,2,3,4} Baltic State Technical University "VOENMEH" named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation

¹ bogdaniuk@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0001-0427-8590>

² dsci@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-6055-2323>

³ vlademelyanov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7039-9948>

⁴ a_pstv@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0003-2637-7295>

Abstract

Issues related to the development of tools for mathematical modeling of stationary supersonic flows of an ideal compressible gas with inert particles are considered. A mathematical model is constructed that describes the flow of an inviscid compressible gas with inert particles in a jet flowing from an axisymmetric nozzle into a flooded space. Provided that the flow is supersonic along one of the spatial coordinates, the Euler equations are hyperbolic along this coordinate. For numerical calculations of the gas flow field, the finite volume method and the marching method are used. For integration over the marching direction, the three-step Runge–Kutta scheme is used. The procedure for calculating the flows includes the reconstruction of the values of the desired functions on the faces of the control volumes from the average values over the control volumes and the solution of the problem of the decay of an arbitrary discontinuity (the Riemann problem). The Lagrangian method of test particles is used to describe the dispersed phase. The effects of the reverse influence of particles on the flow of the carrier gas are not taken into account. The effects of viscosity and rarefaction of the gas flow are taken into account only when the gas interacts with particles. Calculation of the trajectories of inert particles is carried out in a known flow field of the carrier gas. The motion trajectories of discrete inclusions in jet flows with strong underexpansion are presented. The influence of the particle size and the coordinates of the particle entry point into the flow on the features of their transfer by the jet stream are discussed. Efficient means of numerical simulation of stationary supersonic flows of an ideal compressible gas with particles in nozzles and jets have been developed. The calculation results are of interest for studying supersonic gas suspension flows around bodies and for calculating oblique shock waves.

Keywords

nozzle, jet, supersonic flow, rarefaction wave, particle, two-phase flow

Acknowledgements

The research was supported by the grant of the Russian Science Foundation No. 21-19-00657, <https://rscf.ru/en/project/21-19-00657/>

For citation: Bogdaniuk D.O., Volkov K.N., Emelyanov V.N., Pustovalov A.V. Gas dynamics of stationary supersonic gas jets with inert particles exhausting into a medium with low pressure. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 2, pp. 403–412 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-2-403-412

Введение

Струйные течения развиваются в различных устройствах космической техники, в частности, в устройствах, создающих тяговые и управляющие усилия, необходимые для ориентации космических аппаратов. Особенности работы таких устройств — истечение струй в среду с низким давлением и наличие частиц конденсированной фазы [1]. Такие течения развиваются в условиях перехода от континуального режима течения к режиму течения разреженного газа. Струи двигателей системы управления оказывают негативное воздействие на конструкцию космического аппарата и поверхности приборов, являясь одной из причин ухудшения их эксплуатационных характеристик. Частицы оказывают влияние на работу бортовой аппаратуры (оптической, радиотехнической) и сбоя системы астронавигации (солнечный свет, рассеянный частицами, воспринимается в качестве звезд). Частицы конденсированной фазы не только оказывают влияние на функционирование космической техники, осаждаясь, например, на элементах оптических систем, но и являются долгоживущими образованиями, создавая особую форму загрязнения космической среды.

В качестве модельной задачи, имеющей характерные черты сверхзвуковых струй, истекающих в среду с низким давлением, может быть рассмотрено течение Прандтля–Майера (течение около угла расширения). В работе [2] рассчитаны траектории частиц в течении Прандтля–Майера для различных начальных параметров потока, а в [3, 4] рассмотрено влияние частиц на структуру веера волн разрежения. Для нахождения траекторий частиц уравнения движения записываются в полярной системе координат, связанной с вершиной угла. В работе [2] предложено упрощение, при котором частицы подчиняются стоксову закону сопротивления. В [3] описан переход течения газозвеси от равновесного режима вдали от угла к замороженному режиму после расширения потока. В работе [5] изучено влияние частиц на различные режимы течения, реализующиеся при дифракции ударной волны на остром и прямом угле, а в [6] — разреженности среды на движение частиц в струе, истекающей в вакуум.

Физико-математическая модель двухфазного потока, учитывающая возможность обтекания частиц при произвольных числах Кнудсена (от континуального режима обтекания до свободномолекулярного), построена в работе [7]. В сверхзвуковой части сопла частицы

не успевают развернуться вместе с расширяющимся газом и образуют кумулированный жгут, тем более узкий, чем плотнее материал частицы [8]. Оптические характеристики сжатого слоя, формирующегося при натекании полидисперсной струи на затупленное тело, исследованы в работе [9].

При свободном расширении сверхзвуковой струи газовой смеси в вакууме появляются условия для конденсации и дальнейшего формирования кластеров [10]. Конденсация газа с образованием кластеров происходит как в сопле, так и за его срезом в области интенсивного разворота линий тока. Геометрия сопла определяет основные параметры, связанные с размером кластеров, интенсивность пучка, его расхождение и температуру. Формирование и рост кластеров в газовых струях происходят более эффективно при увеличении давления торможения, уменьшении температуры торможения и увеличении диаметра сопла [11, 12].

В работах [13, 14] изучено влияние угла раскрытия конического сопла на структуру формирующейся струи. Вблизи кромки сопла наблюдается возвратное течение и обратное движение капель в направлении, противоположном направлению потока в центральной части струи [15–17]. В обратном потоке отдельные частицы, выходя из сопла, поворачивают более чем на 90° и начинают двигаться навстречу центральной части струи [18].

В работе [19] для моделирования потока в различных режимах (от течения сплошной среды внутри сопла до свободномолекулярного режима в области обратного течения) применяется гибридный метод, в котором сочетается моделирование уравнений Навье–Стокса с прямым статистическим моделированием Монте-Карло. Обратное течение газа составляет лишь небольшую часть общего массового расхода в потоке. Полученные результаты расчетов показали, что аэродинамические силы оказываются недостаточно велики для заворачивания капель вокруг кромки сопла. Капли, присутствующие в обратном течении, выходят из охлаждающей пленки, разрушающейся на кромке сопла.

В настоящей работе рассмотрены особенности численного моделирования сверхзвуковых струй, истекающих в среду с низким давлением (истекающая из сопла струя является недорасширенной), а также перенос частиц течениями, параметры которых характерны для элементов космических систем. Приведены результаты расчетов сопловых течений и сверхзвуковых недорасширенных струй. Расчеты выполнены для различных размеров частиц и координат точек их ввода в сопловый поток.

Математическая модель

Предположим, что газ покоится в резервуаре сопла, а его плотность определяется полным давлением p_0 и температурой T_0 . Газ истекает в затопленное пространство с давлением окружающей среды p_∞ . Наличие градиента давления приводит к ускорению газа через горловину сопла, где его скорость достигает скорости звука, а затем расширяется в сверхзвуковой части сопла (рис. 1). В процессе расширения плотность и температура газа падают. Уменьшение плотности приводит также к уменьшению количества межмолекулярных столкновений, что препятствует мгновенному обмену энергией между молекулами, и термодинамической неравновесности. В некоторых случаях разрежение и последующее установление неравновесности приводят к нарушению предположения о непрерывности истечения газа из сопла.

Для расчетов применим модель невязкого сжимаемого газа [20, 21]. Эффекты вязкости и разреженности газового потока учтем только при взаимодействии газа с частицами. Расчет траекторий инертных частиц выполнен в известном поле течения несущего газа. Течение газа опишем в рамках уравнений Эйлера, а движение частиц — с помощью дискретно-траекторного подхода.

Газ. В двумерном случае уравнение, описывающее стационарное течение идеального сжимаемого газа, в консервативной форме имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

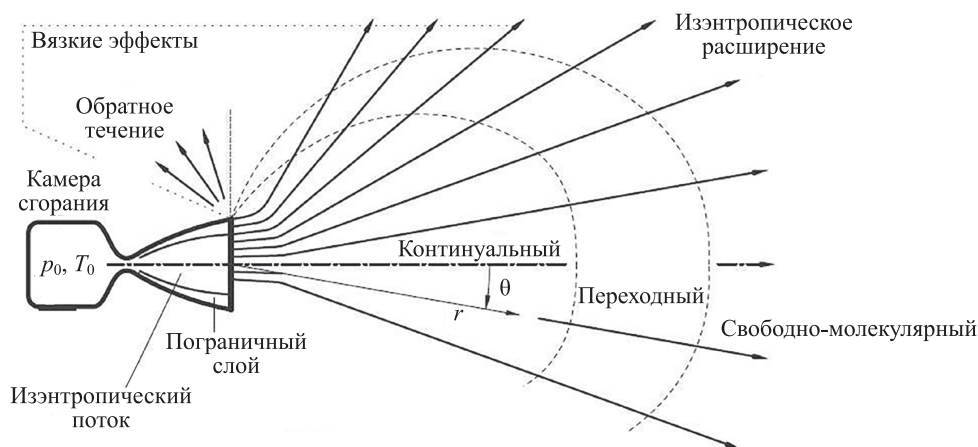


Рис. 1. Схема истечения струи из сопла в вакуум.

r — радиальная координата; θ — полярный угол

Fig. 1. Gas jet exhausting from nozzle into vacuum.

r — radial coordinate; θ — polar angle

Запишем уравнения вектора консервативных переменных $\mathbf{U}$ и векторов потоков $\mathbf{F}$ и $\mathbf{G}$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{pmatrix},$$

где ρ — плотность; u и v — компоненты скорости в координатных направлениях x и y ; p — давление; e — полная энергия единицы объема.

Дополним выражение (1) уравнением состояния совершенного газа

$$p = (\gamma - 1)\rho\epsilon,$$

где ϵ — удельная внутренняя энергия; γ — отношение удельных теплоемкостей.

Найдем полную энергию единицы объема:

$$e = \rho\epsilon + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2).$$

Частицы. Движение частицы сферической формы диаметром d_p , на которую действует только сила сопротивления, опишем уравнением

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho |\mathbf{v} - \mathbf{v}_p| (\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) S_p, \quad (2)$$

где m_p — масса частицы; S_p — площадь миделевого сечения частицы (для сферы $m_p = \pi \rho_p d_p^3 / 6$, $S_p = \pi d_p^2 / 4$). Коэффициент сопротивления имеет вид

$$C_D = \frac{24}{Re_p} f_D(Re_p, M_p, Kn_p).$$

При этом функция f_D учитывает поправку на инерционность частицы, сжимаемость и разреженность несущего потока. Вычислим числа Рейнольдса (Re), Маха (M) и Кнудсена (Kn) по относительной скорости движения газа ($\mathbf{v}$) и частицы ($\mathbf{v}_p$)

$$Re_p = \frac{\rho |\mathbf{v} - \mathbf{v}_p| d_p}{\mu}, M_p = \frac{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_p|}{c}, Kn_p = \frac{d_p}{l},$$

где μ — динамическая вязкость; c — скорость звука; l — средняя длина свободного пробега молекул.

Учитывая представление силы сопротивления, уравнение движения частицы (2) записывается в виде

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = 3\pi d_p \mu f_D(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p). \quad (3)$$

К уравнению (3) добавим кинематическое соотношение, позволяющее вычислить радиус-вектор центра масс частицы

$$\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{v}_p. \quad (4)$$

При малых числах Рейнольдса сопротивление сферической частицы определим в приближении Стокса. При повышении скорости обтекания начнут проявляться эффекты, связанные с влиянием вязкости и отклоне-

нием сопротивления от закона Стокса. Кроме вязкости, существуют и другие факторы, влияющие на коэффициент сопротивления. К таким факторам относится влияние эффекта сжимаемости среды, проявляющегося при значимой величине числа Маха, и эффекта разреженности среды, который оценивается величиной числа Кнудсена. Режим обтекания частицы охарактеризуем числом Кнудсена $Kn_p \sim \gamma^{1/2} M_p / Re_p$. При $M_p / Re_p \ll 1$ будет реализован режим течения сплошной среды, а при $M_p / Re_p \gg 1$ — свободномолекулярное течение около частицы. Между указанными предельными режимами находится переходный режим течения.

Отметим, что наиболее общими из многочисленных зависимостей для коэффициента сопротивления являются соотношения Хендерсона [22], при этом полученные экспериментальные данные имеют точность $\pm 2\%$. Система корреляционных соотношений состоит из: соотношения, описывающего дозвуковые режимы течения; соотношения, описывающего сверхзвуковые режимы течения при $M > 1,75$; линейного интерполяционного соотношения для промежуточных режимов течения. Формулу Хендерсона возможно применить для чисел Маха $M < 6$, любых чисел Кнудсена и докритических чисел Рейнольдса $0 < Re < 10^5$, приводя в пределах к решениям Стокса и Озеена. Несмотря на сложный характер и различные режимы обтекания сферы, соотношения Хендерсона позволяют вычислить коэффициент сопротивления с достаточно высокой точностью (примерно 10 %), которая является приемлемой для практических расчетов.

Температура частицы влияет на ее движение через поправку к коэффициенту сопротивления. Во многих режимах течения такая поправка мала и не учитывается. Уменьшение скорости звука в несущем газе приводит к сверхзвуковым значениям числа Маха потока относительно частицы (даже при сравнительно небольшой разности скоростей газа и частиц). Расширение несущего газа и увеличение длины свободного пробега молекул приводит к тому, что частица попадает в условия свободномолекулярного обтекания, когда следует учитывать поправку на разреженность потока.

Интегрирование уравнений (3) и (4) требует задания начальных условий в момент времени $t = 0$.

Расчетная область и граничные условия

Рассмотрим течение несущего газа и частиц внутри и снаружи осесимметричного сходящегося-расходящегося сопла. Расчетная область состоит из сверхзвуковой части сопла и пространства, в которое истекает струя. Сопло имеет цилиндрический входной участок и радиусные скругления переходных участков. Контур сопла построен из дуг окружностей, сопряженных полиномиальными участками. Геометрическая конфигурация сопла схематически показана на рис. 2 (параметры с размерностью длины нормируются на радиус критического сечения сопла r_c). Предположим: радиусы входного и выходного сечений сопла равны $r_i = 3$ мм и $r_o = 5$ мм; длины входного цилиндрического участка (длина камеры сгорания) и расширяющегося раструба сопла — $l_i = 5$ мм и $l_o = 10$ мм (не показана на рис. 2);

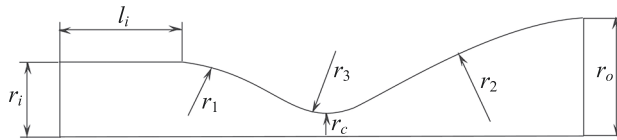


Рис. 2. Геометрическая конфигурация сопла

Fig. 2. Geometrical configuration of a nozzle

радиусы скруглений на входе в дозвуковую часть сопла и у критической точки — $r_1 = 5$ мм и $r_2 = 7,5$ мм.

Выполним расчеты при различных степенях нерасчетности. Степень нерасчетности $n = p_a/p_\infty$ определим как отношение статического давления на срезе сопла к давлению окружающей среды. Степень нерасчетности изменяется за счет изменения давления внешней среды, что соответствует различным высотам полета. Параметры воздуха на заданной высоте найдем в соответствии с моделью стандартной атмосферы.

В случае, когда происходит течение разрежения плоского сверхзвукового потока, используется течение Прандтля–Майера с веером характеристик первого семейства и постоянством на них параметров потока. Происходит плавное ускорение потока, в котором отсутствуют ударно-волновые структуры. Течение Прандтля–Майера реализуется до тех пор, пока на параметры потока не оказывает влияние отраженная от плоскости симметрии характеристика. Если течение расширения создается в осесимметричном равномерном потоке, картина течения отличается от течения Прандтля–Майера. В области начала расширения соплового потока осесимметричность течения вызывает заметное отклонение от расширения Прандтля–Майера. Граница струи искривляется, и создаются условия для формирования висячей ударной волны.

Численная реализация

Течение идеального газа опишем уравнениями Эйлера, записанными в консервативной форме [23]. Для полученной системы уравнений граничными являются условия: непротекания на стенке сопла; формирования потока с заданным давлением на свободной линии тока; на оси симметрии. При условии, что течение является сверхзвуковым вдоль одной из пространственных координат, уравнение (1) имеет гиперболический тип. Стационарные сверхзвуковые течения допускают численное моделирование в рамках нестационарных уравнений методом установления.

Для расчетов применим маршевый метод, основанный на конечно-объемном подходе к дискретизации основных уравнений с построением боковых граней маршевого объема по линиям тока. Локальную задачу построения грани и определения на ней потоков решим на основе задачи распада разрыва. В работах [20, 21] рассмотрены особенности реализации такой задачи для расчета сверхзвуковых стационарных течений идеального газа. Зададим неравномерную начальную сетку со сгущением вблизи среза сопла.

Решим уравнение (1) маршевым методом [20, 21], который предполагает пошаговое интегрирование вдоль

координаты x . Процедура вычисления потоков включает в себя реконструкцию значений искомых функций на гранях контрольных объемов из средних значений по контрольным объемам и решение задачи о распаде произвольного разрыва (задача Римана). Применим процедуру реконструкции к примитивным переменным.

Построим двумерную разностную сетку с равномерными шагами Δx и Δy в координатных направлениях x и y . Под U_i будем понимать значения сеточной функции U в центре контрольного объема, принадлежащего оси y и имеющего номер i ($i = 1, 2, \dots$). Предположим, что сеточные функции принимают постоянные значения внутри ячеек. Для границы ячейки с номером $i + 1/2$ на каждом шаге по координате x решим задачу Римана для уравнения (1) со следующими начальными данными: $U_i^k = \text{const}$ при $y < y_{i+1/2}$ и $U_{i+1}^k = \text{const}$ при $y > y_{i+1/2}$. Получим решение задачи, которое обозначим через $U_{i+1/2}^k$. Подобным способом найдем вектор решения $U_{i-1/2}^k$ для границы ячейки с номером $i - 1/2$. Конечно-объемная схема Годунова для уравнений стационарной газовой динамики, записанных на основании уравнения (1), имеет вид

$$\frac{F_i^{k+1} - F_i^k}{\Delta x} + \frac{G_{i+1/2}^k - G_{i-1/2}^k}{\Delta y} = 0, \quad (5)$$

где $G_{i\pm 1/2}^k = G(U_{i\pm 1/2}^k)$; верхний индекс $k = 0, 1, \dots$ — значения сеточной функции на шаге k вдоль оси x . Для простоты записи в уравнении (5) используем явную схему Эйлера для дискретизации производной по маршевой координате.

Потоки через грани контрольного объема найдем из соотношения

$$F_{m+1/2}^k = \frac{1}{2} (G_m^k + G_{m+1}^k) + \frac{1}{2} |A_{m+1/2}^k| (F_m^k - F_{m+1}^k),$$

где якобиан имеет вид $A = (\partial G / \partial U)(\partial F / \partial U)^{-1}$.

Выполним спектральное исследование устойчивости линеаризованного уравнения (1), тогда примем следующее условие

$$C = \max |\lambda_{\pm}| \frac{\Delta x}{\Delta y} \leq 1.$$

Собственные числа якобиана имеют вид

$$\lambda_{\pm} = \frac{uv \pm c(u^2 + v^2 - c^2)^{1/2}}{u^2 - c^2}.$$

Скорость звука получим из соотношения

$$c = \left[(\gamma - 1)h - \frac{1}{2}(\gamma - 1)(u^2 + v^2) \right]^{1/2}$$

где h — полная энтальпия.

Реализация разностной схемы (5) заключается в решении системы нелинейных уравнений. Метод Годунова основан на точном решении задачи Римана, которое в общем виде состоит из двух волн (ударной и простой волны разрежения) с тангенциальным разрывом между ними, которые отделены друг от друга областями постоянного течения. Решение задачи описывает стационарную картину течения, которая возникает в

области $x > 0$ при взаимодействии двух равномерных полубезграничных сверхзвуковых потоков газа, встречающихся на прямой линии $y = 0$.

Разностная схема (5) обладает первым порядком точности. Схемы более высокого порядка возможно построить с использованием тех же методов, что и для случая нестационарных уравнений. Для интегрирования по маршевому направлению применим трехшаговую схему Рунге–Кутты.

Осуществим два подхода к построению распределений параметров потока во входном сечении расчетной области. В одном из подходов предварительно, на основе метода установления с применением для расчета метода Годунова, построим течение в дозвуковой части сопла и некотором участке трансзвуковой области. Конечное сечение этой области, в которой создано сверхзвуковое течение, примем за начальное сечение маршевого расчета. Этот подход является работоспособным, но требовательным к вычислительным ресурсам. Для проведения параметрических исследований используем упрощенный подход, в котором за начальное сечение возьмем горло сопла, в котором установим условие параллельного однородного потока с небольшой сверхзвуковой скоростью. Обычно достаточно принять число Маха во входном сечении равным 1,05.

Результаты расчетов

Выполним расчеты для частиц окиси алюминия с плотностью $\rho_p = 3600 \text{ кг/м}^3$ и теплоемкостью $c_p^m = 880 \text{ Дж/(кг·K)}$. В невозмущенном потоке зададим число Маха, плотность и температуру газа ($\rho_0 = 0,221 \text{ кг/м}^3$, $T_0 = 1570 \text{ K}$). Рабочая среда — воздух ($\gamma = 1,4$). Вязкостью и теплопроводностью газа пренебрежем, за исключением взаимодействия газа с частицами. Теплофизические параметры воздуха — справочные, с учетом их зависимости от температуры. Зависимость вязкости от температуры учтем при помощи степенной зависимости $\mu/\mu^* = (T/T^*)^n$, где $n = 0,5$. Под $\mu^* = 1,71 \cdot 10^{-5} \text{ Па·с}$ будем понимать динамическую вязкость воздуха при температуре $T^* = 293 \text{ K}$. При заданной температуре невозмущенного потока следует, что $\mu = 5,47 \cdot 10^{-5} \text{ Па·с}$. Для расчета коэффициента сопротивления и числа Нуссельта используем

полуэмпирические соотношения для гладкой твердой сферы [22].

В результате полученного распределения числа Маха и температуры вдоль оси сопла можно сделать вывод, что они хорошо согласуются с данными на основе теории изэнтропического течения невязкого сжимаемого газа в сопле Лавала. Уменьшение длины дозвукового участка приводит к существенной неравномерности течения в трансзвуковой области. Резкое изменение площади поперечного сечения за горлом сопла вызывает появление интенсивных зон разрежения и внутренних скачков уплотнения.

Результаты расчетов течения в сопле и струе, обработанные в виде линий уровня числа Маха, приведены на рис. 3 (околозвуковая и сверхзвуковая части сопла и струи). В расчетах использованы два способа постановки граничных условий на границе струи: задано статическое давление и условия формулируются по методу Ньютона). Можно сделать вывод, что результаты расчетов, полученные при данных подходах, хорошо согласуются между собой. Несмотря на то, что метод Ньютона оказался менее точным, его преимущество заключается в отсутствии ограничений на скорость спутного потока. В частности, при низких давлениях среды (порядка 1600 Па) в спутном потоке вблизи границы струи появляется зона с дозвуковыми скоростями, что делает невозможным применение маршевого метода со строгой постановкой граничных условий.

Истечение жидкости в разреженную среду (вакуум) сопровождается рядом особенностей, не встречающихся в плотных средах. Например, отсутствие аэродинамического сопротивления газа, окружающего струю в плотной среде, исключает ее силовое взаимодействие с окружающим газом, что может изменить течение и разрушить струю.

В осесимметричной струе увеличение числа Маха и угла полураствора приводит к увеличению осевой направленности струи. При этом уменьшается предельный угол расширения струи, происходит сгущение линий тока около оси симметрии и увеличение местных чисел Маха во всем поле течения. Отметим, что при малых числах Маха и углах полураствора сопла разворот газа вокруг кромки сопла может превышать 180° . С увеличением числа Маха наблюдается уменьшение продольных градиентов параметров. При осесимметричном расши-

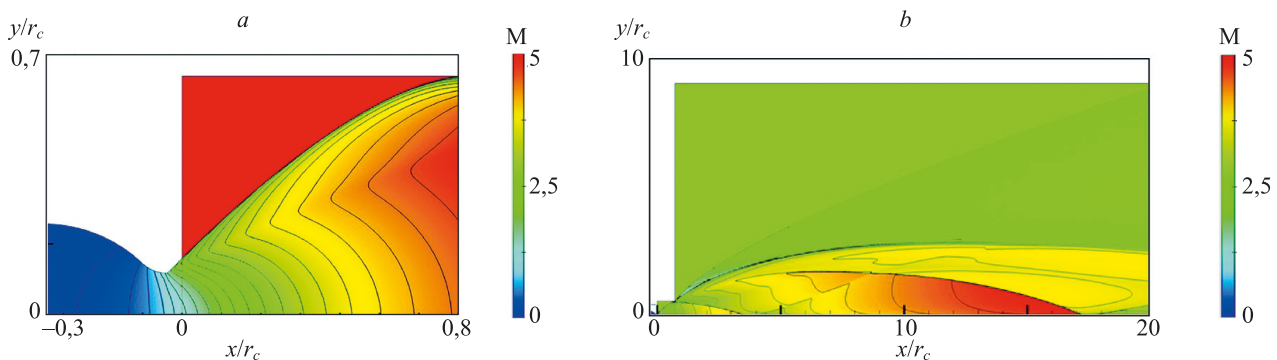


Рис. 3. Линии уровня числа Маха в сопле (a) и струе (b)

Fig. 3. Contours of Mach number in the nozzle (a) and jet (b)

рении основная масса газа проходит через приосевую область в пределах конуса, полуугол которого составляет примерно половину от угла полураствора сопла.

Распределения чисел Маха на разных высотах представлены на рис. 4. Число Маха в начальном сечении расчетной области (оно располагается близко к критическому сечению сопла) равно 1,05, а давление и плотность — 4 МПа и 3,6 кг/м³. Отношение удельных теплоемкостей — 1,25. Приземное истечение из сопла близко к расчетному. Особенности сопловой структуры и взаимодействие струи с окружающим пространством порождают бочкообразную периодическую структуру струи. При увеличении высоты (уменьшении давления в среде, в которую происходит истечение струи) происходит разворот потока и формирование обратного течения. В то время как структура течения в струе вблизи оси изменяется сравнительно мало, угол разворота потока вблизи среза сопла в существенной степени зависит от давления в среде.

На кромке сопла течение совершает крутой поворот, образуя обратное течение. Исследование линий тока внутри сопла показало, что весь объем газа, вовлекаемый в противотечение, исходит из тонкого пристенного слоя. В расчетах данный слой расположен в пределах одной ближайшей к стенке ячейки вычислительной

сетки. Расход газа в противотечении является достаточно малым. При этом форма кромки оказывает слабое влияние на поток: для всех исследованных вариантов сопла линии потока практически совпадают между собой.

При истечении газа в среду с низким давлением на струю фактически не влияет остаточное давление, и струя газа свободно расширяется. В предельном случае при истечении газовой смеси в вакуум в струе не возникают ударные волны. На кромке сопла происходит разворот потока на предельно возможный угол, а на расстояниях, превышающих размер выходного сечения сопла, струя приобретает характер течения с распределенной по полярному углу интенсивностью. При этом скорость газа достигает предельного значения $v_{\max} = (2H_0)^{1/2}$, где H_0 — полная энтальпия, а линии тока приближаются к прямым.

Частицы разного размера введены в поток в горловине сопла или в поперечном сечении недалеко от среза сопла. Распределения скорости и частиц различных размеров вдоль оси сопла показаны рис. 5. Видно, что крупные частицы слабее взаимодействуют с газовой фазой. Отставание от газовой фазы по скорости привело к тому, что сепаратриса полученной фракции частиц значительно отклонена от контура сопла.

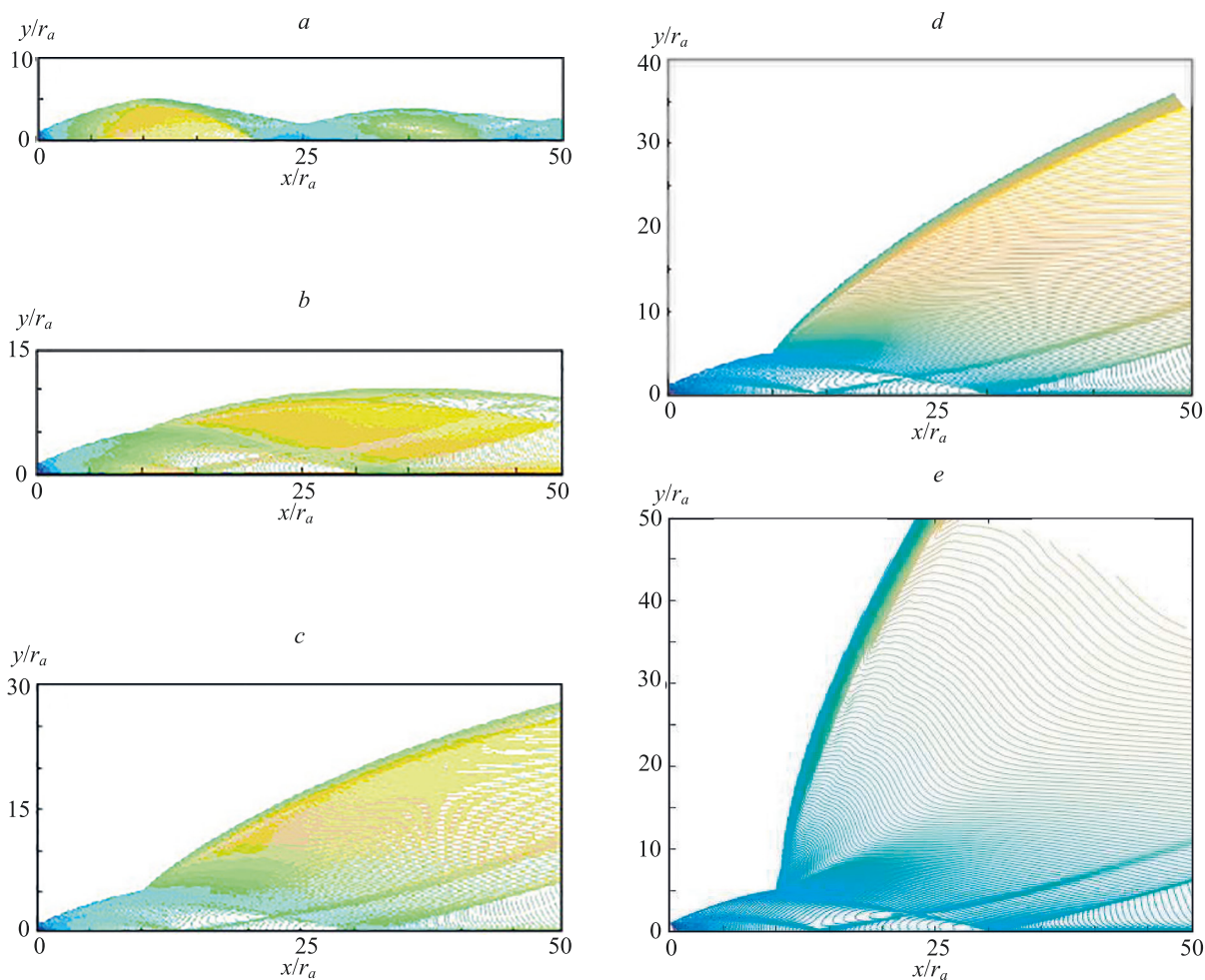


Рис. 4. Линии уровня числа Маха на высотах h : 0 км (а); 16 км (б); 32 км (с); 40 км (д) и 56 км (е)

Fig. 4. Contours of Mach number at altitudes h : 0 km (a); 16 km (b); 32 km (c); 40 km (d); and 56 km (e)

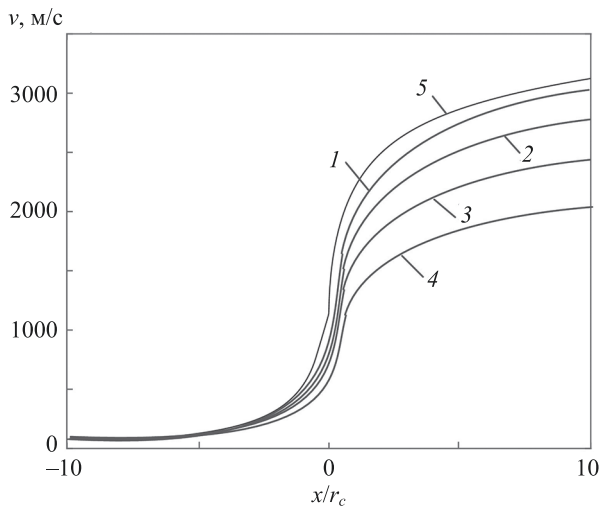


Рис. 5. Распределения скорости газа (кривая 5) и частиц диаметрами: 5 мкм (кривая 1), 25 мкм (кривая 2), 50 мкм (кривая 3), 100 мкм (кривая 4) вдоль оси сопла

Fig. 5. Distributions of gas velocity (line 5) and particles with a diameter of 5 μm (line 1), 25 μm (line 2), 50 μm (line 3), 100 μm (line 4) along the nozzle axis

При движении смеси газа с частицами в сопле двухмерные эффекты играют существенную роль из-за неравномерного распределения частиц в различных сечениях сопла и возможного выноса частиц на стенки в до- и сверхзвуковой частях сопла. Это явление является следствием различного по величине и знаку воздействия газа на частицы в разных точках. В результате траектории частиц отличаются от линий тока газа, а величина скорости частиц и их температура в транс- и сверхзвуковой частях существенно образом зависят от параметров течения в дозвуковой области.

Траектории частиц в струйном потоке показаны на рис. 6 (засечки на горизонтальной оси показывают выходное сечение сопла). Давление на входе в сопло — 3,6 МПа, а в окружающем пространстве — около 100 Па. Для визуализации движения частиц построена прямолинейная контрольная поверхность, ориентированная под углом 45° к оси сопла. Крупные частицы достаточно слабо отклоняются несущим потоком. Такие частицы, в отличие от потока газа, не совершают резкого поворота на кромке сопла, и никаких признаков их движения в обратном направлении не наблюдается. Аэродинамических сил, создаваемых обратным потоком, недостаточно для резкого заворота крупных частиц вокруг кромки сопла. В то же время мелкие частицы следуют вдоль линий тока несущего потока и совершают крутой поворот вблизи кромки сопла. Начальное положение частиц на срезе сопла (вблизи стенки или оси сопла) оказывает существенное влияние на перенос частиц. Мелкие частицы, помещенные на срез сопла вблизи его оси, приобретают составляющие момента в направлении течения, значение которых оказывается достаточно большим, вследствие чего направление вектора этого момента не может быть резко изменено газом, находящимся в состоянии быстрого обтекания кромки сопла.

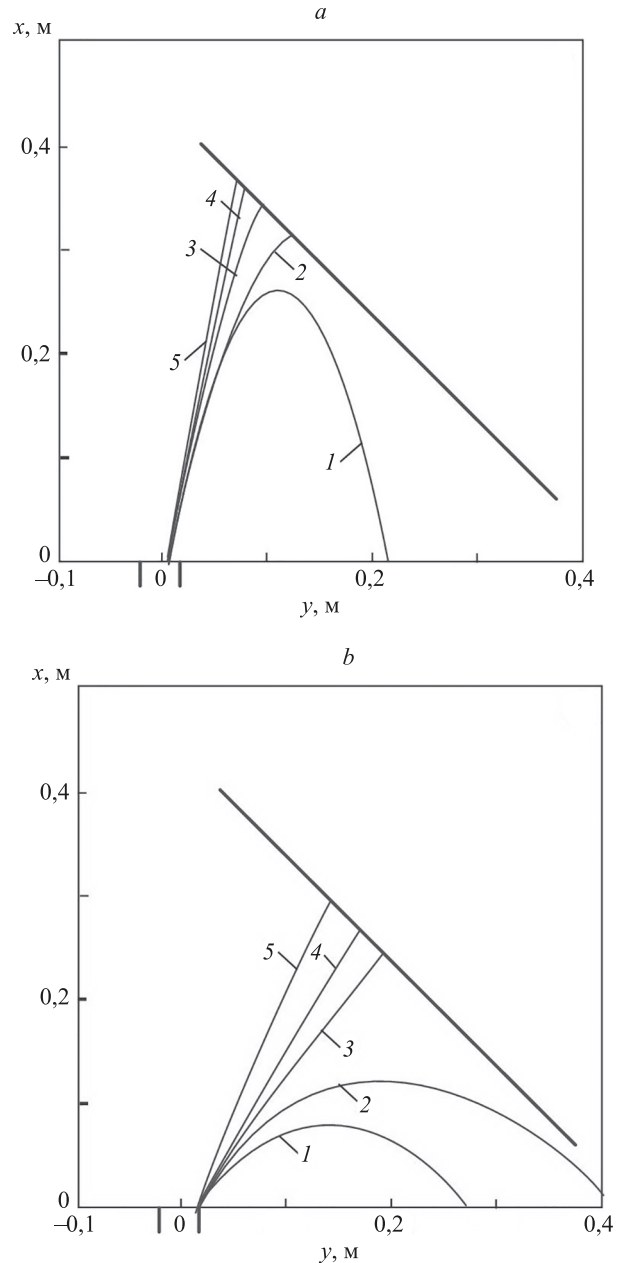


Рис. 6. Траектории частиц, инжектируемых на срезе сопла вблизи оси (a) и вблизи стенки (b) при значениях d_p : 1 мкм (кривая 1), 5 мкм (кривая 2), 10 мкм (кривая 3), 12 мкм (кривая 4), 15 мкм (кривая 5)

Fig. 6. Trajectories of particles injected at the nozzle exit near the axis (a) and near the wall (b) at $d_p = 1$ (1), 5 (2), 10 (3), 12 (4), 15 μm (5)

Заключение

Построена математическая модель, описывающая течение в струе невязкого сжимаемого газа, содержащую инертные частицы конденсированной фазы и истекающую в среду с низким давлением (в пределе — в вакуум). На основе метода конечных объемов и маршевого метода выполнено численное моделирование струйных течений с частицами различных размеров. В то время как мелкие частицы следуют вдоль линий тока, крупные частицы проявляют свою инерцион-

ность, и их траектории сравнительно слабо отклоняются от прямых линий.

В поле течения струи, истекающей в вакуум, ввиду расширения газа и падения плотности, на некотором расстоянии от среза сопла длины свободного пробега становятся сравнимыми с характерными размерами течения, т. е. происходит нарушение сплошности течения. Течение проходит все режимы течения от сплошного в камере сгорания до свободномолекулярного в струе на большом расстоянии от среза сопла и носит

существенно неравновесный характер. На некотором расстоянии от среза сопла происходит нарушение сплошности течения, когда длина свободного пробега сравнима с характерным размером определенной зоны течения. Данное обстоятельство не позволяет использовать методы сплошной среды (уравнения Эйлера или Навье–Стокса) для расчета всего поля течения. В переходном и свободномолекулярном режимах предложено использовать методы молекулярной газовой динамики.

Литература

1. Ярыгин В.Н., Герасимов Ю.И., Крылов А.Н., Мишина Л.В., Приходко В.Г., Ярыгин И.В. Газодинамика космических кораблей и орбитальных станций (обзор) // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18. № 3. С. 345–372.
2. Rudinger G. Fundamentals of Gas Particle-Flow. Amsterdam-Oxford-New York: Elsevier, 1980. 156 p.
3. Miura H., Glass I.I. Supersonic expansion of a dusty gas around a sharp corner // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. 1988. V. 415. N 1848. P. 91–105. <https://doi.org/10.1098/rspa.1988.0004>
4. Ling Y., Haselbacher A., Balachandar S. Transient phenomena in one-dimensional compressible gas-particle flows // Shock Waves. 2009. V. 19. N 1. P. 67–81. <https://doi.org/10.1007/s00193-009-0190-1>
5. Wu Q.-S., Zhu H., Xu Y.-H., Wang B.Y. Numerical study of shock diffraction in dusty gases // Applied Mathematics and Mechanics. 1995. V. 16. N 1. P. 79–85. <https://doi.org/10.1007/bf02453777>
6. Ren Z.-X., Wang B., Zhang H. Fast numerical solutions of gas-particle two-phase vacuum plumes // Advances in Mechanical Engineering. 2013. V. 5. P. 765627. <https://doi.org/10.1155/2013/765627>
7. Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Ускорение микрочастиц в газодинамической установке с большим расширением потока // Теплофизика высоких температур. 2008. Т. 46. № 1. С. 110–118.
8. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Тетерина И.В., Яковчук М.С. Газовые течения в соплах энергоустановок. М.: Физматлит, 2017. 328 с.
9. Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Газотермодинамика и оптика монодисперсной струи, взаимодействующей с обтекаемым телом // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50. № 6. С. 810–819.
10. Venkatraman A., Alexeenko A.A. Simulations and measurements of gas-droplet flows in supersonic jets expanding into vacuum // AIAA Paper. 2009. N 2009-3751. <https://doi.org/10.2514/6.2009-3751>
11. Dorchie F., Blasco F., Caillaud T., Stevefelt J., Stenz C., Boldarev A.S., Gasilov V.A. Spatial distribution of cluster size and density in supersonic jets as targets for intense laser pulses // Physics Review A. 2003. V. 68. N 2. P. 023201. <https://doi.org/10.1103/physreva.68.023201>
12. Chen G., Kim B., Ahn B., Kim D.E. Experimental investigation on argon cluster sizes for conical nozzles with different opening angles // Journal of Applied Physics. 2010. V. 108. P. 064329. <https://doi.org/10.1063/1.3475514>
13. Luria K., Christen W., Even U. Generation and propagation of intense supersonic beams // The Journal of Physical Chemistry A. 2011. V. 115. N 25. P. 7362–7367. <https://doi.org/10.1021/jp201342u>
14. Patel M., Thomas J., Joshi H.C. Flow characterization of supersonic gas jets: experiments and simulations // Vacuum. 2021. V. 192. P. 110440. <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2021.110440>
15. Lengrand J.C., Prikhodko V.G., Skovorodko P.A., Yarygin I.V., Yarygin V.N. Outflow of gas from supersonic nozzle with screen into vacuum // AIP Conference Proceedings. 2011. V. 1333. N 1. P. 583. <https://doi.org/10.1063/1.3562710>
16. Prikhodko V.G., Yarygin V.N., Yarygin I.V. Experimental study of droplet detachment from liquid film surface by a co-current flow inside the nozzle stagnation chamber // Journal of Physics: Conference Series. 2020. V. 1677. N 1. P. 012148. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1677/1/012148>
17. Zarvin A.E., Dubrovin K.A., Yaskin A.S., Kalyada V.V., Khudozhnikov V.E. Simulation of the spacecraft supersonic jets in vacuum on small-sized laboratory installations // Journal of Physics: Conference Series. 2021. V. 1799. N 1. P. 012040. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1799/1/012040>

References

1. Yarygin V.N., Gerasimov Y.I., Krylov A.N., Mishina L.V., Prikhodko V.G., Yarygin I.V. Gas dynamics of spacecraft and orbital stations (review). *Thermophysics and Aeromechanics*, 2011, vol. 18, no. 3, pp. 333–358. <https://doi.org/10.1134/s0869864311030012>
2. Rudinger G. *Fundamentals of Gas Particle-Flow*. Amsterdam-Oxford-New York: Elsevier, 1980, 156 p.
3. Miura H., Glass I.I. Supersonic expansion of a dusty gas around a sharp corner. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 1988, vol. 415, no. 1848, pp. 91–105. <https://doi.org/10.1098/rspa.1988.0004>
4. Ling Y., Haselbacher A., Balachandar S. Transient phenomena in one-dimensional compressible gas-particle flows. *Shock Waves*, 2009, vol. 19, no. 1, pp. 67–81. <https://doi.org/10.1007/s00193-009-0190-1>
5. Wu Q.-S., Zhu H., Xu Y.-H., Wang B.Y. Numerical study of shock diffraction in dusty gases. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1995, vol. 16, no. 1, pp. 79–85. <https://doi.org/10.1007/bf02453777>
6. Ren Z.-X., Wang B., Zhang H. Fast numerical solutions of gas-particle two-phase vacuum plumes. *Advances in Mechanical Engineering*, 2013, vol. 5, pp. 765627. <https://doi.org/10.1155/2013/765627>
7. Molleson G.V., Stasenko A.L. Acceleration of microparticles in a gasdynamic facility with high expansion of flow. *High Temperature*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 100–107. <https://doi.org/10.1134/s10740-008-1014-1>
8. Volkov K.N., Emelianov V.N., Teterina I.V., Yakovchuk M.S. *Nozzle Gas Flows in Power Installations*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2017, 328 p. (in Russian)
9. Molleson G.V., Stasenko A.L. Gas thermodynamics and optics of a monodisperse supersonic jet interacting with an aerodynamic body. *High Temperature*, 2012, vol. 50, no. 6, pp. 755–764. <https://doi.org/10.1134/s0018151x12050124>
10. Venkatraman A., Alexeenko A.A. Simulations and measurements of gas-droplet flows in supersonic jets expanding into vacuum. *AIAA Paper*, 2009, no. 2009-3751. <https://doi.org/10.2514/6.2009-3751>
11. Dorchie F., Blasco F., Caillaud T., Stevefelt J., Stenz C., Boldarev A.S., Gasilov V.A. Spatial distribution of cluster size and density in supersonic jets as targets for intense laser pulses. *Physics Review A*, 2003, vol. 68, no. 2, pp. 023201. <https://doi.org/10.1103/physreva.68.023201>
12. Chen G., Kim B., Ahn B., Kim D.E. Experimental investigation on argon cluster sizes for conical nozzles with different opening angles. *Journal of Applied Physics*, 2010, vol. 108, pp. 064329. <https://doi.org/10.1063/1.3475514>
13. Luria K., Christen W., Even U. Generation and propagation of intense supersonic beams. *The Journal of Physical Chemistry A*, 2011, vol. 115, no. 25, pp. 7362–7367. <https://doi.org/10.1021/jp201342u>
14. Patel M., Thomas J., Joshi H.C. Flow characterization of supersonic gas jets: experiments and simulations. *Vacuum*, 2021, vol. 192, pp. 110440. <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2021.110440>
15. Lengrand J.C., Prikhodko V.G., Skovorodko P.A., Yarygin I.V., Yarygin V.N. Outflow of gas from supersonic nozzle with screen into vacuum. *AIP Conference Proceedings*, 2011, vol. 1333, no. 1, pp. 583. <https://doi.org/10.1063/1.3562710>
16. Prikhodko V.G., Yarygin V.N., Yarygin I.V. Experimental study of droplet detachment from liquid film surface by a co-current flow inside the nozzle stagnation chamber. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1677, no. 1, pp. 012148. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1677/1/012148>
17. Zarvin A.E., Dubrovin K.A., Yaskin A.S., Kalyada V.V., Khudozhnikov V.E. Simulation of the spacecraft supersonic jets in

18. Bernard F., Iollo A., Puppo G. Simulation of particle dynamics for rarefied flows: backflow in thruster plumes // *European Journal of Mechanics. B/Fluids*. 2017. V. 63. P. 25–38. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2017.01.001>
19. Ivanov M., Kudryavtsev A., Markelov G., Vashchenkov P., Khotyanovsky D., Schmidt A. Numerical study of backflow for nozzle plumes expanding into vacuum // *AIAA Paper*. 2004. N 2004-2687. <https://doi.org/10.2514/6.2004-2687>
20. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Пустовалов А.В. Сверхзвуковые течения невязкого сжимаемого газа в аэродинамических окнах газовых лазеров // *Вычислительные методы и программирование*. 2014. Т. 15. № 4. С. 712–725.
21. Emelyanov V.N., Pustovalov A.V., Volkov K.N. Supersonic jet and nozzle flows in uniform-flow and free-vortex aerodynamic windows of gas lasers // *Acta Astronautica*. 2019. V. 163. P. 232–243. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.01.014>
22. Henderson C.B. Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows // *AIAA Journal*. 1976. V. 14. N 6. P. 707–708. <https://doi.org/10.2514/3.61409>
23. Volkov K. Multigrid and preconditioning techniques in CFD applications // *CFD Techniques and Thermo-Mechanics Applications*. Springer, Cham, 2018. P. 83–149. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70945-1_6
- vacuum on small-sized laboratory installations. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1799, no. 1, pp. 012040. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1799/1/012040>
18. Bernard F., Iollo A., Puppo G. Simulation of particle dynamics for rarefied flows: backflow in thruster plumes. *European Journal of Mechanics. B/Fluids*, 2017, vol. 63, pp. 25–38. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2017.01.001>
19. Ivanov M., Kudryavtsev A., Markelov G., Vashchenkov P., Khotyanovsky D., Schmidt A. Numerical study of backflow for nozzle plumes expanding into vacuum. *AIAA Paper*, 2004, no. 2004-2687. <https://doi.org/10.2514/6.2004-2687>
20. Volkov K.N., Emelyanov V.N., Pustovalov A.V. Supersonic flows of an inviscid compressible gas in aerodynamic windows of gas lasers. *Numerical Methods and Programming*, 2014, vol. 15, no. 4, pp. 712–725. (in Russian)
21. Emelyanov V.N., Pustovalov A.V., Volkov K.N. Supersonic jet and nozzle flows in uniform-flow and free-vortex aerodynamic windows of gas lasers. *Acta Astronautica*, 2019, vol. 163, pp. 232–243. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.01.014>
22. Henderson C.B. Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows. *AIAA Journal*, 1976, vol. 14, no. 6, pp. 707–708. <https://doi.org/10.2514/3.61409>
23. Volkov K. Multigrid and preconditioning techniques in CFD applications. *CFD Techniques and Thermo-Mechanics Applications*. Springer International Publishing, 2018, pp. 83–149. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70945-1_6

Авторы

Богданюк Даниил Олегович — аспирант, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, <https://orcid.org/0009-0001-0427-8590>, bogdaniuk@mail.ru

Волков Константин Николаевич — доктор физико-математических наук, доцент, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, [sc 8663950000](https://orcid.org/0000-0001-6055-2323), <https://orcid.org/0000-0001-6055-2323>, dsci@mail.ru

Емельянов Владислав Николаевич — доктор технических наук, профессор, профессор, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, [sc 7004697417](https://orcid.org/0000-0002-7039-9948), <https://orcid.org/0000-0002-7039-9948>, vlademelyanov@gmail.com

Пустовалов Александр Викторович — кандидат технических наук, доцент, доцент, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, <https://orcid.org/0009-0003-2637-7295>, a_pstv@mail.ru

Authors

Daniil O. Bogdanuk — PhD Student, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, <https://orcid.org/0009-0001-0427-8590>, bogdaniuk@mail.ru

Konstantin N. Volkov — D.Sc., Associate Professor, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, [sc 8663950000](https://orcid.org/0000-0001-6055-2323), <https://orcid.org/0000-0001-6055-2323>, dsci@mail.ru

Vladislav N. Emelyanov — D.Sc., Full Professor, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, [sc 7004697417](https://orcid.org/0000-0002-7039-9948), <https://orcid.org/0000-0002-7039-9948>, vlademelyanov@gmail.com

Alexander V. Pustovalov — PhD, Associate Professor, Associate Professor, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, <https://orcid.org/0009-0003-2637-7295>, a_pstv@mail.ru

Статья поступила в редакцию 19.01.2023

Одобрена после рецензирования 21.02.2023

Принята к печати 27.03.2023

Received 19.01.2023

Approved after reviewing 21.02.2023

Accepted 27.03.2023



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»