

doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-979-987

УДК 519.254

Волновая регрессия: нелинейная когнитивная эвристика

Павел Игоревич Богданов¹, Илья Алексеевич Суров²✉

^{1,2} Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

¹ pavel.bogdanov@metalab.ifmo.ru, <https://orcid.org/0009-0000-1363-2451>

² ilya.a.surov@itmo.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-5690-7507>

Аннотация

Введение. Качество регрессии определяется выбором аппроксимирующей функции, более или менее точно соответствующей процессу порождения данных. Ключевым классом таких процессов являются когнитивные процессы, часто имеющие волновой характер. Соответствующая математическая структура положена в основу метода регрессии поведенческих данных. **Метод.** Волновая регрессия строится путем обобщения коэффициентов классической линейной регрессии вещественных весов на комплекснозначные амплитуды, модули и фазы которых кодируют усиление и задержку когнитивных волн. При этом целевая величина порождается квадратом модуля суммы амплитудных влияний базисных признаков. Построенные регрессионные модели апробированы на массиве оценок успеваемости учебной группы в сравнении с линейными регрессиями с тем же числом параметров. **Основные результаты.** При большом числе базисных признаков точность волновой регрессии близка к точности линейных моделей. При уменьшении числа признаков базисных признаков ошибка линейной регрессии растет, тогда как ошибка волновой регрессии снижается. Наибольшая разница наблюдается в троичном режиме, когда целевой признак порождается парой базисных признаков. В этом случае ошибка трехпараметрической волновой регрессии на 2,5 % ниже ошибки полной линейной регрессии с 21 параметром. **Обсуждение.** Полученное преимущество обусловлено особым типом нелинейности волновой регрессии, характерной для прагматических эвристик естественного мышления. Эта нелинейность позволяет использовать смысловые корреляции признаков, не видимые другими регрессионными моделями. Представленный подход к использованию этих корреляций открывает возможности создания экономичных алгоритмов природоподобного интеллекта и анализа данных.

Ключевые слова

нелинейная регрессия, волновая логика, анализ данных, когнитивная модель, поведение, прогноз, эвристика

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-71-01046.

Ссылка для цитирования: Богданов П.И., Суров И.А. Волновая регрессия: нелинейная когнитивная эвристика // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2025. Т. 25, № 5. С. 979–987. doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-979-987

Wave regression: nonlinear cognitive heuristic

Pavel I. Bogdanov¹, Ilya A. Surov²✉

^{1,2} ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

¹ pavel.bogdanov@metalab.ifmo.ru, <https://orcid.org/0009-0000-1363-2451>

² ilya.a.surov@itmo.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-5690-7507>

Abstract

The quality of regression is determined by the choice of an approximation function, more or less accurately reflecting the process which generated the data. An important class of such processes is cognitive processes of largely wave nature. Here, the corresponding wave-like calculus is used in the new method of behavioral regression. We generalize classical linear regression from real weights to complex-valued amplitudes the modules and phases of which encode the amplification and delay of cognitive waves. The target feature then emerges as squared module of total amplitude

influences of all basis features. The obtained regression models are tested on the data of academic performance of the study group in comparison with linear regressions of the same number of parameters. When using all basis features, the accuracy of wave regression is close to the accuracy of linear models. With fewer basis features the quality of linear regression degrades, while the performance of wave regression improves. The largest difference is observed in triadic regime when the target feature is produced by two basis features. In this case, the error of three-parameter wave regression is 2.5 % lower than that of full linear regression with 21 parameters. This dramatic improvement is due to a special nonlinearity of wave regression, typical to pragmatic heuristics of natural thinking. This nonlinearity takes advantage of semantic correlations of features missed by classical regressions. The wave-like reduction of computational complexity opens up ways for developing more efficient and nature-like algorithms of data analysis and artificial intelligence.

Keywords

nonlinear regression, wave logic, data analysis, cognitive modeling, behavior prediction, computational complexity, heuristic

Acknowledgements

Research was funded by the Russian Science Foundation grant No. 23-71-01046.

For citation: Bogdanov P.I., Surov I.A. Wave regression: nonlinear cognitive heuristic. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2025, vol. 25, no. 5, pp. 979–987 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-979-987

Введение

Регрессия — центральная задача анализа данных, состоящая в прогнозировании целевой величины по набору известных признаков с помощью функций определенного вида. При нелинейной связи между признаками используются степенные, гиперболические, показательные, тригонометрические, другие функции и эвристики [1, 2]. Выбор между этими вариантами обычно делается на основе априорных знаний о природе процессов, породивших рассматриваемые данные. Важнейшим таким процессом является мышление человека и других живых организмов, прямо или косвенно порождающих данные биологической природы: текстовые, звуковые, графические, поведенческие статистики социально-экономических, культурно-исторических, экологических и других процессов.

Поведение биосистем различного масштаба и сложности следует логико-вероятностной структуре, моделируемой на основе математического аппарата квантовой теории и физики волн [3–5]. При этом вещественные поведенческие вероятности в каждой ситуации-контексте порождаются комплекснозначными амплитудами «когнитивных волн» через операцию квадратного модуля [6]. Несмотря на свою универсальность [7], эта математическая структура не представлена среди методов нелинейной регрессии.

Настоящая работа устраняет этот пробел, устанавливая соответствие между контекстами принятия решений в квантовой когнитивистике [5, 7] и признаками в задаче регрессии. За основу взята волновая модель [6], связывающая вероятности двоичного выбора в трех поведенческих контекстах.

Троичная волновая регрессия

Простейшая волновая регрессия воспроизводит неотрицательную целевую величину Y по паре неотрицательных признаков X_a, X_b , которые переводятся в амплитудный вид операцией квадратного корня: $Q_a = \sqrt{X_a}$, $Q_b = \sqrt{X_b}$. Эти значения определяют стартовые амплитуды волн, распространяющихся из точек A, B в точку целевого признака Y как показано на рис. 1.

Соответствующие переходы характеризуются коэффициентами подавления/усиления волновых амплитуд r_a, r_b , а также фазовыми задержками φ_a, φ_b . В результате в точку Y приходит волна суммарной амплитуды

$$Q_y = r_a Q_a e^{i\varphi_a} + r_b Q_b e^{i\varphi_b}, \quad (1)$$

порождающая вещественную величину Y через операцию квадратного модуля аналогично тому, как мощность волны определяется ее амплитудой:

$$Y_{\text{mod}} = |Q_y|^2 = r_a^2 X_a + r_b^2 X_b + 2r_a r_b \sqrt{X_a X_b} \cos(\varphi_b - \varphi_a). \quad (2)$$

Вещественные величины X_a, X_b, Y соответствуют наблюдаемым поведенческим данным, тогда как амплитудный вид Q_a, Q_b, Q_y представляет эти данные в когнитивной системе наблюдателя. Комплексно-амплитудное представление характерно наличием фазы «когнитивных волн», отсутствующей у вещественных чисел.

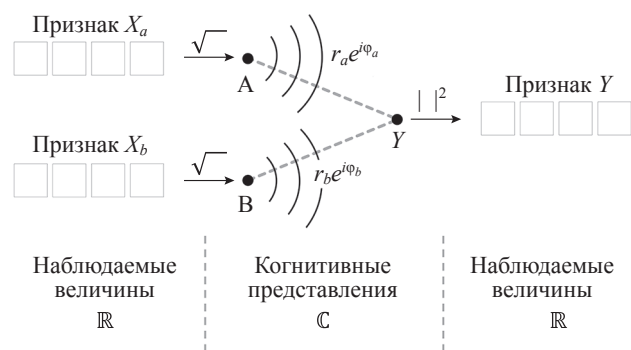


Рис. 1. Троичная волновая регрессия. Вещественные базисные признаки $X_a, X_b \geq 0$ переводятся в амплитудный вид и распространяются в виде комплекснозначных волн в когнитивном пространстве. Интерференции этих волн в точке целевого признака Y (1) порождает его значения посредством операции квадратного модуля (2)

Fig. 1. Triadic wave regression. Real-valued basis features $X_a, X_b \geq 0$ are converted to the amplitude form and propagate as complex waves in cognitive space. Interference of these waves at the target feature (1) generates its values by means of squared modulus (2)

Фазовые параметры определяют характер интерференции волновых амплитуд в мышлении субъекта: при близких значениях φ_a, φ_b амплитуды когнитивных волн Q_a, Q_b в (1) складываются конструктивно, в результате чего выходной поведенческий сигнал (2) нелинейно усиливается. В обратном случае амплитуды складываются в противофазе, подавляя поведенческий сигнал сильнее, чем это возможно в линейных моделях [6]. Поскольку суперпозиция амплитуд в выражении (1) при этом остается линейной, волновое представление, по сути, есть метод линеаризации поведенческих закономерностей, характерный для естественного мышления.

Ошибкой регрессии признака Y по признакам X_a, X_b является относительная норма разности модельных (2) и фактических данных

$$L = \frac{|Y - Y_{\text{mod}}|}{|Y|}, \quad (3)$$

минимизация которой на тренировочной выборке данных определяет величины r_a, r_b , а также разность фаз $\varphi_b - \varphi_a$. Знание этих параметров позволяет пользоваться формулой (2) для прогнозирования величины Y по величинам X_a, X_b [8, 9].

Модификации. Для практических применений суперпозицию (1) целесообразно упростить следующим образом. Во-первых, квадратный модуль в (2) не меняется при умножении амплитуды Q_y на произвольный фазовый фактор $e^{i\varphi}$. В этой связи для волновой регрессии информативна лишь разность фаз $\varphi_b - \varphi_a$, в силу чего одну из них можно приравнять нулю.

Кроме того, практика показывает, что наличие в суперпозиции (1) двух разных амплитуд перехода r_a, r_b , во многих случаях избыточно. Совместно с обнулением одной из фаз, приравнивание этих амплитуд приводит соотношение (2) к виду:

$$Y_{\text{mod}} = |rQ_a + e^{i\varphi}rQ_b|^2. \quad (4a)$$

Вещественным аналогом (4a) с тем же числом свободных параметров является линейная комбинация признаков X_a, X_b с вещественными весами w_a, w_b

$$Y_{\text{mod}} = w_a X_a + w_b X_b. \quad (4b)$$

Также оправдано упрощение, приводящее модели (4) к однопараметрическим формам

$$Y_{\text{mod}} = |Q_a + e^{i\varphi}Q_b|^2, \quad (5a)$$

$$Y_{\text{mod}} = w_a X_a + X_b, \quad (5b)$$

$$Y_{\text{mod}} = w_a X_a. \quad (5c)$$

Поскольку неотрицательные данные не могут быть центрированы на нуле, к моделям (4), (5) целесообразно добавить произвольную константу — свободный член (СЧ). В порядке возрастания числа параметров, полученные таким образом модели выстраиваются следующим образом:

один параметр: СЧ, модели (5);

два параметра: модели (5) + СЧ, модели (4);

три параметра: модели (4) + СЧ.

Свойства этих 11 моделей исследовались следующим образом.

Испытания. В качестве тестовых данных взят журнал успеваемости учебной группы из 22 человек за двухлетний период. После фильтрации пропусков и нечисловых элементов, итоговый массив данных содержит по 144 оценки каждого из 22 учащихся, нормированные на интервал от нуля до единицы. Признакам X_a, X_b, Y на схеме (1) соответствуют оценки любой тройки учащихся, один из которых является целевым, а два оставшихся — базисными. При этом для каждого целевого признака имеется $21 \times 20/2 = 210$ различных базисных пар, для каждой из которых строились перечисленные регрессии. Для тренировки каждой такой моделей из трех соответствующих строк массива многократно выбирались 75 % случайных столбцов, тогда как тестовые 25 % использовались для вычисления ошибки прогноза (3). Минимизация функции (3) выполнялась методом многомерной оптимизации L-BFGS-B [10].

Точками на рис. 2, а показаны значения прогнозной (тестовой) ошибки целевого признака 3 (учащийся группы под порядковым номером 3) с помощью однопараметрических моделей (5a), (5b) для всех 210 базисных пар.

Эти пары отсортированы по убыванию регрессионной информативности, т. е. по возрастанию ошибки (3) на тренировочной части данных. Линиями показано усреднение таких сортировок по всем 22 целевым признакам. Ошибка (3) волновых моделей (5a) в среднем на 7 % ниже ошибки линейных моделей (5b). При этом информативные базисные пары для линейной модели являются информативными для волновой модели и наоборот. Показанная на графике рис. 2, b корреляция этих ошибок составляет 78 %.

На практике из всех базисных пар целесообразно использовать те, которые показывают наилучшую прогнозную точность для целевого признака. Такие пары одновременно имеют и наилучшую тренировочную точность, о чем свидетельствует достаточно строгая монотонность линий на рис. 2, а. Это свойство гарантирует, что базисная пара с наименьшей ошибкой на тренировочных данных целевого признака (крайние левые точки на рис. 2, а) окажется наилучшей или почти наилучшей в прогнозном режиме как для линейной, так и для волновой регрессий этого признака. После усреднения по всем 22 признакам, полученные таким образом точности наилучшего прогноза для 11 вышеуказанных моделей, сгруппированных по числу параметров, представлены на рис. 3.

Среди линейных моделей наилучший результат показывают классические линейные регрессии. Как и ожидалось, ошибка этих моделей монотонно убывает с ростом числа параметров: от 0,33 у регрессии константой (нижний график) до полной линейной двухпараметрической регрессии (0,303, верхний график). Ошибка волновых регрессий с тем же числом параметров во всех случаях меньше. Наибольшая разница имеет место в однопараметрическом случае, когда волновая модель (5a) показывает ошибку $0,308 \pm 0,004$.

Среди двухпараметрических моделей линейные СЧ + $w_a X_a$ и $w_a X_a + w_b X_b$ показывают близкие ошибки

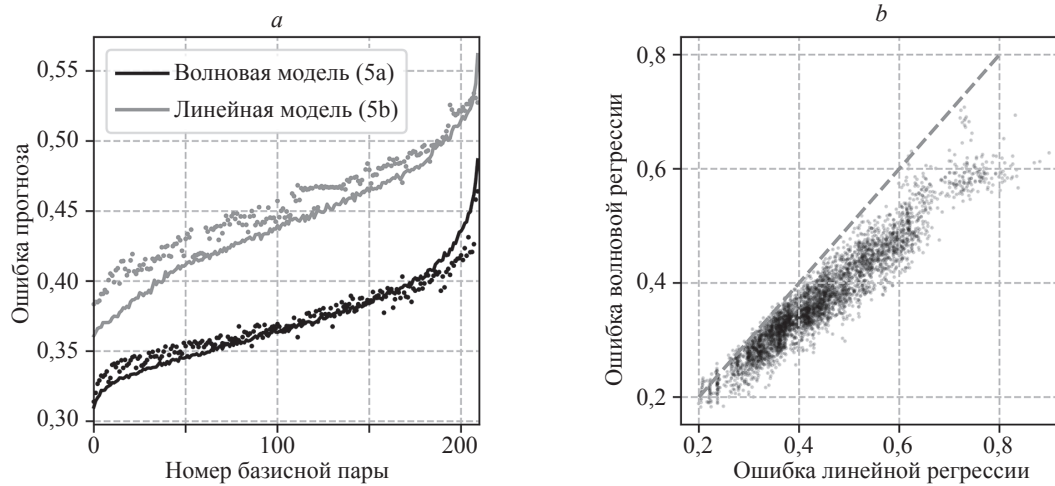


Рис. 2. Тестирование линейной и волновой однопараметрических регрессий (5a), (5b). Ошибки прогнозирования целевого признака 3 на основе всех 210 возможных пар базисных признаков (a); корреляция прогнозных ошибок для всех целевых признаков (b). Каждая точка соответствует некоторой паре базисных признаков

Fig. 2. Testing of single-parameter linear and wave regressions (5a), (5b). Prognostic errors of target feature 3 for all 210 possible basis pairs (a); correlation of prognostic errors for all target features (b). Each point stands for some pair of basis features

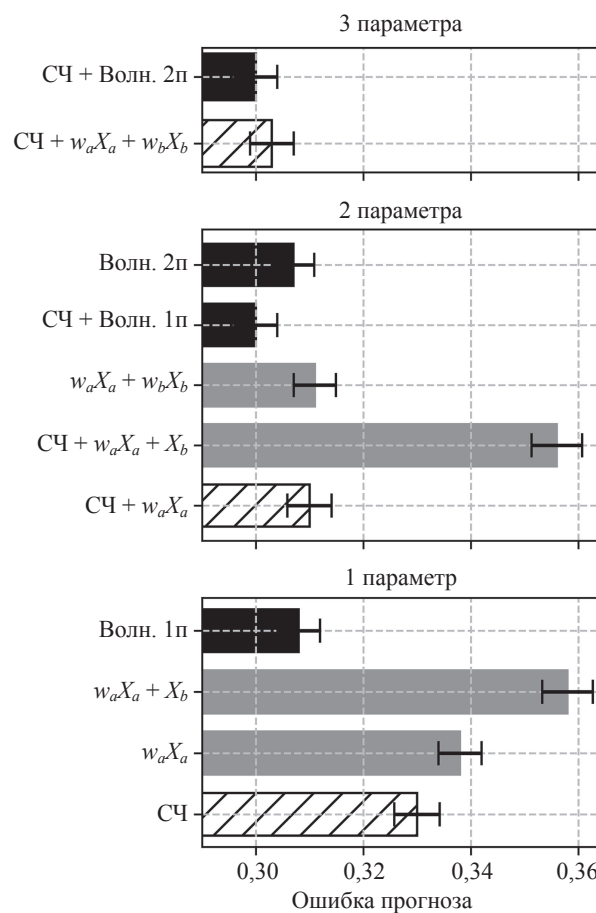


Рис. 3. Средние ошибки регрессионных моделей с одним, двумя и тремя параметрами.

Волновые модели показаны черным цветом, классические линейные регрессии — штриховкой.

Волн. 1п и волн. 2п — одно- и двухпараметрические модели; СЧ — свободный член; $w_a X_a + w_b X_b$ — линейная комбинация признаков с вещественными весами (4b); $w_a X_a + X_b$ и $w_a X_a$ — однопараметрические модели (5b) и (5c)

Fig. 3. Average errors of regression models with one, two and three parameters. Wave models are shown in black, classical linear regressions are hatched

порядка 0,31. Волновой аналог последней (4а) дает ошибку 0,307. Если второй параметр волновой модели использовать в качестве СЧ, то ошибка снижается до $0,300 \pm 0,004$. Аналогичный ход для линейной модели (СЧ + $w_a X_a + X_b$) дает значительно худший результат (0,356). Точности трехпараметрических моделей отличаются незначительно (0,003) с преимуществом волнового варианта.

Многопризнаковый режим

Модель. Представленный метод обобщается на произвольное число $K \geq 2$ базисных признаков. При этом целевой признак в общем случае аппроксимируется многокомпонентным аналогом суперпозиции (1), (2). Упрощение, аналогичное троичной модели (4а), приводит это выражение к виду:

$$Y_{\text{mod}} = r^2 \left| \sum_{k=1}^K e^{i\varphi_k} Q_k \right|^2, \quad \varphi_1 = 0, \quad (6a)$$

в котором число регрессионных параметров равно числу базисных признаков K .

Вещественным аналогом (6) является классическая линейная регрессия

$$Y_{\text{mod}} = \sum_{k=1}^K w_k X_k \quad (6b)$$

с тем же числом параметров.

Испытания. Модели (6а) и (6b) испытаны на тех же самых данных (раздел «Троичная волновая регрессия») об успеваемости учебной группы для трех разных предметов. В предельном случае единственный целевой признак моделируется на основе $K = 21$ оставшихся, причем целевым может быть любой из общего набора 22 признаков.

Полученная методом перекрестной проверки прогнозная точность, усредненная по 22 целевым призна-

кам, представлена на гистограммах (рис. 4) первыми двумя столбцами. Для первого предмета чуть лучше сработала линейная регрессия (6b), тогда как для предметов 2 и 3 предпочтительной оказалась волновая (6а). По трем рассмотренным учебным дисциплинам, среднее преимущество волновой регрессии по сравнению с линейной составило 0,7 %.

Точности однопараметрических регрессий по лучшим базисным парам (раздел «Троичная волновая регрессия») показаны в последних двух столбцах гистограмм на рис. 4. Наибольшую ошибку во всех случаях показывает линейный вариант (5b). Волновой вариант (5а), напротив, во всех случаях дает наименьшую ошибку: на 4,4 % ниже однопараметрической линейной и на 2,5% ниже полных регрессий (6а), (6b).

Характерно поведение тренировочных ошибок, показанных на рис. 4 красным. У полных регрессий она на 4–7 % ниже прогнозной. У обеих однопараметрических моделей, напротив, тренировочная и прогнозная ошибки практически совпадают, что указывает на отсутствие переобучения.

Произвольная часть известных признаков.

Полные и однопараметрические модели также апробированы в режиме, когда из $N = 22$ признаков известна произвольная часть $1 \leq K \leq 21$, тогда как остальные являются целевыми. В силу большого числа сочетаний из N по K , для каждого K рассматривались не более 200 случайных разбиений N признаков на K известных и $N - K$ неизвестных. Полные и однопараметрические регрессии каждого из неизвестных признаков строились как описано выше (разделы «Троичная волновая регрессия» и «Многопризнаковый режим»). Полученные значения в зависимости от K представлены для предмета 2 на рис. 5, а.

Графики на рис. 5, а соответствуют обозначениям на рис. 4: серый и черный пунктиры соответствуют полной регрессии в линейном (6b) и волновом (6а) вариантах. Из этих моделей линейная предпочтительнее

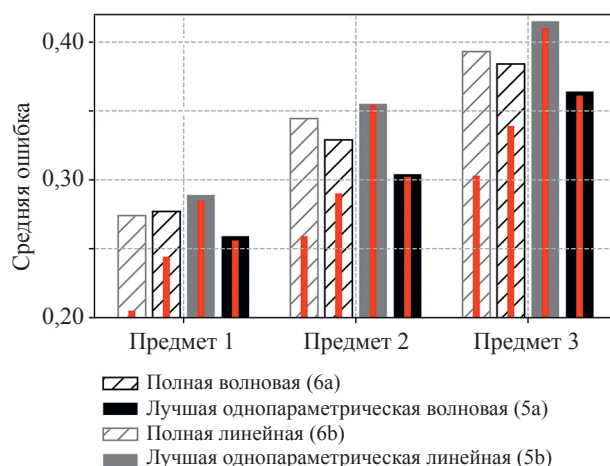


Рис. 4. Средние ошибки полных регрессий (6а), (6b) по $K = 21$ базисным признакам и однопараметрических регрессий по лучшим базисным парам для трех разных предметов. Широкие столбцами показаны прогнозные ошибки (3) согласно легенде. Красным цветом — тренировочные ошибки

Fig. 4. Average errors of full regressions (6a), (6b) with $K = 21$ basis features and single-parameter regressions with best basis pairs for three different disciplines. Wide bars show prognostic errors (3) as indicated in legend. Corresponding training errors are shown in red

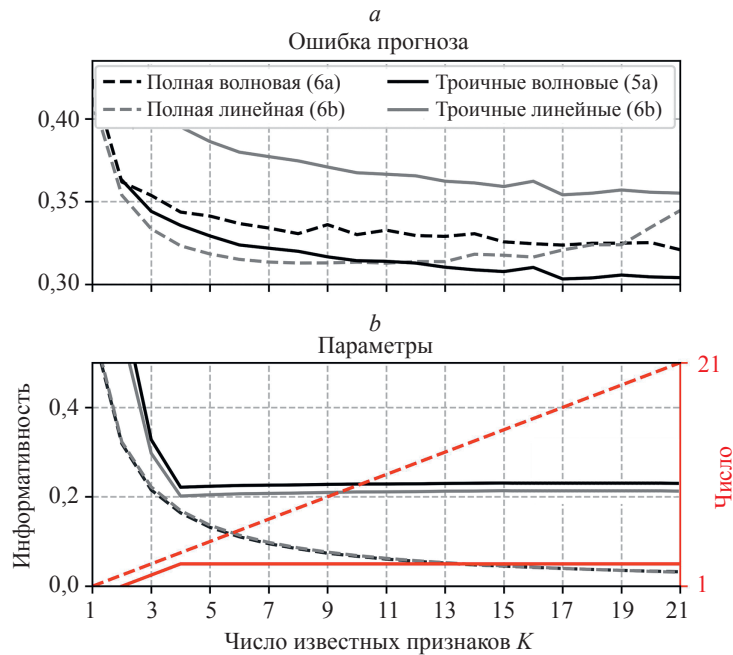


Рис. 5. Средние ошибки прогноза $N-K$ целевых признаков с помощью полных (6a), (6b) и лучших троичных (5a), (5b) регрессий в зависимости от числа известных признаков K (a). Число и средняя информативность параметров моделей (b) для полных (красная штриховка) и троичных (красная линия) регрессий

Fig. 5. Average prognostic errors for $N-K$ target features by full and best triadic regressions for different numbers K of known features (a). Number and average informativity of model parameters (b)

волновой всюду кроме $K > 19$, где у линейной модели имеет место переобучение, отсутствующее у волнового варианта.

Сплошные линии соответствуют линейной и волновой однопараметрическим регрессиям (5a), (5b) по лучшим базисным парам. В отличие от полных моделей, эти графики начинаются с минимального числа базисных признаков $K = 2$ (рис. 1). Как и на рис. 4, линейная однопараметрическая регрессия показывает наибольшую ошибку при всех K . Волновой вариант, напротив, конкурирует по точности с полной линейной регрессией, превосходя ее при большом числе известных признаков ($K \geq 12$). Крайние правые точки графиков соответствуют средней гистограмме на рис. 4.

Эти соотношения ошибок имеют место при радикальном отличии числа параметров моделей M , показанных красным на рис. 5, b.

Для полных моделей (6a), (6b) пунктир показывает число известных признаков K . Для однопараметрических моделей M складывается из одного параметра и необходимых номеров базисных признаков, лучших для данного целевого признака. При $K \geq 4$ это дает константу $M \equiv 3$.

С помощью этих значений можно вычислить среднюю информативность параметров как долю объясненной дисперсии целевых признаков $1 - \text{ошибка}$ (3), отнесенную к числу параметров модели M . Полученные таким образом величины для каждой из моделей представлены на рис. 5, b серыми и черными графиками. В крайних правых точках информативность параметров однопараметрических моделей примерно в 7,5 раз выше информативности параметров полных регрессий.

Обсуждение

Полученное преимущество волновых регрессий над линейными (2,5–7 %) примечательно не своей величиной, которую нетрудно превзойти более сложными методами классической регрессии. Важно то, что этот выигрыш получен переходом от вещественной «логики частиц» к комплекснозначной «логике волн» [6] в рамках одной и той же регрессионной структуры (4), (5) без увеличения числа параметров. Аналогичного эффекта можно ожидать для более сложных моделей регрессии и других алгоритмов анализа данных. В этой связи отметим следующие свойства разработанного подхода.

Троичные корреляции. При выборе регрессионной модели в первую очередь обычно рассматривается линейная функция вида (6b), учитывающая среднее значение и попарные корреляции целевого признака с данными; после этого при необходимости добавляются аналогичные слагаемые высших степеней $w_k X_k^n$, описывающие нелинейные связи целевого признака Y с базисными признаками X_k . Представленные результаты расширяют представления об этой последовательности, что особенно важно при наличии жестких ограничений по числу параметров и вычислительных ресурсов.

В частности, единственный доступный параметр более эффективно использовать как фазу в составе нелинейной функции (5a), чем как коэффициент в составе линейных структур (5b), (5c) или в виде константы¹. В отличие от линейных слагаемых вида $w_k X_k^n$,

¹ Аналогичный эффект имеет место в задачах обработки изображений [11].

интерференционное соотношение (5а) описывает не попарные, а троичные корреляции, связывающие пару признаков X_a, X_b по отношению к целевому признаку Y в когнитивной системе наблюдателя. В классической регрессионной парадигме такие структуры ничем не выделяются из множества других нелинейных функций, в смеси с которыми их прогнозные качества теряются среди других компонент.

Наряду с троичными моделями имеют место множество других регрессионных структур, более сложных как по числу признаков, так и по степени нелинейности [12, 13]. Предварительные тесты показали, что обобщение выражений (1)–(5) на четыре и пять признаков ведет к сокращению преимуществ волновых моделей над их линейными аналогами. Этот результат подтверждает особый статус троичных структур в естественном мышлении [14] как одну из базовых эвристик нелинейного анализа данных. В этом качестве волновые модели существенно расширяют набор средств нелинейной регрессии [15–17].

Вычислительная экономия. Большое значение имеет экономность троичной волновой регрессии, число параметров которой не зависит от числа известных признаков (рис. 5, б). В силу соответствующего сокращения вычислительных затрат этот выигрыш оправдал бы и некоторое снижение точности — как это имеет место для вещественных однопараметрических моделей (рис. 4, рис. 5, а). Волновая модификация модели, напротив, при том же выигрыше по параметрам показывает и выигрыш в точности, что свидетельствует о перспективности использованной логико-математической структуры.

Ресурсная экономичность разработанного подхода наиболее сильно проявляется при переменном разделении признаков на известные и неизвестные, которое для реальных поведенческих систем носит ситуативно-временный характер: сегодня нужно прогнозировать некоторые величины $X_1 \dots X_3$ по признакам $X_4 \dots X_6$, тогда как завтра значения $X_1 \dots X_3$ могут быть известны, а целевым станет признак X_7 . Комбинаторная многочисленность таких вариантов затрудняет их охват в рамках общей предобученной модели; поэтому обычное решение этой задачи состояло бы в тренировке специализированной регрессии для каждого нового разбиения. Поскольку при изменении состава известных признаков пользоваться результатами других регрессий обычно невозможно, такая тренировка выполнялась бы каждый раз с нуля. При этом в логике «чем больше данных, тем лучше» [18] использовались бы все известные признаки.

Представленный подход решает эту проблему иначе. При этом требуется лишь однократная тренировка всевозможных троичных регрессий, число которых $N(N-1)(N-2)/2$ пропорциональна третьей степени общего числа признаков N . После этого регрессия любого набора целевых признаков по любой части остальных признаков требует лишь соответствующей выборки наилучших троек из этого банка. Вычислительное преимущество этого метода при $N = 22$ можно оценить на примере рис. 5. При одинаковых средствах и мето-

дах вычислений, построение обеих полных регрессий (пунктирные графики) заняло 2 ч 47 мин; на той же вычислительной мощности, построение банка обеих троичных регрессий (рис. 2) заняло 1 мин 12 с, после чего выборка оптимальных троек (сплошные графики) заняла 6 секунд. Этот более чем 100-кратный выигрыш указывает на перспективность представленного подхода к поиску регрессионных моделей оптимальной сложности [19–21], что особенно актуально в свете энергозатратности современных моделей машинного обучения [22]. В этом отношении представленная модель соответствует качествам естественного мышления, для которого характерно использование простых, гибких и достаточно эффективных эвристик при скудности доступных данных [18, 23].

Границы применимости. В отличие от выигрыша по вычислительным ресурсам, волновое преимущество в точности имеет место не всегда. Например, такое преимущество отсутствует при моделировании средней успеваемости учебной группы, когда признаками являются средние оценки группы по различным предметам. Строгих критериев такого преимущества в настоящее время не выработано; ясно лишь, что волновая модель предпочтительнее линейной при наличии в регрессионных тройках субъективно-смысловых соотношений, которые кодируются фазовыми параметрами когнитивных волн [6, 24]. Когда признаками являются оценки отдельных людей, то такие соотношения обусловлены их межличностными отношениями, проявляющимися в учебной успеваемости. При работе со средними, напротив, фазы могли бы кодировать осмысленное отношение к различным предметам учебной группы как целого, чего в рассмотренных данных не наблюдается.

Обобщение. Возможно обобщение представленного подхода с волновых на квантово-подобные логико-математические структуры, описывающие еще более фундаментальные принципы порождения и восприятия информации благодаря специфике квантовых форматов кодирования [25, 26]. Такое обобщение позволило бы использовать инструментарий квантовой когнитивистики [5, 7] в целях регрессии и других задач анализа данных. Волновая логика, однако, предпочтительна сравнительно простой реализацией в оптике и голографии [27–30]. Представленный подход открывает новые возможности как в этом направлении, так и в рамках обычных вычислительных средств.

Заключение

В работе представлен метод нелинейной регрессии на основе алгебры волновых процессов порождения и когнитивного моделирования поведенческих данных. Полученные результаты особенно значимы потому, что модели машинного обучения, по сути, представляют собой большие регрессии, приспособленные к работе с текстовыми, графическими и другими типами данных. В этой связи достигнутое сокращение числа регрессионных параметров открывает новые подходы к проблеме вычислительно-энергетической емкости искусственного интеллекта.

Литература

References

1. Полежаев В.Д., Полежаева Л.Н. Нелинейные модели парной регрессии в курсе эконометрики // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 4. С. 73
2. Колентеев Н.Я., Гончарова О.А., Гончаров В.С. Парная нелинейная регрессия и корреляция // Материалы VIII-ой Международной межвузовской научно-методической конференции. СПб.: Военная академия материально-технического обеспечения имени генерала армии А.В. Хрулёва, 2022. С. 304–312.
3. Khrennikov A. Quantum-like modeling of cognition // *Frontiers in Physics*. 2015. V. 3. P. 77. <https://doi.org/10.3389/fphy.2015.00077>
4. Asano M., Basieva I., Khrennikov A., Ohya M., Tanaka Y., Yamato I. Quantum information biology: from information interpretation of quantum mechanics to applications in molecular biology and cognitive psychology // *Foundations of Physics*. 2015. V. 45. N 10. P. 1362–1378. <https://doi.org/10.1007/s10701-015-9929-y>
5. Суров И.А., Алоджанц А.П. Модели принятия решений в квантовой когнитивистике. СПб: Университет ИТМО, 2018. 63 с.
6. Суров И.А. Логика множеств и логика волн в когнитивно-поведенческом моделировании // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2023. № 4(32). С. 51–66. <https://doi.org/10.25729/ESI.2023.32.4.005>
7. Khrennikov A.Y. *Ubiquitous Quantum Structure: From Psychology to Finance*. Springer, 2010. 216 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-05101-2>
8. Surov I.A., Pilkevich S.V., Alodjants, A.P., Khmelevsky S.V. Quantum phase stability in human cognition // *Frontiers in Psychology*. 2019. V. 10. P. 929. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.00929>
9. Shan Z.H. Brainwave phase stability: predictive modeling of irrational decision // *Frontiers in Psychology*. 2022. V. 13. P. 617051. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.617051>
10. Head J.D., Zerner M.C. A Broyden—Fletcher—Goldfarb—Shanno optimization procedure for molecular geometries // *Chemical Physics Letters*. 1985. V. 122. N 3. P. 264–270. [https://doi.org/10.1016/0009-2614\(85\)80574-1](https://doi.org/10.1016/0009-2614(85)80574-1)
11. Oppenheim A.V., Lim J.S. The importance of phase in signals // *Proceedings of the IEEE*. 1981. V. 69. N 5. P. 529–541. <https://doi.org/10.1109/PROC.1981.12022>
12. Sorkin R.D. Quantum mechanics as quantum measure theory // *Modern Physics Letters A*. 1994. V. 9. N 33. P. 3119–3127. <https://doi.org/10.1142/s021773239400294x>
13. Bazilevskiy M.P. Nonlinear criteria of quasilinear regression models. *Modeling, Optimization and Information Technology*, 2018, vol. 6, no. 4 (23), pp. 185–195. (in Russian). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2018.23.4.015>
14. Surov I.A. Quantum cognitive triad: semantic geometry of context representation // *Foundations of Science*. 2021. V. 26. N 4. P. 947–975. <https://doi.org/10.1007/s10699-020-09712-x>
15. Рудой Г.И. Индуктивное порождение суперпозиций в задачах нелинейной регрессии // *Машинное обучение и анализ данных*. 2011. Т. 1. № 2. С. 183–197.
16. Сологуб Р.А. Методы трансформации моделей в задачах нелинейной регрессии // *Машинное обучение и анализ данных*. 2015. Т. 1. № 14. С. 1961–1976.
17. Шестопал О.В., Черноиван Д.Н., Середина П.Б. Робастные методы построения и улучшения многомерной линейной и нелинейной регрессий // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*. 2019. Т. 13. № 2. С. 46–51. <https://doi.org/10.24411/2072-8735-2018-10235>
18. Marsh B., Todd P.M., Gigerenzer G. Cognitive heuristics // *Reasoning the Fast and Frugal Way*. 2003. P. 273–288. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511818714.010>
19. Стрижов В.В. Поиск модели оптимальной сложности в задачах нелинейной регрессии // *Математические методы распознавания образов*. 2005. Т. 12. № 1. С. 206–209.
20. Сологуб Р.А. Алгоритмы порождения нелинейных регрессионных моделей // *Информационные технологии*. 2013. № 5. С. 8–12.
21. Ширяев В.Д., Шагилова Е.В., Беляков М.Т. О выборе формы нелинейной регрессионной модели // *Молодежь и системная модернизация страны: Сборник научных статей 8-й Международной научной конференции студентов и молодых ученых. В 4-х томах. Курск, ЗАО «Университетская книга», 2024. С. 137–142.*
1. Polezhaev V.D., Polezhaeva L.N. Nonlinear paired regression models in the econometrics course. *Modern problems of science and education*, 2018, no. 4, pp. 73. (in Russian)
2. Kolenteev N.Ia., Goncharova O.A., Goncharov V.S. Paired nonlinear regression and correlation. *Proc. of the Innovative Technologies in Higher Education Pedagogy*, 2022, pp. 304–312. (in Russian)
3. Khrennikov A. Quantum-like modeling of cognition. *Frontiers in Physics*, 2015, vol. 3, pp. 77. <https://doi.org/10.3389/fphy.2015.00077>
4. Asano M., Basieva I., Khrennikov A., Ohya M., Tanaka Y., Yamato I. Quantum information biology: from information interpretation of quantum mechanics to applications in molecular biology and cognitive psychology. *Foundations of Physics*, 2015, vol. 45, no. 10, pp. 1362–1378. <https://doi.org/10.1007/s10701-015-9929-y>
5. Surov I.A., Alodzhantc A.P. *Decision Models in Quantum Cognitive Science*. St. Petersburg, ITMO University, 2018. 63 p. (in Russian)
6. Surov I.A. Logic of sets and logic of waves in cognitive-behavioral modeling. *Information and Mathematical Technologies in Science and Management*, 2023, no. 4(32), pp. 51–66. <https://doi.org/10.25729/ESI.2023.32.4.005> (in Russian)
7. Khrennikov A.Y. *Ubiquitous Quantum Structure: From Psychology to Finance*. Springer, 2010, 216 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-05101-2>
8. Surov I.A., Pilkevich S.V., Alodjants, A.P., Khmelevsky S.V. Quantum phase stability in human cognition. *Frontiers in Psychology*, 2019, vol. 10, pp. 929. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.00929>
9. Shan Z.H. Brainwave phase stability: predictive modeling of irrational decision. *Frontiers in Psychology*, 2022, vol. 13, pp. 617051. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.617051>
10. Head J.D., Zerner M.C. A Broyden—Fletcher—Goldfarb—Shanno optimization procedure for molecular geometries. *Chemical Physics Letters*, 1985, vol. 122, no. 3, pp. 264–270. [https://doi.org/10.1016/0009-2614\(85\)80574-1](https://doi.org/10.1016/0009-2614(85)80574-1)
11. Oppenheim A.V., Lim J.S. The importance of phase in signals. *Proceedings of the IEEE*, 1981, vol. 69, no. 5, pp. 529–541. <https://doi.org/10.1109/PROC.1981.12022>
12. Sorkin R.D. Quantum mechanics as quantum measure theory. *Modern Physics Letters A*, 1994, vol. 9, no. 33, pp. 3119–3127. <https://doi.org/10.1142/s021773239400294x>
13. Bazilevskiy M.P. Nonlinear criteria of quasilinear regression models. *Modeling, Optimization and Information Technology*, 2018, vol. 6, no. 4 (23), pp. 185–195. (in Russian). <https://doi.org/10.26102/2310-6018/2018.23.4.015>
14. Surov I.A. Quantum cognitive triad: semantic geometry of context representation. *Foundations of Science*, 2021, vol. 26, no. 4, pp. 947–975. <https://doi.org/10.1007/s10699-020-09712-x>
15. Rudoi G.I. Inductive generation of superpositions in nonlinear regression problems. *Mashinnoe obuchenie i analiz dannyh*, 2011, vol. 1, no. 2, pp. 183–197. (in Russian)
16. Sologub R.A. Methods of the nonlinear regression model transformation. *Mashinnoe obuchenie i analiz dannyh*, 2015, vol. 1, no. 14, pp. 1961–1976. (in Russian)
17. Shestopal O.V., Chernoiivan D.N., Seredina P.B. Robust methods of building and improving multidimensional linear and nonlinear regressions. *T-Comm*, 2019, vol. 13, no. 2, pp. 46–51. (in Russian). <https://doi.org/10.24411/2072-8735-2018-10235>
18. Marsh B., Todd P.M., Gigerenzer G. Cognitive heuristics. *Reasoning the Fast and Frugal Way*, 2003, pp. 273–288. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511818714.010>
19. Strizhov V.V. Search for a model of optimal complexity in nonlinear regression problems. *MMRO*, 2005, vol. 12, no. 1, pp. 206–209. (in Russian)
20. Sologub R.A. Nonlinear model generation algorithms. *Information Technologies*, 2013, no. 5, pp. 8–12. (in Russian)
21. Shiriaev V.D., Shagilova E.V., Beliakov M.T. About the form choice of the nonlinear regression model. *Proc. of the Youth and Systemic Modernization of the Country*, 2024, pp. 137–142. (in Russian)
22. Chen S. How much energy will AI really consume? The good, the bad and the unknown. *Nature*, 2025, vol. 639, no. 8053, pp. 22–24. <https://doi.org/10.1038/d41586-025-00616-z>
23. Kureichik V.V., Rodzin S.I. Bio-heuristics inspired by fauna (review). *Information Technologies*, 2023, vol. 29, no. 11, pp. 559–573. (in Russian). <https://doi.org/10.17587/it.29.559-573>

22. Chen S. How much energy will AI really consume? The good, the bad and the unknown // *Nature*. 2025. V. 639. N 8053. P. 22–24. <https://doi.org/10.1038/d41586-025-00616-z>
23. Курейчик В.В., Родзин С.И. Биоэвристики, инспирированные фауной (обзор) // *Информационные технологии*. 2023. Т. 29. № 11. С. 559–573. <https://doi.org/10.17587/it.29.559-573>
24. Суров И.А. Процессная семантика комплексных чисел // *Математические структуры и моделирование*. 2023. № 4 (68). С. 71–84. <https://doi.org/10.24147/2222-8772.2023.4.71-84>
25. Суров И.А. Какая разница? Прагматическая формализация смысла // *Искусственный интеллект и принятие решений*. 2023. № 1. С. 78–89. <https://doi.org/10.14357/20718594230108>
26. Суров И.А. Цветовая кодировка кубитных состояний // *Информатика и автоматизация*. 2023. Т. 22. № 5. С. 1207–1236. <https://doi.org/10.15622/ia.22.5.9>
27. Павлов А.В. Реализация регрессионных моделей обработки информации методом фурье-голографии // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*. 2005. № 2. С. 29–36.
28. Lin X., Rivenson Y., Yardimej N.T., Veli M., Luo Y., Jarrahi M., Ozcan A. All-optical machine learning using diffractive deep neural networks // *Science*. 2018. V. 361. N 6406. P. 1004–1008. <https://doi.org/10.1126/science.aat8084>
29. Краснов А.Е., Головкин М.Е., Никольский Д.Н., Благовещенский В.Г. Волновая сеть для распознавания изображений // *Автоматизация в промышленности*. 2022. № 10. С. 28–33. <https://doi.org/10.25728/avtprom.2022.10.06>
30. Райков А.Н. Полностью аналоговый фотонный искусственный интеллект // *Информационное общество*. 2024. № 6. С. 168–179.
24. Surov I.A. Process semantics of complex numbers. *Mathematical Structures and Modeling*, 2023, vol. 68, no. 4, pp. 71–84. (in Russian). <https://doi.org/10.24147/2222-8772.2023.4.71-84>
25. Surov I.A. What is the difference? Pragmatic formalization of meaning. *Artificial Intelligence and Decision Making*, 2023, no. 1, pp. 78–89. (in Russian). <https://doi.org/10.14357/20718594230108>
26. Surov I.A. Color coding of qubit states. *Informatics and Automation*, 2023, vol. 22, no. 5, pp. 1207–1236. (in Russian). <https://doi.org/10.15622/ia.22.5.9>
27. Pavlov A.V. Implementation of regression models of data processing by the fourier-holography method. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2005, vol. 44, no. 2, pp. 184–191.
28. Lin X., Rivenson Y., Yardimej N.T., Veli M., Luo Y., Jarrahi M., Ozcan A. All-optical machine learning using diffractive deep neural networks. *Science*, 2018, vol. 361, no. 6406, pp. 1004–1008. <https://doi.org/10.1126/science.aat8084>
29. Krasnov A.E., Golovkin M.E., Nikolskii D.N., Blagoveshchenskii V.G. Wave network for image recognition. *Avtomatizaciya v Promyshlennosti*, 2022, no. 10, pp. 28–33. (in Russian). <https://doi.org/10.25728/avtprom.2022.10.06>
30. Raikov A.N. All-analogue photonic artificial intelligence. *Information Society*, 2024, no. 6, pp. 168–179. (in Russian)

Авторы

Богданов Павел Игоревич — студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0009-0000-1363-2451>, pavel.bogdanov@metalab.ifmo.ru

Суров Илья Алексеевич — кандидат физико-математических наук, доцент, научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 57219761715](https://orcid.org/0000-0001-5690-7507), <https://orcid.org/0000-0001-5690-7507>, ilya.a.surov@itmo.ru

Authors

Pavel I. Bogdanov — Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0009-0000-1363-2451>, pavel.bogdanov@metalab.ifmo.ru

Ilya A. Surov — PhD (Physics & Mathematics), Associate Professor, Scientific Researcher, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 57219761715](https://orcid.org/0000-0001-5690-7507), <https://orcid.org/0000-0001-5690-7507>, ilya.a.surov@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 24.06.2025
Одобрена после рецензирования 24.08.2025
Принята к печати 30.09.2025

Received 24.06.2025
Approved after reviewing 24.08.2025
Accepted 30.09.2025



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»