НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

2024, ТОМ 24, НОМЕР 2 (МАРТ–АПРЕЛЬ) ISSN 2226-1494 (PRINT), 2500-0373 (ONLINE)

ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

Методика выбора параметров оптико-электронных систем контроля износа рабочих лопаток паровых турбин по заданной величине суммарной погрешности — *Родикова Л.С., Коротаев В.В., Тимофеев А.Н., Рыжова В.А., Мараев А.А., Михеев С.В.* — 171

Моделирование и анализ фрактального преобразования искаженных снимков земной поверхности, получаемых оптико-электронными системами наблюдения — *Андрусенко А.С., Григорьев А.Н., Коршунов Д.С.* — 182

Способ быстрой разметки сверхбольших данных аэросъемки (на англ. яз.) — *Федулин А.М., Волошина Н.В.* — 190

АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА

Задача адаптивного субоптимального управления и ее вариационное решение — *Блаженов А.В., Ведяков А.А., Милованович Е.В., Слита О.В., Тертычный-Даури В.Ю.* — 198

Управление по выходу для класса нелинейных систем на основе динамической линеаризации — *Пыркин А.А., Та Минь Шон, Нгуен Кыонг Куанг, Голубев А.К.* — 208

КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

RuPersonaChat: корпус диалогов для персонификации разговорных агентов — *Апанасович К.С., Махныткина О.В., Кабаров В.И., Далевская О.П.* — 214

Оптимизированный метод глубокого обучения для прогнозирования дефектов программного обеспечения с использованием алгоритма оптимизации кита (на англ. яз.) — *Алию Айхонг А., Имам Яу Б., Али У., Ахмад А., Абдулрахман Лаваль М.* — 222

Гарантированное обнаружение структурных аномалий в потоковых данных с использованием модели RRCF: выбор параметров обнаружителя и его стабилизация в условиях аддитивных шумов — *Тимофеев А.В.* — 230

ViSL One-shot: генерация набора данных вьетнамского языка жестов (на англ.яз.) — *Данг Х., Бессмертный И.А.* — 241

Оценка вероятностно-временных характеристик компьютерной системы с контейнерной виртуализацией — *Фунг В.К., Богатырев В.А., Кармановский Н.С., Лэ В.Х.* — 249

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И КОГНИТИВНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Новый метод противодействия состязательным атакам уклонения на информационные системы, основанные на искусственном интеллекте (на англ.яз.) — *Воробьева А.А., Матузко М.А., Сивков Д.И., Сафиуллин Р.И., Менщиков А.А.* — 256

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

О свойствах *M*-оценок, оптимизирующих весовую L_2-норму функции влияния — *Лисицин Д.В., Гаврилов К.В.* — 267

Устойчивость высокоупругой прямоугольной пластинки с защемленно-свободными краями при одноосном сжатии — *Сухотерин М.В., Сосновская А.А.* — 276

Модели и методика моделирования деформаций в САПР ANSYS для систем железнодорожных вагонных весов — *Денисенко М.А., Исаева А.С., Синюкин А.С., Ковалев А.В.* — 284

Применение метода решеточных уравнений Больцмана для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости — *Брыков Н.А., Волков К.Н., Емельянов В.Н., Толстогузов С.С.* — 293

От конструирования вейвлетов на основе производных функции Гаусса к синтезу фильтров с конечной импульсной характеристикой — *Семенов В.И., Чумаров С.Г.* — 306

Метод разбиения единицы и гладкая аппроксимация — *Толстых В.Н.* — 314

Цензурирование обучающих выборок с использованием регуляризации отношений связанности объектов классов — *Игнатьев Н.А., Турсунмуротов Д.Х.* — 322

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Подход к разработке программных продуктов в стартапе — *Лонкина Н.В., Лисицына Л.С.* — 330

Моделирование восприятия рекомендаций системы поддержки принятия врачебных решений на основе предсказательного моделирования при проведении профилактических осмотров врачами-стоматологами — *Солдатов А.Н., Солдатов И.К., Ковальчук С.В.* — 335

Главный редактор — В.О. Никифоров, д.т.н., профессор

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Беззатеев С.В. — д.ф.-м.н., доцент (Россия)
Беликов А.В. — д.ф.-м.н., профессор (Россия)
Бессмертный И.А. — д.т.н., профессор (Россия)
Бобцов А.А. — д.т.н., профессор (Россия)
Бухановский А.В. — д.т.н. (Россия)
Волков К. Н. — д.ф.-м.н. (Великобритания)
Дукельский К.В. — д.т.н., доцент (Россия)
Ефимов Д.В. — PhD (Франция)
Заколдаев Д.А. — к.т.н., доцент (Россия)
Иорш И.В. — д.ф.-м.н. (Россия)
Кармановский Н.С. (заместитель главного редактора) — к.т.н., доцент (Россия)
Комаров И.И. — к.ф.-м.н., доцент (Россия)
Матвеев Ю.Н. — д.т.н. профессор (Россия)
Никоноров Н.В. — д.ф.-м.н., профессор (Россия)
Полищук Г.С. — к.т.н. (Россия)
Романов А.Е. — д.ф.-м.н., профессор (Россия)
Сидоркина И.Г. — д.т.н., профессор (Россия)
Степанов О.А. — д.т.н., профессор (Россия)
Татарникова Т.М. — д.т.н., доцент (Россия)
Тимофеев А. В. — д.т.н. (Казахстан)
Успенская М.В. — д.т.н., профессор (Россия)
Цыпкин А.Н. — д.ф.-м.н. (Россия)

Ответственный секретарь — И.В. Малькова

Editor-in-Chief — Vladimir O. Nikiforov, D.Sc., Professor

EDITORIAL BOARD

Sergey V. Bezzateev — D.Sc., Associate Professor (Russia)
Andrey V. Belikov — D.Sc., Professor (Russia)
Igor A. Bessmertny — D.Sc., Professor (Russia)
Alexey A. Bobtsov — D.Sc., Professor (Russia)
Alexandr V. Boukhanovsky — D.Sc. (Russia)
Konstantin N. Volkov — D.Sc. (Great Britain)
Konstantin V. Dukelskii — D.Sc., Associate Professor (Russia)
Denis V. Efimov — PhD (France)
Danil A. Zakoldaev — PhD, Associate Professor (Russia)
Ivan V. Iorsh — D.Sc. (Russia)
Nikolai S. Karmanovskiy (Deputy Chief Editor) — PhD, Associate Professor (Russia)
Igor I. Komarov — PhD, Associate Professor (Russia)
Iuri N. Matveev — D.Sc., Professor (Russia)
Nikolay V. Nikonorov — D.Sc., Professor (Russia)
Grigorii S. Polishchuk — PhD (Russia)
Alexey E. Romanov — D.Sc., Professor (Russia)
Irina G. Sidorkina — D.Sc., Professor (Russia)
Oleg A. Stepanov — D.Sc., Professor (Russia)
Tatiana M. Tatarnikova — D.Sc., Associate Professor (Russia)
Andrey V. Timofeev — Dr. habil. Sc. (Kazakhstan)
Mayya V. Uspenskaya — D.Sc., Professor (Russia)
Anton N. Tcypkin — D.Sc., Professor (Russia)

Executive secretary — Irina V. Malkova

Учредитель: Университет ИТМО

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (свидетельство ПИ №ФС77-67990 от 6 декабря 2016 г.).

Языки журнала: русский, английский.

ISSN 2226-1494 (print version), ISSN 2500-0373 (online version)

Англоязычное название: «Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics». Транслитерированное название: «Nauchno-Tekhnicheskii Vestnik Informatsionnykh Tekhnologii, Mekhaniki i Optiki». Сокращенное название: «Sci.Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt.»

Журнал включен в каталог периодических изданий Ulrich's Periodical Directory.

Журнал входит в крупнейшие международные реферативные и наукометрические базы Scopus, EBSCO, ProQuest, EastView, ИВИС и другие.

Журнал входит в утвержденный Высшей аттестационной комиссией «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук».

Периодичность издания — 6 выпусков в год.

Плата за публикации и редактирование не взимается.

Редакторы: Ю.В. Михайлова, Л.Н. Точилина, Т.В. Точилина
Перевод — Н.А. Корнев
Компьютерная верстка — Е.С. Егорова
Сайт — К.В. Малькова

Оф. 2136, Университет ИТМО, ул. Ломоносова, д. 9,
Санкт-Петербург, Российская Федерация, 191002

Телефон (812) 480 02 75
http://ntv.ifmo.ru
E-mail: ntvitmo@itmo.ru

Статьи Журнала доступны по лицензии Creative Commons «Attribution-NonCommercial» 4.0 Всемирная.

Founder: ITMO University

Publication is registered by the Federal Inspectorate Service for Communication, Information Technologies and Communication Media, certificate PI FS77-67 990 dated December, 6th, 2016.

Languages of the journal: Russian, English

ISSN 2226-1494 (print version), ISSN 2500-0373 (online version)

The English title is "Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics".

Transliterated title is "Nauchno-Tekhnicheskii Vestnik Informatsionnykh Tekhnologii, Mekhaniki i Optiki".

Abbreviated parallel title: "Sci.Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt."

The journal is catalogued in Ulrich's Periodical Directory.

The journal is included in the largest international abstract and scientometric databases Scopus, EBSCO, ProQuest, East View, EVIS and others.

The journal is included in the "List of leading scientific journals and periodicals under review in the Russian Federation, where the main scientific results of theses for the PhD and doctor of sciences degree must be published" approved by the Higher Attestation Commission.

Publication frequency is 6 times a year.

Publication and editing are free of charge.

Editors: Yulia V. Mikhailova, Lyubov N. Tochilina, Tatiana V. Tochilina
English Language Technical Editor — Nikolay A. Kornev
Computer layout — Ekaterina S. Egorova
Website — Kseniia V. Malkova

of. 2136, ITMO University, Lomonosova Street, 9,
St.Petersburg, 191002, Russia

Phone (812) 480 02 75
http://ntv.ifmo.ru/en
E-mail: ntvitmo@itmo.ru

Подписано к печати 01.04.2024 Тираж 350 экз. Заказ № 98 (150)

Издание Университета ИТМО

Отпечатано в ООО «Университетские телекоммуникации»

Адрес: 199034, Санкт-Петербург, Биржевая линия, д. 16

© Университет ИТМО

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
март–апрель 2024 Том 24 № 2 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
March–April 2024 Vol. 24 No 2 http://ntv.ifmo.ru/en/
ISSN 2226-1494 (print) ISSN 2500-0373 (online)

ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ

OPTICAL ENGINEERING

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-171-181
УДК 681.78, 343.77

Методика выбора параметров оптико-электронных систем контроля износа рабочих лопаток паровых турбин по заданной величине суммарной погрешности

Лилиана Сергеевна Родикова[1]✉, Валерий Викторович Коротаев[2], Александр Николаевич Тимофеев[3], Виктория Александровна Рыжова[4], Антон Андреевич Мараев[5], Сергей Васильевич Михеев[6]

[1,2,3,4,5,6] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] ls_rodikova@itmo.ru✉, https://orcid.org/0009-0007-4499-5299
[2] korotaev_v_v@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-7102-5967
[3] timofeev@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-7344-9832
[4] victoria_ryz@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-2682-8311
[5] aamaraev@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-7287-0414
[6] msv@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-2042-7285

Аннотация

Введение. Оптико-электронные системы контроля износа рабочих лопаток цилиндров низкого давления паровых турбин обеспечивают оценку величины хорды рабочей лопатки в статике на закрытом цилиндре, но не позволяют оценить износ с необходимой погрешностью при валоповороте. Контроль затрудняется тем, что выходная кромка контролируемой лопатки может перекрываться входной кромкой следующей лопатки. Следовательно, требуется задать такое направление видеонаблюдения для каждого сечения, которое обеспечит формирование видеокадров, содержащих изображение лопатки, и будет включать ее входную и выходную кромки. Режим валоповорота требует применения импульсной подсветки передней и задней кромок рабочих лопаток для уменьшения величины смаза изображения. Исходя из этого, важно осуществить выбор фокусного расстояния объектива видеокамеры, диаметра входного зрачка объектива и мощности импульсных источников излучения. Разработка методики параметров системы является актуальной задачей с целью сокращения трудоемкости проектирования систем для различных моделей турбин и технологий применения. **Метод.** Разработана методика выбора параметров систем контроля износа рабочих лопаток, которая основана на критерии равенства основных составляющих суммарной погрешности величины хорды. При аналитических исследованиях использовались выявленные связи параметров матричного приемника оптического излучения, источников подсветки и оптической схемы с требуемыми характеристиками системы. Компьютерное моделирование процесса преобразования информации в исследуемой системе учитывало связь параметров перемещающихся при валоповороте рабочих лопаток и параметров оптической схемы. Экспериментальная оценка погрешности системы в статике и в динамике на макете лопаточного аппарата использовала многократные измерения после калибровки системы по известным параметрам рабочих лопаток. **Основные результаты.** Методика обеспечивает при необходимых углах наклона видеозонда требуемое поле зрения и заданную погрешность контроля величины хорды за счет выбираемых матричного приемника оптического излучения, фокусного расстояния объектива видеокамеры, диаметра входного зрачка объектива, мощности источников излучения. На примере, наиболее сильно подверженной износу пятой ступени лопаточного аппарата цилиндров низкого давления турбины большой единичной мощности К-1200, показано, что для предельно допустимых значений углов поворота видеозонда 19° и времени задержки кадровой синхронизации до 0,18 с фокусное расстояние объектива видеокамеры должно быть менее 2,4 мм при времени импульсной подсветки 0,05 с. Компьютерное моделирование показало, что предельная погрешность системы может достигать 0,011 мм, что указывает на возможность уменьшения суммарной погрешности. С использованием разработанной методики выбраны основные элементы и создан макет системы. Сформулированы требования к времени экспозиции и задержки кадровой синхронизации. **Обсуждение.** Эффективность методики выбора параметров подтверждена экспериментальными исследованиями макета системы, показавшими, что оценка стандартного отклонения случайной составляющей погрешности

© Родикова Л.С., Коротаев В.В., Тимофеев А.Н., Рыжова В.А., Мараев А.А., Михеев С.В., 2024

контроля хорды в динамике составила 0,26 мм, что в три раза меньше, чем у ранее разработанной системы, и удовлетворяет требованиям, предъявляемым при оценке работоспособности рабочих лопаток паровых турбин в процессе эксплуатации и ремонта. Предложенная методика, направленная на достижение требуемой точности контроля, может быть использована разработчиками других оптико-электронных средств бесконтактного контроля линейных размеров деталей, ориентированных неперпендикулярно линии визирования.

Ключевые слова
паровые турбины, рабочие лопатки, эрозионный износ, хорда рабочей лопатки, контроль износа рабочей лопатки, оптико-электронная система, выбор параметров

Ссылка для цитирования: Родикова Л.С., Коротаев В.В., Тимофеев А.Н., Рыжова В.А., Мараев А.А., Михеев С.В. Методика выбора параметров оптико-электронных систем контроля износа рабочих лопаток паровых турбин по заданной величине суммарной погрешности // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 171–181. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-171-181

Selection of parameters of optoelectronic systems for monitoring the wear for steam turbine rotor blading based on the value of the total error

Liliana S. Rodikova[1]✉, Valery V. Korotaev[2], Alexander N. Timofeev[3], Victoria A. Ryzhova[4], Anton A. Maraev[5], Sergey V. Mikheev[6]

[1,2,3,4,5,6] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] ls_rodikova@itmo.ru✉, https://orcid.org/0009-0007-4499-5299
[2] korotaev_v_v@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-7102-5967
[3] timofeev@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-7344-9832
[4] victoria_ryz@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-2682-8311
[5] aamaraev@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-7287-0414
[6] msv@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-2042-7285

Abstract
Optoelectronic wear monitoring system of rotor blades of steam turbine low-pressure cylinders provide an assessment of the chord value of the working blade in static conditions on a closed cylinder. However, these systems do not allow the operator to assess the wear with the necessary error during shaft rotation. The control process is complicated by the fact that the output edge of the blade is overlapped by the input edge of the next blade; therefore it is necessary to set a scanning direction for each section that will ensure the formation of blade video frames, including both the input and output edges. The shaft rotation mode requires the use of pulsed illumination of the edges of the working blades to reduce the amount of image smudge; therefore it is necessary to select the focal length of the camera lens, the diameter of the entrance pupil of the lens and the power of pulsed radiation sources. The development of a methodology for selecting system parameters will help to reduce the complexity of designing systems for various turbine models and application technologies. Therefore, this is an important task. A methodology has been developed for selecting the parameters of the wear control systems of the working blades, which is based on the criterion of equality of the main components of the total error of the chord value. The analytical studies used the relationship of the parameters of the matrix receiver of optical radiation, illumination sources and the optical circuit with the required characteristics of the system. Computer modeling of the information conversion process in the system under study took into account the relationship between the parameters of the moving blades and the parameters of the optical circuit. The experimental estimation of the system error in statics and dynamics is based on multiple measurements after calibration of the system according to known parameters of the blades. When using the developed methodology, it is possible to achieve the required field of view and a given error in controlling the chord value, due to the choice of: matrix optical radiation receiver, focal length of the camera lens, diameter of the lens entrance pupil, and power of radiation sources. Using the example of the fifth stage of the vane device of the K-1200 high unit power turbine, which is most susceptible to wear, it is shown that for maximum values of the rotation angles of the video probe is 19° and the delay time of frame synchronization is up to 0.18 s, the focal length of the camera lens should be less than 2.4 mm with a pulse illumination time of 0.05 s. Computer modeling has shown that the marginal error of the system can reach 0.011 mm, which illustrates the possibility of reducing the total error. Using the developed methodology, the main elements were selected and a layout of the system was created. The requirements for exposure time and delay time of frame synchronization are formulated. The effectiveness of the parameter selection methodology was confirmed by experimental studies of the system layout, which showed that the estimate of the standard deviation of the random component of the chord control error in dynamics was 0.26 mm, which is three times less than that of the previously developed system and meets the requirements for evaluating the operability of the rotor blades of steam turbines during operation and repair. The proposed technique can be used by developers of other optoelectronic means of contactless control of linear dimensions of parts oriented non-perpendicular to the line of sight.

Keywords
steam turbine, rotor blades, erosive wear, rotor blade chord, wear control of the rotor blade, optoelectronic system, parameter selection

For citation: Rodikova L.S., Korotaev V.V., Timofeev A.N., Ryzhova V.A., Maraev A.A., Mikheev S.V. Selection of parameters of optoelectronic systems for monitoring the wear for steam turbine rotor blading based on the value of the total error. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 171–181 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-171-181

Введение

Входные кромки рабочих лопаток (РЛ) цилиндров низкого давления (ЦНД) паровых турбин подвергаются сильному эрозионному износу, что ведет к сокращению ресурса их работы и возможным авариям. Это обуславливает необходимость периодического осмотра лопаточного аппарата с целью предотвращения аварий [1].

Применение современных видеоэндоскопов открывает возможности повышения точности бесконтактного контроля параметров формы РЛ при их статическом положении [2–4]. Однако существующие видеоэндоскопы непосредственно не могут применяться для эндоскопирования лопаточного аппарата в режиме валоповорота [5], который предполагает вращение ротора без поступления пара в ЦНД. При этом линейная скорость контролируемой области достигает 0,36 м/с, а в видеоэндоскопах не обеспечивается синхронизация видеокадров с положением РЛ.

Оптико-электронные системы контроля износа РЛ (ОЭСРЛ) [6–8] обеспечивают оценку величины хорды РЛ с погрешностью не более 0,9 мм без вскрытия ЦНД при непрерывном вращении ротора в режиме валоповорота с частотой до 1 об/мин.

Однако контроль величины хорды РЛ при применении ОЭСРЛ в режиме валоповорота затрудняется тем, что выходная кромка контролируемой лопатки может перекрываться входной кромкой следующей лопатки, поэтому необходимо задавать такое направление видеонаблюдения для каждого сечения, которое обеспечивает формирование видеокадров, содержащих изображение лопатки, включающее ее входную и выходную кромки. В результате хорды контролируемого сечения лопатки ориентированы неперпендикулярно оптической оси системы, а плоскость изображения РЛ не совпадает с плоскостью фоточувствительной площадки приемника. Исходя из этого, в ОЭСРЛ величину хорды приходится определять по расфокусированному изображению лопатки, полученному при требуемом ракурсе видеонаблюдения [9–11].

Режим валоповорота также требует применения импульсной подсветки передней и задней кромок рабочих лопаток для уменьшения величины смаза изображения, что требует одновременного выбора фокусного расстояния объектива видеокамеры, диаметра входного зрачка объектива и мощности импульсных источников излучения.

Исследование сочетания геометрических и временных параметров элементов и ОЭСРЛ в целом, при ее эксплуатации в ограниченном пространстве актуально, поскольку позволяет сократить время оценки износа и диагностики состояния перемещающейся лопатки с требуемой погрешностью контроля не более 0,5 мм[1].

Целью работы является разработка методики выбора параметров оптико-электронных систем контроля износа лопаточного аппарата ЦНД паровых турбин на закрытом цилиндре при валоповороте, которая обеспечивает требуемую погрешность контроля величины хорды РЛ посредством сочетания геометрических, энергетических и временных параметров элементов и системы в целом.

Возможности применения разрабатываемой методики оценивались при значениях параметров пятой (последней) ступени лопаточного аппарата ЦНД турбины большой единичной мощности К-1200, которая имеет наибольшие габариты и наиболее сильно подвержена износу, что позволяет находить предельно допустимые значения параметров элементов и ОЭСРЛ в целом.

Работа системы при контроле величины хорды рабочих лопаток

Обобщенная схема рассматриваемых ОЭСРЛ (рис. 1) содержит основные элементы: видеозонд *1*, синхродатчик *2*, метку *3* и компьютер *4*.

Видеозонд *1* включает источники излучения *5* и *6*, видеокамеру *7*, содержащую объектив *8*, и матричный фотоприемник *9*. Видеокадр, фиксируемый видеокамерой *7*, имеет размытие, ввиду того, что изображение РЛ не совпадает с чувствительной площадкой матричного фотоприемника *9* и из-за перемещения РЛ за время импульсной подсветки.

Цифровой сигнал, в котором содержится информация о проекции РЛ на плоскость матричного фотоприемника, в настоящей работе называется отображением объекта. Работа ОЭСРЛ заключается в обработке компьютером *4* отображений РЛ, получаемых с видеокамеры *7* видеозонда *1* при импульсной подсветке источниками излучения *5* и *6*. При этом импульсы подсветки формируются по сигналам синхродатчика *2*, основная функция которого — фиксировать моменты угловых положений осей РЛ при их пересечении оптической оси видеокамеры. При этом видеозонд фиксирует изображение первой исследуемой лопатки $РЛ_1$ и

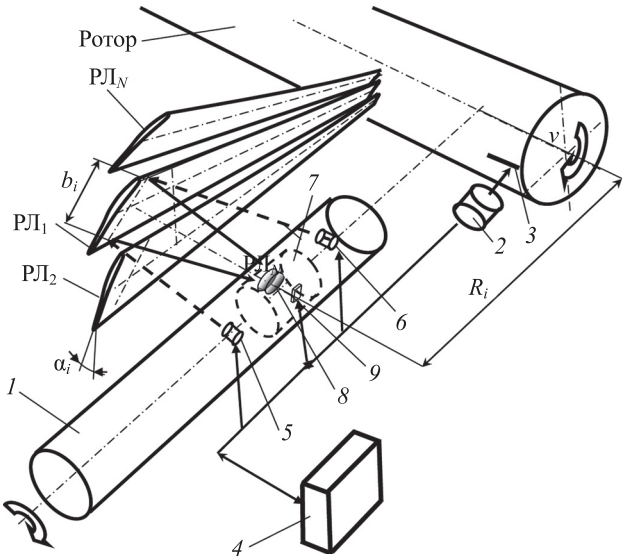


Рис. 1. Структурная схема системы и лопаточного аппарата

Fig. 1. Block diagram of system and blades unit of turbine

[1] РД 153-34.1-17.462-00. Методические указания о порядке оценки работоспособности рабочих лопаток паровых турбин в процессе изготовления, эксплуатации и ремонта. Отраслевой руководящий документ. Утвержден РАО «ЕЭС России». М., ВТИ, 2001.

последней исследуемой лопаткой РЛ$_N$ в данной ступени лопаточного аппарата при вращении ротора турбины с частотой ν.

Входная и выходная кромки РЛ требуют раздельной подсветки для обеспечения необходимого отношения сигнал/шум в обеих частях видеокадра, поэтому видеозонд содержит два импульсных источника оптического излучения *5* и *6*. Контроль эрозионного износа РЛ происходит на основании изменения величины хорды b_i, которая определяется по координатам точек входной и выходной кромок профиля лопатки в конкретном сечении *i*. Вычисление величины хорды и оценка износа РЛ осуществляется с помощью компьютера *4*. Полученная информация хранится в базе в течение всего срока эксплуатации турбины.

Особенностью эндоскопирования лопаточного аппарата паровых турбин является то, что видеозонд должен вводиться в межлопаточное пространство на величину R_i для последовательного контроля очередного сечения *i*, и при этом должен задаваться угол поворота видеозонда γ_i с учетом угла наклона хорды α_i. Угол γ_i, являющийся углом между нормалью к плоскости осей лопаток (ось *OZ*) и оптической осью видеокамеры, зависит от геометрии конкретного лопаточного аппарата и обусловлен тем, что для обеспечения наблюдения всей хорды *AC* (рис. 2) в одном кадре необходимо, чтобы лучи от точки *C* выходной кромки контролируемой лопатки РЛ$_1$ не экранировались поверхностью следующей лопатки РЛ$_2$ и попадали во входной зрачок объектива диаметром *D*. Величина угла поворота γ_i видеозонда в контролируемом сечении *i* в зависимости от конструктивных параметров ЦНД должна иметь величину [8]:

$$\gamma_i = \operatorname{arctg}\frac{s_i}{z_0} = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\pi R_i}{b_i N \sin\alpha_i} + \frac{\pi R_i}{z_0 N} - \frac{D}{2z_0} - \operatorname{ctg}\alpha_i\right), \quad (1)$$

где s_i — величина смещения оптической оси видеокамеры в плоскости осей лопаток для *i*-го контролируемого сечения; z_0 — расстояние от главной точки объектива видеокамеры до центра хорды в контролируемом сечении РЛ; R_i — расстояние от контролируемого сечения РЛ до оси ротора; b_i — величина хорды в контролируемом сечении; *N* — количество рабочих лопаток в исследуемой ступени ротора; α_i — угол наклона хорды.

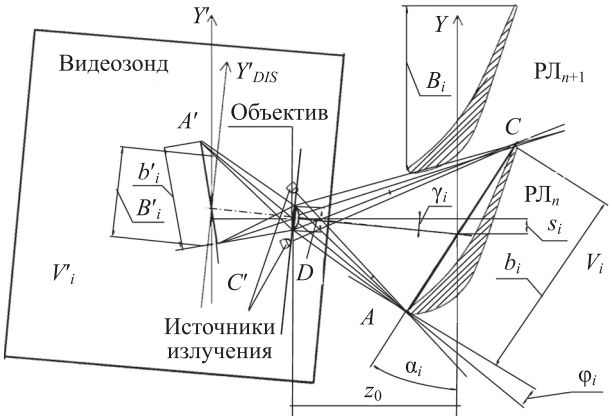


Рис. 2. Ход лучей в оптической схеме оптико-электронной системы контроля износа

Fig. 2. Ray diagram in the optical scheme of the video probe

При изменении угла поворота γ_i выполним корректировку времени запаздывания t_o при захвате видеокадров, которое зависит от линейного смещения s_i центра хорды относительно оптической оси, а также от частоты вращения ротора ν:

$$t_o = \frac{s_i}{2\pi\nu R_i} = \frac{z_0}{\nu b_i N \sin\alpha_i} + \frac{1}{2\nu N} - \frac{z_0 \operatorname{ctg}\alpha_i}{2\pi\nu R_i} - \frac{D}{4\pi\nu R_i}. \quad (2)$$

Исследования показали [8, 9], что для реальных геометрических параметров РЛ наиболее сильно подверженной износу последней ступени лопаточного аппарата ЦНД турбин большой единичной мощности существует такая граничная величина радиуса R_b, при которой угол γ_i принимает значение [8]

$$\gamma_i = \alpha_i. \quad (3)$$

Если $R_i > R_b$, то ось видеокамеры устанавливается перпендикулярно хорде, и изображение хорды будет сформировано на матричном поле анализа, в то время как при $R_i < R_b$ ось видеокамеры невозможно установить перпендикулярно хорде, и плоскость изображения хорды *Y′* будет ориентирована под углом к матричному полю анализа Y'_{DIS}, что приводит к расфокусировке изображения по краям хорды.

Найдем величину R_b из выражения (1) с учетом соотношения (3)

$$R_b = \frac{N b_i (4z_0 + D\sin 2\alpha_i)}{4\pi\cos\alpha_i (2z_0 + b_i \sin\alpha_i)}.$$

Компьютерное моделирование характеристик ОЭСРЛ с учетом параметров лопаточного аппарата К-1200 (1500 мм > R_i > 2500 мм; 250 мм > b_i > 150 мм; 25° > α_i > 10°) показало, что если $R_i < R_b$, то угол поворота видеозонда γ_i при эксплуатации может достигать 19°, а время запаздывания t_o увеличивается до 0,18 с.

Если радиусы контролируемых сечений $R_i > R_b$, то вычисление величины хорды b_i осуществляется по величине ее изображения b'_i на матричном фотоприемнике с учетом фокусного расстояния объектива *f* и рассчитывается по формуле:

$$b_i = (z_0 - f\cos\alpha_i) B'_i / f\cos\alpha_i, \quad (4)$$

в то время как для контролируемых сечений при $R_i < R_b$ вычисление величины хорды b_i осуществляется по величине проекции B'_i ее изображения b'_i на матричном фотоприемнике [8]:

$$b_i = \frac{z_0\sqrt{\left(\begin{array}{c} z_0^2 f^2 - (z_0 - f\cos\gamma_i)^2 \times \\ \times B'^2_i \sin^2(\alpha_i - \gamma_i)\cos^2(\alpha_i - \gamma_i) \end{array}\right)} - z_0^2 f\cos\gamma_i}{0{,}5(z_0 - f\cos\gamma_i)_i B'_i \sin^2(\alpha_i - \gamma_i)\cos(\alpha_i - \gamma_i)\cos\gamma_i}. \quad (5)$$

В ранее проведенных исследованиях [11] показано, что уменьшение погрешности контроля возможно на основе использования метода нахождения связной компоненты точек входной и выходной кромок по половине максимального уровня облученности в

бинаризированном отображении РЛ B'_i на матричном фотоприемнике. Однако в этом случае необходимо учитывать пространственное распределение облученности на матричном фотоприемнике, которое и определяет предельную погрешность ОЭСРЛ.

Предельная погрешность определения величины хорды рабочих лопаток

Под предельной погрешностью ОЭСРЛ следует понимать такую погрешность, для которой единственным ее источником является шумовая погрешность определения координат границ кромок РЛ в проекции изображения на матричном фотоприемнике [12].

При использовании алгоритма определения координат кромок по заданному уровню облученности их предельная погрешность определения координат проекций точек A' и C' изображений кромок РЛ зависит от размера пиксела, уровня внутренних шумов матричного фотоприемника, разрядности аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и методов обработки кадров [13, 14].

Величина среднего квадратического отклонения (СКО) погрешности определения размера хорды на матричном приемнике оптического излучения (МПОИ — digital image sensor, DIS) δb_i^{DIS} зависит от СКО погрешностей δB_{iA}^{DIS} и δB_{iC}^{DIS} определения координат точек A и C кромок. Основываясь на выражении (5), а также отношении db_i^{DIS}/dB_{iA}^{DIS}, рассчитаем погрешность определения координат точки A:

$$\delta b_{iA}^{DIS} = \frac{z_0/\cos\gamma_i - 0{,}5b_i\sin(\alpha_i - \gamma_i) - f}{f\cos(\alpha_i - \gamma_i)}\,\delta B'^{DIS}_{iA}, \qquad (6)$$

и для точки C кромки:

$$\delta b_{iC}^{DIS} = \frac{z_0/\cos\gamma_i + 0{,}5b_i\sin(\alpha_i - \gamma_i) - f}{f\cos(\alpha_i - \gamma_i)}\,\delta B'^{DIS}_{iC}. \qquad (7)$$

Поскольку определение координат границ кромок происходит на едином матричном поле, то выполняется равенство $\delta B'^{DIS}_{iA} = \delta B'^{DIS}_{iC} = \delta B'^{DIS}_i$ и суммарная величина предельной погрешности определения величины хорды $\delta b'^{DIS}_{i\Sigma}$ рассматривается для расположения оптической оси видеокамеры согласно граничному условию (3). Определим суммарную величину предельной погрешности с учетом нормальности функции распределения составляющих $\delta B'^{DIS}_{iA}$ (6) и $\delta B'^{DIS}_{iC}$ (7):

$$\delta b_{i\Sigma}^{DIS} = \frac{\sqrt{(2z_0/\cos\gamma_i - f)^2 + 0{,}5b_i^2\sin^2(\alpha_i - \gamma_i)}}{f\cos(\alpha_i - \gamma_i)}\,\delta B'^{DIS}_i. \qquad (8)$$

Из выражения (8) следует, что в процессе эксплуатации существенное влияние на погрешность $\delta b_{i\Sigma}^{DIS}$ будут оказывать величина $\delta B'^{DIS}_i$, которая обусловлена прежде всего отношением сигнал/шум и такими параметрами, как расстояние от объектива до оси РЛ и фокусным расстоянием объектива.

В работах [15, 16] показано, что при разрядности АЦП равной 8, для наиболее распространенных матричных фотоприемников на основе КМОП-структур, СКО погрешности определения координат точек в отображении объектов зависят от отношения сигнал/шум [13, 17]. Отношение сигнал/шум в диапазоне значений $200 \geq \mu \geq 5$ допустимо аппроксимировать выражением [18]:

$$\delta B'^{DIS}_i = 0{,}9\,p/\mu, \qquad (9)$$

где p — размер пиксела матричного фотоприемника; μ — отношение сигнал/шум.

Выполнено компьютерное моделирование оценок предельной погрешности определения величины хорды РЛ пятой ступени лопаточного аппарата ЦНД турбины большой единичной мощности К-1200 при контроле хорды величиной b = 200 мм с расстояний z_0 = 120 мм и z_0 = 160 мм. Моделирование осуществлено при использовании видеокамеры на основе КМОП-структур с размером пиксела матричного фотоприемника p = 2,25 мкм, частоте кадров равной 70, отношении сигнал/шум не менее 10 дБ, величине фокусного расстояния объектива f = 4,5 мм и разрядности АЦП — 8.

Полученные результаты (рис. 3) показали, что оценки СКО определения координат точки A δb_{iA}^{DIS} (кривые *1* и *3*) и точки C δb_{iC}^{DIS} (кривые *2* и *4*) кромок РЛ при R_i = 1750 мм с углом наклона хорды α = 20° отличаются на 35 %. Вместе с тем оценка СКО предельной погрешности $\delta b_{i\Sigma}^{DIS}$ (кривые *5* и *6*) не превышает 0,011 мм.

При увеличении R_i величина оценки СКО предельной погрешности $\delta b_{i\Sigma}^{DIS}$ (кривые *5* и *6*) изменяется несущественно (менее 1 %). Следовательно, для анализа погрешностей и выбора параметров системы в целом

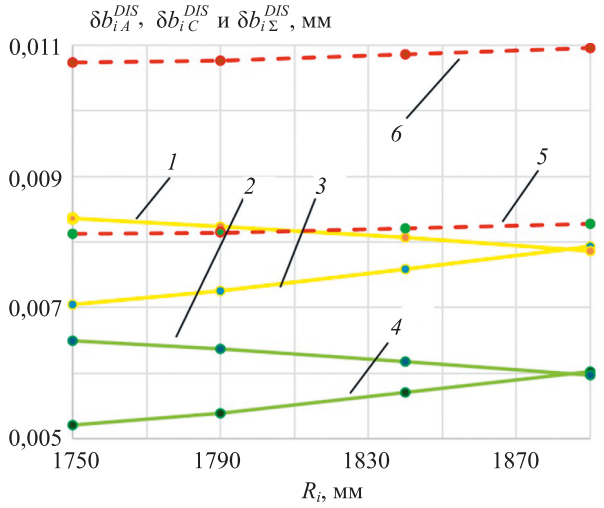


Рис. 3. Графики оценок предельной погрешности определения координат кромки A (кривые *1*, *3*) δb_{iA}^{DIS} и кромки C (кривые *2*, *4*) δb_{iC}^{DIS} хорды рабочей лопатки, а также предельной погрешности определения величины хорды $\delta b_{i\Sigma}^{DIS}$ (кривые *5*, *6*) в зависимости от радиусов контролируемого сечения R_i для расстояний z_0 =120 мм (кривые *1*, *2*, *5*) и z_0 = 160 мм (кривые *3*, *4*, *6*)

Fig. 3. Graphs of the limit error of determining coordinates of the edge A (lines *1*, *3*) δb_{iA}^{DIS}, of the edge C (lines *2*, *4*) δb_{iC}^{DIS} of the chord of the RB, and of the error of determining the value of the chord as a whole $\delta b_{i\Sigma}^{DIS}$ (*5*, *6*) vs. radii R_i of the section controlled and values of distances z_0 = 120 mm (*1*, *2*, *5*) and z_0 = 160 mm (*3*, *4*, *6*)

можно руководствоваться формулой связи параметров (4), а из выражения (8), и с учетом условия (3), предельную погрешность контроля величины хорды допустимо рассчитать с помощью выражения:

$$\delta b_i^{DIS}{}_{\Sigma} = \frac{(z_0 - f\cos\alpha_i)\sqrt{2}}{f\cos\alpha_i}\,\delta B'_i{}^{DIS}. \qquad (10)$$

При проектном расчете характеристик ОЭСРЛ, с учетом выбранных параметров объектива видеокамеры и матричного фотоприемника, выражение (10) позволяет находить предельную погрешность контроля величины хорды $b_i^{DIS}{}_{\Sigma}$ для любого контролируемого сечения РЛ R_i при учете выражения (9), включающего и отношение сигнал/шум.

Методика выбора и расчета параметров видеозонда системы

Для достижения требуемой погрешности контроля величины хорды РЛ необходимо обеспечивать выбор и расчет геометрических параметров оптической системы (фокусное расстояние объектива, диаметр входного зрачка оптической системы, и др.), а также энергетических параметров источников оптического излучения, размера матричного поля фотоприемника l_{DIS}, размера пиксела и времени экспозиции.

Предлагаемая методика выбора параметров элементов ОЭСРЛ и ОЭСРЛ в целом базируется на основе критерия равенства влияния основных составляющих суммарной погрешности определения величины хорды δb_i^{Σ} и содержит следующие этапы: выбор размера площадки фотоприемника и фокусного расстояния объектива видеокамеры; выбор диаметра входного зрачка объектива и мощности источников излучения; выбор требуемого времени экспозиции $t_{\exp}$ матричного фотоприемника.

Этап 1. Выбор размера фотоприемной площадки и фокусного расстояния объектива видеокамеры. Фокусное расстояние объектива видеокамеры f является одним из основных параметров, который, с одной стороны, обеспечивает в ОЭСРЛ требуемое поле зрения $2\beta_i$, а с другой стороны — предельную погрешность контроля величины хорды $\delta b_i^{DIS}{}_{\Sigma}$ (8).

Поскольку величина поля зрения обеспечивается фокусным расстоянием объектива f и размером фотоприемной площадки фотоприемника l_{DIS}, то из рис. 2 следует:

$$2\beta_i^A = 2\operatorname{arctg}\frac{l_{DIS}(z_0 - f\cos(\alpha_i - \gamma_i))}{2z_0 f}. \qquad (11)$$

Для обеспечения требуемого диапазона контроля величины хорды (как правило, от 120 мм до 200 мм) из (8) и (11) для случая, когда $R_i < R_b$, определим величину фокусного расстояния:

$$f = \frac{l_{DIS}z_0[z_0 - 0{,}5b_i\sin(\alpha_i - \gamma_i)\cos\gamma_i]}{z_0 b_i\cos(\alpha_i - \gamma_i)\cos\gamma_i + l_{DIS}\cos\gamma_i \times [z_0 - 0{,}5b_i\sin(\alpha_i - \gamma_i)\cos\gamma_i]},$$

а когда $R_i > R_b$ ($\gamma_i = \alpha_i$):

$$f = l_{DIS}z_0/(b_i + l_{DIS})\cos\alpha_i.$$

Если задать равное влияние основных составляющих погрешности на суммарную погрешность определения величины хорды δb_i^{Σ}, то в зависимости от количества составляющих m, можно рассчитать допустимую величину предельной погрешности:

$$\delta b_i^{DIS}{}_{\Sigma} = \delta b_i^{\Sigma}/\sqrt{m}.$$

Для обеспечения требуемой величины суммарной погрешности контроля хорды δb_i^{Σ} и с учетом предельной погрешности определения величины хорды $\delta b_i^{DIS}{}_{\Sigma}$, в соответствии с выражениями (10) и (9) для выбранного типа матричного фотоприемника, при $R_i > R_b$, рассчитаем искомое фокусное расстояние объектива:

$$f = \frac{1{,}8pz_0\sqrt{m}}{(\mu\delta b_i^{\Sigma} + 0{,}9p\sqrt{m})\cos\alpha_i}.$$

На рис. 4 показаны результаты моделирования зависимостей требуемых фокусных расстояний объектива f от величин расстояний z_0 для контролируемых сечений РЛ в ее корневой (кривые *1* и *3*) (R_i = 1750 мм) и периферийной (кривые *2* и *4*) (R_i = 2090 мм) частях.

Моделирование выполнялось при отношении сигнал/шум равном 5, размере пиксела матричного фотоприемника — 2,25 мкм, размере матричного поля — 7,3 мм, количестве составляющих погрешности — 9 и требуемой погрешности контроля хорды у края РЛ – δb_i^{Σ} = 0,1 мм.

На начальном этапе проектирования ОЭСРЛ все расчеты проведены для сечений, близких к корневым сечениям РЛ (кривые *1* и *3*), так как для них угол наклона хорды и ее размеры максимальны. Из полученных графиков (рис. 4) следует, что необходимая величина фокусного расстояния объектива f_{opt} (пересечение кривых *1* и *3*) равна 2,4 мм при расстоянии от объектива до оси РЛ равном z_{0opt} = 106 мм.

Отметим, что при перемещении видеозонда к периферийным сечениям РЛ фокусное расстояние было

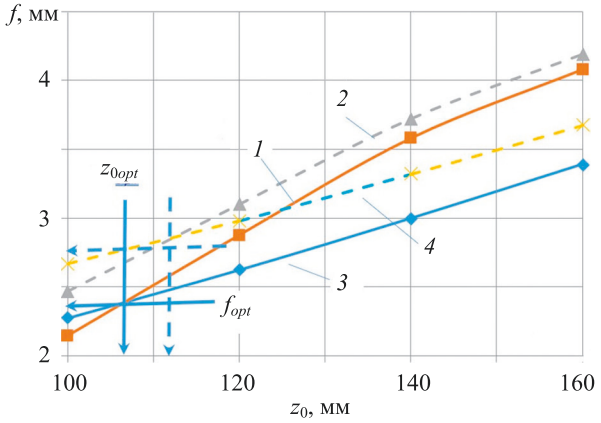


Рис. 4. Графики требуемых фокусных расстояний объектива f видеокамеры для корневого (кривые *1*, *3*) и периферийного (кривые *2*, *4*) сечений i в зависимости от расстояний от объектива до рабочей лопатки

Fig. 4. Graphs of the required focal lengths f of the camera lens for the root section (*1*, *3*) and for the peripheral section (*2*, *4*) of RB distance from the lens to the RB axis

увеличено до 2,6 мм (пересечение кривых *2* и *4*). В этом случае допустимое расстояние от объектива до РЛ изменено до значения z_{0opt} = 114 мм. При этом в ОЭСРЛ использован объектив с переменным фокусным расстоянием, в противном случае необходимо допустить увеличение погрешности контроля хорды РЛ.

Этап 2. Выбор диаметра входного зрачка объектива и мощности источников излучения. В ОЭСРЛ для реализации требуемых значений погрешности определения величины хорды РЛ δb_i^{Σ} требуется обеспечить отношение сигнал/шум μ, которое зависит от величины распределения облученности на фотоприемнике, физических параметров матричного фотоприемника и характеристик РЛ [13, 19].

При выборе матричного фотоприемника необходимо учитывать инвариант Лагранжа–Гельмгольца, который определяет взаимосвязь размера входного зрачка D, поля зрения объектива видеокамеры β_{ob}, апертурного угла фотоприемника θ_{DIS} и размера фоточувствительной площадки l_{DIS} [20]. Тогда размер входного зрачка D должен быть:

$$D \le (l_{DIS}\sin\theta_{DIS})/2\mathrm{tg}\beta_{ob}. \qquad (12)$$

Из рис. 2 следует, что для возможных параметров α_i, b_i, z_0 и при требуемых значениях γ_i (1) величина угла объектива имеет вид:

$$\beta_{ob} = \mathrm{arctg}\,\frac{0{,}5b_i\cos(\alpha_i-\gamma_i)}{z_0/\cos\gamma_i - 0{,}5b_i\sin(\alpha_i-\gamma_i)}. \qquad (13)$$

Тогда из выражений (12) и (13) получим максимально допустимое значение диаметра входного зрачка:

$$D \le \frac{[2z_0/\cos\gamma_i - b_i\sin(\alpha_i-\gamma_i)]l_{DIS}\sin\theta_{DIS}}{b_i\cos(\alpha_i-\gamma_i)}. \qquad (14)$$

Для эффективной работы алгоритма обработки кадров РЛ максимальная величина облученности E^C в изображении наиболее удаленной точки C кромки РЛ на матричном фотоприемнике должна приближаться к уровню насыщения матричного фотоприемника E_{sat}^{DIS}, но не превышать его [21–23]. При использовании матричного фотоприемника в различных оптико-электронных системах контроля применим соотношение [20]:

$$E'^C = 0{,}7E_{sat}^{DIS}. \qquad (15)$$

В качестве источников импульсной подсветки целесообразно использовать полупроводниковые источники оптического излучения, у которых диаграмму излучения можно аппроксимировать как ламбертовскую в пределах угла излучения $\theta_{1/2}$. Тогда из выражений (13)–(15) получим относительное отверстие объектива видеокамеры:

$$\frac{D}{f} = \frac{(z_i^C)^2\sin\theta_{1/2}}{[z_0/\cos\gamma_i + 0{,}5b_i\sin(\alpha_i-\gamma_i) - f]}\times \sqrt{\frac{2{,}8E_{sat}^{DIS}\cos(\alpha_i-\gamma_i)}{\tau\rho_i^C K P_e\cos\varphi_i^C\cos\varepsilon_i^C}}, \qquad (16)$$

где z_i^C — расстояние от источника излучения до выходной кромки C РЛ; φ_i^C — угол между нормалью к поверхности РЛ в точке C кромки и падающим на него пучком оптического излучения (рис. 2); ε_i^C — угол между направлением луча и нормалью к кромке в точке C; K — коэффициент корректировки диаграммы излучения источников [20]; P_e — мощность излучения источника излучения; ρ_i^C — коэффициент диффузного отражения кромки РЛ; τ — интегральный коэффициент пропускания оптической системой отраженного излучения от РЛ.

Анализ выражения (16) показал, что для возможных расстояний z_0, параметров РЛ (α_i, b_i), угла поворота видеозонда γ_i, величины коэффициента диффузного отражения ρ_i^C и уровня насыщения матричного фотоприемника E_{sat}^{DIS}, относительное отверстие объектива D/f находится в пределах от 1/2 до 1/1.

Тогда из выражения (16) следует, что для величин D/f в указанном диапазоне, требуемый уровень мощности источников излучения P_e для подсветки выходной кромки в точке C определяется выражением:

$$P_e = \frac{2{,}8E_{sat}^{DIS}f^2(z_i^{C2}\sin\theta_{1/2})^2\cos(\alpha_i-\gamma_i)}{\tau\rho_i^C K_2 D^2[z_0/\cos\gamma_i + 0{,}5b_i\sin(\alpha_i-\gamma_i) - f]^2\cos\varphi_i^C\cos\varepsilon_i^C}.$$

Полученное выражение позволяет выбрать величину мощности источников излучения для обеспечения необходимой облученности РЛ.

Этап 3. Выбор времени экспозиции кадров. При валоповороте равномерное движение контролируемого сечения РЛ со скоростью V_{Ri} за время экспозиции t_{exp} вызывает смаз в изображении [24, 25]. Этот смаз приводит к увеличению размера цифрового отображения лопатки. С учетом несовпадения плоскостей изображения и фотоприемного матричного поля рассчитаем погрешность, вызванную смазом изображения:

$$\delta b_i^{smear} = V_{Ri}t_{exp}/\cos(\alpha_i-\gamma_i) = \frac{2\pi\nu R_i t_{exp}}{\cos(\alpha_i-\gamma_i)}, \qquad (17)$$

где ν — частота вращения ротора при валоповороте в оборотах в секунду.

Из выражения (17) следует, что погрешность, вызванная смазом δb_i^{smear}, пропорциональна радиусу контролируемого сечения и времени экспозиции.

Как отмечено на этапе 1, при равном влиянии всех составляющих погрешностей на суммарную погрешность контроля величины хорды δb_i^{Σ}, допустимую величину погрешности от смаза δb_i^{smear} можно рассчитать по формуле:

$$\delta b_i^{smear} = \delta b_i^{\Sigma}/\sqrt{m}. \qquad (18)$$

В этом случае из (17) и с учетом (18) определим требуемое время экспозиции t_{exp} на матричном фотоприемнике:

$$t_{exp} = \frac{\delta b_i^{\Sigma}\cos(\alpha_i-\gamma_i)}{2\pi\nu R_i\sqrt{m}}.$$

Компьютерное моделирование ОЭСРЛ при частоте вращения ротора ν = 1 об/с, числе составляющих погрешности равном 9, требуемой суммарной погреш-

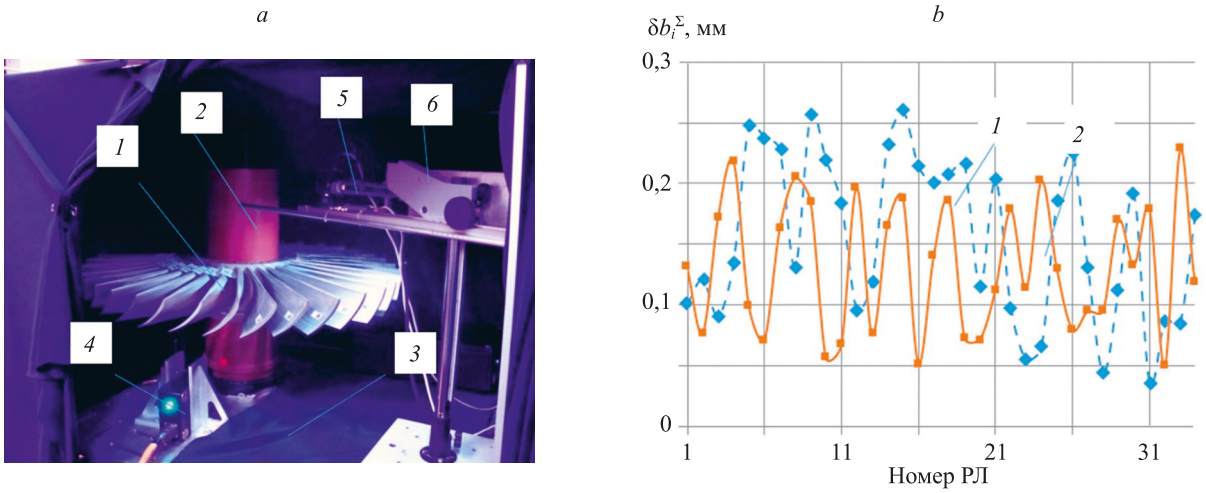


Рис. 5. Установка для исследования погрешности измерения хорды рабочей лопатки в динамике (*a*) и оценки среднеквадратического отклонения погрешности определения величины хорды δb_i^{Σ} для каждой рабочей лопатки в статике (кривая *1*) и в динамике (кривая *2*) (*b*)

Fig. 5. Model for the study of the RB chord value measurement error in dynamics (*a*), and estimated RMS of the chord value δb_i^{Σ} determining error for each RB in statics — graph *1* and in dynamics — graph *2* (*b*)

ности δb_i^{Σ} = 0,1 мм показало, что для радиусов контролируемых сечений R_i в диапазоне от 1500 до 2500 мм требуемое время экспозиции t_{exp} изменяется в диапазоне от 0,05 до 0,06 с, что в ОЭСРЛ обеспечивается регулировкой времени импульсной подсветки.

Экспериментальные исследования макета системы

Для подтверждения эффективности предложенной методики проведено экспериментальное исследование характеристик элементов образца ОЭСРЛ, сформированной для применения на пятой ступени ЦНД паровой турбины К-1200-6.8/50.

Образец ОЭСРЛ содержал: видеозонд, использующий видеоэндоскоп Мегеон 33251 и имеющий разрешение 640 × 480 пикселов; синхродатчик в виде датчика метки ODY A44A5-49N-25C2Ю с зеркальной меткой; источники импульсной подсветки, выполненные в виде светодиодов GNL-5053PGC, и компьютер, реализованный на основе ноутбука Acer Nitro 5 AN515-54-52N7 (Intel Core i5 9300H 2400 MHz). Целью экспериментов являлось исследование величины одного из основных параметров ОЭСРЛ — суммарной погрешности определения величины хорды РЛ δb_i^{Σ} при валоповороте ротора.

В макете лопаточного аппарата использовано 36 прототипов РЛ (рис. 5, *a*), напечатанных на 3D-принтере Ultimaker 2 Extended и имеющих величину хорды b_i =102,1 ± 0,1 мм. Прототипы РЛ были закреплены равномерно на валу *2*, диаметром 200 мм, который устанавливался на автоматической угловой подвижке *3* Standa 8MRB240-152-59. Синхродатчик *4* позволяет определять угловое положение вала *2* с погрешностью 12′.

Подвижка *3* обеспечивала стабильное вращение вала *2* со скоростью 4 об/мин, имитирующее режим валоповорота при равенстве линейной скорости точек поверхности $РЛ_1$ с линейной скоростью точки поверхности РЛ пятой ступени ЦНД паровой турбины К-1200 при валоповороте. Расстояние от видеозонда *5*, закрепленном на кронштейн *6*, до $РЛ_1$ составляло 70 мм, время экспозиции 0,014 с. Перед экспериментами проводилась калибровка макета системы по определению масштабного коэффициента на основе измеренных контактными средствами величин хорд каждого из 36 прототипов РЛ.

Оценка погрешности определения хорды с помощью видеозонда производилась по каждой из 36 РЛ по 10 сериям измерений.

Анализ результатов эксперимента показал, что с учетом погрешности изготовления прототипа РЛ, не превышавшей 0,1 мм и отношении сигнал/шум не менее 10 дБ, оценка СКО погрешности контроля величины хорды δb_i^{Σ} в статике составила 0,22 мм (кривая *1*), а в динамике — 0,26 мм (кривая *2*) (рис. 5, *b*). Полученные результаты практически в три раза лучше, чем в ранее разработанной системе [8], что подтверждает эффективность применения предложенной методики выбора и расчета параметров системы.

Заключение

Показано, что предельная погрешность предложенного метода контроля величин хорды рабочих лопаток, основанного на нахождении координат их входной и выходной кромок для отношения сигнал/шум не менее 10 дБ, составляет величину 0,011 мм и более чем на порядок превышает требования к суммарной погрешности определения величины хорды, что доказывает возможности снижения погрешности контроля.

Разработана методика выбора параметров оптико-электронных систем контроля величины хорды рабочих лопаток цилиндров низкого давления паровых турбин на закрытом цилиндре при валоповороте, основанная на равенстве влияния основных составляющих суммарной погрешности определения величины хорды

с учетом угла поворота видеозонда и расстояния до рабочей лопатки, которая содержит:

— выбор фокусного расстояния объектива видеокамеры, обеспечивающего требуемое поле зрения и предельную погрешность контроля величины хорды;
— выбор диаметра входного зрачка объектива и мощности источников излучения, необходимых для обеспечения требуемого уровня подсветки рабочих лопаток в зависимости от расстояния от источников излучения до входной и выходной кромок рабочих лопаток, угла наклона видеозонда, коэффициента диффузного рассеивания излучения кромками рабочих лопаток и максимально допустимого уровня облученности на выбранном матричном фотоприемнике;
— выбор требуемого времени экспозиции матричного фотоприемника, исходя из допустимой величины скоростного смаза в изображении рабочей лопатки.

Экспериментальные исследования макета, разработанного в соответствии с предложенной методикой, показали, что оценка среднеквадратического отклонения погрешности измерения хорды в статике составила 0,22 мм, а в динамике — 0,26 мм, что лучше, чем в ранее разработанных системах, решающих поставленную задачу. Полученные результаты подтвердили эффективность применения предложенной методики выбора и расчета параметров системы.

Разработанная методика, направленная на достижение требуемой точности контроля, может быть использована разработчиками других оптико-электронных средств бесконтактного контроля линейных размеров деталей, ориентированных неперпендикулярно линии визирования.

Литература

1. Назолин А.Л. Предупреждение аварий и катастроф вращающегося оборудования критически и стратегически важных объектов техносферы (на примере мощных турбоагрегатов атомных и тепловых электростанций): научный доклад / Российская академия наук. М., 2017. 40 p.
2. Geng J., Xie J. Review of 3-D endoscopic surface imaging techniques // IEEE Sensors Journal. 2014. V. 14. N 4. P. 945–960. https://doi.org/10.1109/jsen.2013.2294679
3. Горевой А.В., Мачихин А.С., Хохлов Д.Д., Батшев В.И., Калошин В.А., Перфилов А.М. Применение трассировочной модели оптико-электронной системы для повышения точности стереоскопических эндоскопических измерений // Дефектоскопия. 2017. № 9. С. 44–53.
4. Чичигин Б.А., Грао И.А. Разработка малогабаритной высокоскоростной системы измерительной дефектоскопии и ее испытание на макетных объектах // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67. № 7. С. 668–675. https://doi.org/10.31857/S0033849422070075
5. Щинников П.А., Ноздренко Г.В., Михайленко А.И., Дворцевой А.И., Сафронов А.В. Автоматизация технологических процессов на ТЭС и управление ими. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. 291 с.
6. Хаимов В.А., Кокин Е.Ш., Пузырев Е.И., Воронков Е.О., Ганжин В.А. Внедрение системы оперативного контроля и диагностики эрозионного износа рабочих лопаток мощных паровых турбин // Электрические станции. 2006. № 12. С. 32–36.
7. Kasl J., Matějová M., Mrštík J. Failure analysis of rotating blades of lowpressure steam turbine rotors and possibility of prediction corrosion-fatigue ruptures // MATEC Web of Conferences. 2018. V. 188. P. 04020. https://doi.org/10.1051/matecconf/201818804020
8. Shut G.A., Korotaev V.V., Puzyrev E.I., Ryzhova V.A., Timofeev A.N., Akhmerov A.H., Rodikova L.S. Videoendoscopy of working blades of steam turbines and control of their geometrical parameters // Journal of Optical Technology. 2020. V. 87. N 11. P. 677–683. https://doi.org/10.1364/jot.87.000677
9. Малорасходные режимы ЦНД турбины Т-250/300-240 / под ред. В.А. Хаимова. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 240 с.
10. Leiner D. Digital Endoscope Design. SPIE, 2015. https://doi.org/10.1117/3.2235283
11. Шуть Г.А., Пузырев Е.И., Васильева А.В., Васильев А.С., Некрылов И.С., Ахмеров А.Х., Тимофеев А.Н. Комплексная система эндоскопирования для контроля эрозионного износа лопаток паровых турбин // Известия вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63. № 3. С. 228–237. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2020-63-3-228-236
12. Todros K., Hero A.O. Measure-transformed quasi-maximum likelihood estimation // IEEE Transactions on Signal Processing. 2017. V. 65. N 3. P. 748–763. https://doi.org/10.1109/tsp.2016.2621732
13. Андреев А.Л. Моделирование и расчет автоматизированных видеоинформационных систем наблюдения за объектами: методи-

References

1. Nazolin A.L. *Prevention of accidents and disasters of rotating equipment for critically and strategically important technospheric facilities (based on the example of powerful turbine units of nuclear and thermal power plants): contribution report*. Moscow, RAS, 2017, 40 p. (in Russian)
2. Geng J., Xie J. Review of 3-D endoscopic surface imaging techniques. *IEEE Sensors Journal*, 2014, vol. 14, no. 4, pp. 945–960. https://doi.org/10.1109/jsen.2013.2294679
3. Gorevoy A.V., Machikhin A.S., Khokhlov D.D., Batshev V.I., Kaloshin V.A., Perfilov A.M. Applying a ray tracing model of an optoelectronic system to improve the accuracy of endoscopic measurements. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2017, vol. 53, no. 9, pp. 660–668. https://doi.org/10.1134/S1061830917090054
4. Chichigin B.A., Groo I.A. Development of a small-scale high-speed system of measuring defectoscopy and its testing on different objects. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2022, vol. 67, no. 7, pp. 827–833. https://doi.org/10.1134/s1064226922070075
5. Shchinnikov P.A., Nozdrenko G.V., Mikhailenko A.I., Dvortcevoi A.I., Safronov A.V. *Automation and Management of Technological Processes at Thermal Power Plants*. Novosibirsk, NSTU, 2014, 291 p. (in Russian)
6. Khaimov V.A., Kokin E.Sh., Puzyrev E.I., Voronkov E.O., Ganzhin V.A. Implementation of a system for operational monitoring and diagnosis of working blades erosive wear in powerful steam turbines. *Electrical Stations*, 2006, no. 12, pp. 32–36. (in Russian)
7. Kasl J., Matějová M., Mrštík J. Failure analysis of rotating blades of lowpressure steam turbine rotors and possibility of prediction corrosion-fatigue ruptures. *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 188, pp. 04020. https://doi.org/10.1051/matecconf/201818804020
8. Shut G.A., Korotaev V.V., Puzyrev E.I., Ryzhova V.A., Timofeev A.N., Akhmerov A.H., Rodikova L.S. Videoendoscopy of working blades of steam turbines and control of their geometrical parameters. *Journal of Optical Technology*, 2020, vol. 87, no. 11, pp. 677–683. https://doi.org/10.1364/jot.87.000677
9. *Low-Flow Modes of T-250/300-240 LPC Turbine*. Ed. by V.A. Khaimov. St. Petersburg, BHV-Petersburg, 2007, 240 p. (in Russian)
10. Leiner D. Digital Endoscope Design. SPIE, 2015. https://doi.org/10.1117/3.2235283
11. Shut' G.A., Puzyrev A.V., Vasileva A.V., Vasilev A.S., Nekrylov I.S., Akhmerov A.K., Timofeev A.N. Integrated endoscopy system for monitoring erosion wear of steam turbine blades. *Journal of Instrument Engineering*, 2020, vol. 63, no. 3, pp. 228–237. (in Russian). https://doi.org/10.17586/0021-3454-2020-63-3-228-236
12. Todros K., Hero A.O. Measure-transformed quasi-maximum likelihood estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, vol. 65, no. 3, pp. 748–763. https://doi.org/10.1109/tsp.2016.2621732
13. Andreev A.L. *Modeling and Calculation of Automated Video Information Systems for Objects Monitoring: Guidelines*

ческие указания к лабораторным работам. СПб.: НИУ ИТМО, 2013. 82 с.
14. Uss M., Vozel B., Lukin V., Chehdi K. Potential accuracy of translation estimation between radar and optical images // Proceedings of SPIE. 2015. V. 9643. P. 96430W. https://doi.org/10.1117/12.2194071
15. Tan Q., Kou Y., Miao J., Liu S., Chai B. A model of diameter measurement based on the machine vision // Symmetry. 2021. V. 13. N 2. P. 187. https://doi.org/10.3390/sym13020187
16. Фам Н.Т., Тимофеев А.Н., Коротаев В.В., Рыжова В.А., Родригеш Ж.Ж.П.К. Анализ дополнительных погрешностей оптико-электронной системы контроля положения железнодорожного пути // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21. № 1. С. 15–23. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-1-15-23
17. Старосотников Н.О., Фёдорцев Р.В. Сравнение по точности алгоритмов определения координат центров изображений в оптико-электронных приборах // Наука и техника. 2018. Т. 17. № 1. С. 79–86. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-1-79-86
18. Pham N.T., Timofeev A.N., Nekrylov I.S. Study of the errors of stereoscopic optical-electronic system for railroad track position // Proceedings of SPIE. 2019. V. 11056. P. 110562F. https://doi.org/10.1117/12.2526081
19. Potapov A.I., Kul'chitskii A.A., Smorodinskii Y.G. Analyzing the accuracy of a device for controlling the position of a rotating plane // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2018. V. 54. N 11. P. 757–764. https://doi.org/10.1134/S1061830918110086
20. Коротаев В.В., Мараев А.А., Тимофеев А.Н. Телеориентирование в луче с оптической равносигнальной зоной. СПб.: Университет ИТМО, 2015. 326 с.
21. Nose A., Yamazaki T., Katayama H., Uehara S., Kobayashi M., Shida S., Odahara M., Takamiya K., Matsumoto S., Miyashita L., Watanabe Y., Izawa T., Muramatsu Y., Nitta Y., Ishikawa M. Design and performance of a 1 ms high-speed vision chip with 3D-stacked 140 GOPS column-parallel PEs // Sensors. 2018. V. 18. N 5. P. 1313. https://doi.org/10.3390/s18051313
22. Stefanov K.D., Clarke A.S., Ivory J., Holland A.D. Design and performance of a pinned photodiode CMOS image sensor using reverse substrate bias // Sensors. 2018. V. 18. N 1. P. 118. https://doi.org/10.3390/s18010118
23. Maraev A.A., Shut G.A., Timofeev A.N., Mikheev S.V., Akhmerov A.Kh., Rodikova L.S., Konyakhin I.A. Effect of illumination on errors in estimation of a rotor blade chord value during intelligent video endoscopy of a closed steam turbine cylinder // Studies in Systems, Decision and Control. 2022. V. 419. P. 169–185 https://doi.org/10.1007/978-3-030-97004-8_13
24. Ting-Fa X., Peng Z. Image motion-blur-based object's speed measurement using an interlaced scan image // Measurement Science and Technology. 2010. V. 21. N 7. P. 075502. https://doi.org/10.1088/0957-0233/21/7/075502
25. Фам Н.Т., Пантюшина Е.Н., Тимофеев А.Н., Васильев А.С., Динь Б.М. Влияние скорости движения оптико-электронной системы на погрешность контроля положения железнодорожного пути // Известия вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61. № 9. С. 814–822. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2018-61-9-814-822

for laboratory work. St. Petersburg, NIU ITMO, 2013, 82 p. (in Russian)
14. Uss M., Vozel B., Lukin V., Chehdi K. Potential accuracy of translation estimation between radar and optical images. *Proceedings of SPIE*, 2015, vol. 9643, pp. 96430W. https://doi.org/10.1117/12.2194071
15. Tan Q., Kou Y., Miao J., Liu S., Chai B. A model of diameter measurement based on the machine vision. *Symmetry*, 2021, vol. 13, no. 2, pp. 187. https://doi.org/10.3390/sym13020187
16. Pham N.T., Timofeev A.N., Korotaev V.V., Ryzhova V.A., Rodrigues J.J.P.C. An analysis of additional errors of the optical-electronic system for monitoring the railway track position. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 1, pp. 15–23. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2021-21-1-15-23
17. Starasotnikau M.A., Feodortsau R.V. Accuracy comparison of algorithms for determination of image center coordinates in optoelectronic devices. *Science and Technique*, 2018, vol. 17, no. 1, pp. 79–86. (in Russian). https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-1-79-86.
18. Pham N.T., Timofeev A.N., Nekrylov I.S. Study of the errors of stereoscopic optical-electronic system for railroad track position. *Proceedings of SPIE*, 2019, vol. 11056, pp. 110562F. https://doi.org/10.1117/12.2526081
19. Potapov A.I., Kul'chitskii A.A., Smorodinskii Y.G. Analyzing the accuracy of a device for controlling the position of a rotating plane. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2018, vol. 54, no. 11, pp. 757–764. https://doi.org/10.1134/S1061830918110086
20. Korotaev V.V., Maraev A.A., Timofeev A.N. *Beam Ride Using an Optical Equal-Signal Zone*. St. Petersburg, ITMO University, 2015, 326 p. (in Russian)
21. Nose A., Yamazaki T., Katayama H., Uehara S., Kobayashi M., Shida S., Odahara M., Takamiya K., Matsumoto S., Miyashita L., Watanabe Y., Izawa T., Muramatsu Y., Nitta Y., Ishikawa M. Design and performance of a 1 ms high-speed vision chip with 3D-stacked 140 GOPS column-parallel PEs. *Sensors*, 2018, vol. 18, no. 5, pp. 1313. https://doi.org/10.3390/s18051313
22. Stefanov K.D., Clarke A.S., Ivory J., Holland A.D. Design and performance of a pinned photodiode CMOS image sensor using reverse substrate bias. *Sensors*, 2018, vol. 18, no. 1, pp. 118. https://doi.org/10.3390/s18010118
23. Maraev A.A., Shut G.A., Timofeev A.N., Mikheev S.V., Akhmerov A.Kh., Rodikova L.S., Konyakhin I.A. Effect of illumination on errors in estimation of a rotor blade chord value during intelligent video endoscopy of a closed steam turbine cylinder. *Studies in Systems, Decision and Control*, 2022, vol. 419, pp. 169–185 https://doi.org/10.1007/978-3-030-97004-8_13
24. Ting-Fa X., Peng Z. Image motion-blur-based object's speed measurement using an interlaced scan image. *Measurement Science and Technology*, 2010, vol. 21, no. 7, pp. 075502. https://doi.org/10.1088/0957-0233/21/7/075502
25. Pham N.T., Pantyushina E.N., Timofeev A.N., Vasilev A.S., Dinh B.M. Influence of the speed of the optical-electronic system movement on the control error of the railway track position. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, vol. 61, no. 9, pp. 814–822. (in Russian). https://doi.org/10.17586/0021-3454-2018-61-9-814-822

Авторы

Родикова Лилиана Сергеевна — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57225009764, https://orcid.org/0009-0007-4499-5299, ls_rodikova@itmo.ru

Коротаев Валерий Викторович — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 6603855670, https://orcid.org/0000-0001-7102-5967, korotaev_v_v@mail.ru

Тимофеев Александр Николаевич — кандидат технических наук, доцент, старший преподаватель, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57189271286, https://orcid.org/0000-0002-7344-9832, timofeev@itmo.ru

Рыжова Виктория Александровна — кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57195127229, https://orcid.org/0000-0002-2682-8311, victoria_ryz@itmo.ru

Authors

Liliana S. Rodikova — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57225009764, https://orcid.org/0009-0007-4499-5299, ls_rodikova@itmo.ru

Valery V. Korotaev — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 6603855670, https://orcid.org/0000-0001-7102-5967, korotaev_v_v@mail.ru

Alexander N. Timofeev — PhD, Associate Professor, Senior Lecturer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57189271286, https://orcid.org/0000-0002-7344-9832, timofeev@itmo.ru

Victoria A. Ryzhova — PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57195127229, https://orcid.org/0000-0002-2682-8311, victoria_ryz@itmo.ru

Мараев Антон Андреевич — кандидат технических наук, ассистент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 55803972300, https://orcid.org/0000-0002-7287-0414, aamaraev@itmo.ru

Михеев Сергей Васильевич — кандидат технических наук, ассистент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0000-0002-2042-7285, msv@itmo.ru

Anton A. Maraev — PhD, Assistant, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 55803972300, https://orcid.org/0000-0002-7287-0414, aamaraev@itmo.ru

Sergey V. Mikheev — PhD, Assistant, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0000-0002-2042-7285, msv@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 23.01.2024
Одобрена после рецензирования 05.02.2024
Принята к печати 24.03.2024

Received 23.01.2024
Approved after reviewing 05.02.2024
Accepted 24.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-182-189
УДК 535.2

Моделирование и анализ фрактального преобразования искаженных снимков земной поверхности, получаемых оптико-электронными системами наблюдения

Артем Сергеевич Андрусенко[1], Андрей Николаевич Григорьев[2], Денис Сергеевич Коршунов[3]✉

[1,2,3] Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация

[1] artyom.andrusenko@gmail.com, https://orcid.org/0009-0008-6697-1674
[2] Grig-AN@ya.ru, https://orcid.org/0000-0001-6941-6475
[3] korshunov.denis@rambler.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6344-2533

Аннотация
Введение. Представлены результаты исследования методов обработки оптико-электронных снимков земной поверхности. Показано применение фрактальных преобразований для решения задач автоматизированного и автоматического анализа изображений местности, обеспечивающих разделение природных и антропогенных объектов без использования машинного обучения. Анализ существующих работ показал отсутствие исследований, связывающих результат фрактального преобразования с качеством изображения, зарегистрированного в реальных условиях оптико-электронной съемки. Отсутствует обоснование выбора конкретного фрактального преобразования для прикладной обработки снимков, имеющих определенные типовые искажения. Целью данной работы явилось выявление зависимости отношения сигнал/шум фрактальной размерности от качества исходных изображений, определение типа фрактального преобразования, наиболее устойчивого к действию рассматриваемых негативных факторов. **Методы.** Определены методы фрактальных преобразований для тематической обработки изображений, к которым отнесены метод призм и дифференциальный метод подсчета кубов, представлено их описание. Для исследования выбранных методов использованы реальные снимки земной поверхности, моделирующие искаженные изображения местности. Рассмотрены искажения изображений, определяемые нестабильностью условий съемки и свойств оптико-электронного комплекса: расфокусировка, смаз и шум. В обобщенном виде представлены математические модели, используемые для их описания. **Основные результаты.** Изложена методика анализа отношения сигнал/шум фрактального преобразования, предполагающая обработку эталонного и искаженного изображений местности. Указаны аспекты моделирования искажений и показатели, характеризующие уровень искажения изображения. Для реализации эксперимента выбраны изображения местности, характеризующиеся различными сюжетами. Для каждого сюжета получены зависимости отношения сигнал/шум от показателей, характеризующих исследуемые искажения. **Обсуждение.** Путем оценивания отношения сигнал/шум выполнен анализ влияния искажающих факторов на формируемое поле фрактальной размерности. Результаты эксперимента подтвердили возможность использования фрактальных преобразований для тематической обработки искаженных оптико-электронных снимков. Показано, что зависимость отношения сигнал/шум от показателя искажения имеет выраженный нелинейный характер. Установлено, что для искажений типа расфокусировки и смаза более устойчивым является метод призм, а при наличии шумов — метод дифференциальных кубов. Для обработки снимков местности, представленной в основном изображениями лесной растительности, лучший результат показывает применение дифференциального метода подсчета кубов.

Ключевые слова
дистанционное зондирование, оптико-электронная съемка, изображение, смаз, расфокусировка, шум, фрактальное преобразование, отношение сигнал/шум

Ссылка для цитирования: Андрусенко А.С., Григорьев А.Н., Коршунов Д.С. Моделирование и анализ фрактального преобразования искаженных снимков земной поверхности, получаемых оптико-электронными системами наблюдения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 182–189. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-182-189

© Андрусенко А.С., Григорьев А.Н., Коршунов Д.С., 2024

Modeling and analysis of fractal transformation of distorted images of the Earth's surface obtained by optoelectronic surveillance systems

Artyom S. Andrusenko[1], Andrey N. Grigor'ev[2], Denis S. Korshunov[3]✉

[1,2,3] Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation

[1] artyom.andrusenko@gmail.com, https://orcid.org/0009-0008-6697-1674
[2] Grig-AN@ya.ru, https://orcid.org/0000-0001-6941-6475
[3] korshunov.denis@rambler.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6344-2533

Abstract

The results of a study of methods for processing optoelectronic images of the Earth's surface are presented. The application of fractal transformations to solve the problems of automated and automatic analysis of terrain images, ensuring the separation of natural and anthropogenic objects without the use of machine learning, is shown. The analysis of existing works has shown the absence of studies linking the result of fractal transformation with the image quality recorded in real conditions of optoelectronic photography. There is no justification for choosing a specific fractal transformation for the applied processing of images with certain typical distortions. The purpose of this work was to identify the dependence of the signal-to-noise ratio of fractal dimension on the quality of the source images, to determine the type of fractal transformation that is most resistant to the effects of the considered negative factors. Methods of fractal transformations for thematic image processing are defined, which include the prism method and the differential cube counting method, and their description is presented. To study the selected methods, real images of the Earth's surface were used, simulating distorted images of the terrain. Image distortions determined by the instability of shooting conditions and the properties of the optoelectronic complex are considered: defocusing, smudging and noise. The mathematical models used to describe them are summarized. A technique for analyzing the signal-to-noise ratio of fractal transformation is described, involving the processing of reference and distorted images of the terrain. The aspects of distortion modeling and indicators characterizing the level of image distortion are indicated. To implement the experiment, images of the area were selected characterized by various plots. For each plot, the dependences of the signal-to-noise ratio on the indicators characterizing the studied distortions are obtained. By estimating the signal-to-noise ratio, the analysis of the influence of distorting factors on the fractal dimension field being formed was performed. The results of the experiment confirmed the possibility of using fractal transformations for thematic processing of distorted optoelectronic images. It is shown that the dependence of the signal-to-noise ratio on the distortion index has a pronounced nonlinear character. It is established that for distortions of the defocusing and smearing type, the prism method is more stable, and in the presence of noise, the differential cube method is more stable. For processing images of an area represented mainly by images of forest vegetation, the best result is shown by using the differential cube counting method.

Keywords

remote sensing, optoelectronic photography, image, blurring, defocusing, noise, fractal transformation, signal-to-noise ratio

For citation: Andrusenko A.S., Grigor'ev A.N., Korshunov D.S. Modeling and analysis of fractal transformation of distorted images of the Earth's surface obtained by optoelectronic surveillance systems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 182–189 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-182-189

Введение

В настоящее время существенным социально-экономическим и научным значением характеризуется отрасль получения пространственных данных, значимая доля которой представлена технологиями оптико-электронной съемки Земли с орбитальных и воздушных носителей. Обработка получаемых таким путем изображений земной поверхности для решения прикладной задачи традиционно включает два ключевых этапа. Первый этап состоит из получения изображения, достаточно корректного в геометрическом и радиометрическом отношениях. Второй этап — тематическая интерпретация, выполняемая визуально-инструментальными, автоматизированными или автоматическими методами.

Методы автоматизированной и автоматической тематической обработки в основном базируются на определенном классе преобразований изображений или их сочетании. Среди известных классов преобразований в рамках области обработки изображений, полученных в результате оптико-электронной съемки Земли, практический интерес представляют фрактальные преобразования [1]. Применимость фрактальной геометрии для описания изображений природных объектов доказана в известной работе [2]. Существующие прикладные исследования показывают целесообразность использования фрактальных преобразований при решении конкретных задач анализа изображений местности [3–5]. При этом достижимость цели обработки демонстрируется на частных примерах без анализа зависимости отношения сигнал/шум результата преобразования, в качестве которого предлагается рассматривать фрактальную размерность, от исходных изображений [6]. В свою очередь оптико-электронная съемка выполняется в условиях, которые оказывают негативное влияние на качество регистрируемых изображений и не могут быть в достаточной степени устранены или компенсированы. В частности, такие условия определяются нестабильностью передаточной характеристики оптико-электронной системы, вибрацией ее конструкции, движением несущей платформы. Кроме того, съемка может выполняться в разные моменты светового дня, в течение которого существенно изменяется освещенность поверхности Земли. Негативное влияние прояв-

ляется путем возникновения искажений изображений: расфокусировки и смаза, которые наблюдаются в виде направленного размытия, возникающего в результате движения сцены относительно регистрирующей системы в процессе оптико-электронной съемки [7]. В настоящей работе рассматривается вариант равномерного поступательного движения изображения. Также уменьшение облученности поверхности при совместном или независимом действии факторов: малой угловой высоты Солнца и выраженного рельефа местности, вызывает усиление шума при регистрации изображения. Таким образом, при использовании методов тематической обработки, основанных на преобразовании изображения, необходимо располагать знаниями о чувствительности результата преобразования от исходного изображения, выраженном в отношении сигнал/шум [8].

В силу этого тематика настоящего исследования, посвященного анализу отношения сигнал/шум фрактальных преобразований от показателей, характеризующих действие негативных факторов регистрации исходного изображения, является актуальной. Цель исследования состоит в выявлении зависимости отношения сигнал/шум фрактальной размерности от качества исходных изображений, с определением типа фрактального преобразования, устойчивого к действию рассматриваемых негативных факторов. Для достижения указанной цели требуется решить следующие основные задачи: выбор фрактальных преобразований, применимых для тематической обработки изображений поверхности Земли; выбор моделей негативных факторов, вызывающих искажение изображений; разработка методики исследования и выполнение эксперимента с последующим анализом полученных данных.

Фрактальные преобразования для тематической обработки изображений

Существует перечень преобразований для получения фрактальной размерности по оптико-электронным изображениям с различной пространственной структурой. Для фрактального анализа изображений, полученных в результате оптико-электронной съемки Земли с орбитальных и воздушных носителей, применимы преобразования, обеспечивающие расчет фрактальной размерности D на основе значения яркостей цифрового растрового изображения, которая количественно учитывает характер природных пространственных структур («шероховатости», «пустоты» и т. п.). Как показал анализ существующих работ по соответствующей тематике, такие преобразования выполняются, в частности, с использованием метода призм [9] и дифференциального метода подсчета кубов [10]. Описание и оценка методов представлены в работах [1, 11, 12].

В работе [9] метод призм предложен для вычисления фрактальной размерности по изображениям местности. Согласно методу, по изображению перемещается окно размерностью [ε × ε], где ε — линейный размер окна в пикселах с шагом в один пиксел. Скользящее окно разбивается на четыре треугольника и для расчета этих треугольников определяются значения яркости угловых и центрального пикселов. По формуле Герона [13] вычислены площади данных треугольников, сформированных соответствующими отсчетами яркости. Суммарная площадь всех четырех пространственных треугольников S_ε, формирующих фрактальную поверхность, будет больше или равна евклидовой площади скользящего окна. Окно размерностью [ε × ε] разбито на n-ое количество субокон [$\varepsilon_m \times \varepsilon_m$] и для каждого из них найдено значение $S^i_{\varepsilon m}$, а затем общее — $S_{\varepsilon m} = \sum_{i=1}^{n} S^i_{\varepsilon m}$.

Методом наименьших квадратов вычислен угловой коэффициент k зависимости $\lg S_\varepsilon$ от $\lg\varepsilon$.

Фрактальная размерность D в методе призм найдена на основании следующего соотношения:

$$S_\varepsilon \propto \varepsilon^{2-D},\ D = 2 - k.$$

Проходя скользящим окном по всему исследуемому оптико-электронному снимку получим поле фрактальной размерности (ПФР), процесс формирования которого представлен в работе [14].

Дифференциальный метод кубов [9, 15] реализован следующим образом [1]. В скользящем окне — в виде куба размером ε × ε × I, где I — максимальное значение яркости пиксела. Основание скользящего окна разбито на равномерную сетку с выбранным размером ребра δ, при этом выполнено соотношение $\varepsilon/2 \geq \delta > 1$. На основании каждого такого квадрата построим столбец ячеек, имеющих форму параллелепипеда размером δ × δ × δ′. Общее число ячеек, содержащих не менее одного пиксела изображения поверхности, обозначим $N(\delta)$. δ′ можно вычислить из уравнения $I/\delta' = \varepsilon/\delta$. Пусть минимальные и максимальные значения яркости в (i, j)-ом узле сетки равны $g_{\min}$ и $g_{\max}$ соответственно. Тогда для каждой ячейки определим параметр $n_\delta(i,j) = \frac{g_{\max}}{I} - \frac{g_{\min}}{I} + 1$, обозначающий ее долю в общем объеме $N(\delta)$. Суммируя параметры по всем узлам сетки в скользящем окне, найдем одно значение на регрессионной кривой при заданном значении размера ячейки:

$$N(\delta) = \sum_{i,j} n_\delta(i,j).$$

Используя численный алгоритм вычисления, построим зависимость измеренных значений числа кубов $N(\delta)$ от значений ребра δ в двойном логарифмическом масштабе. Методом наименьших квадратов вычислим угловой коэффициент k зависимости $\lg(N(\delta)$ от $\lg\delta$.

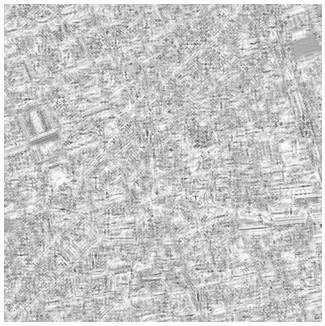
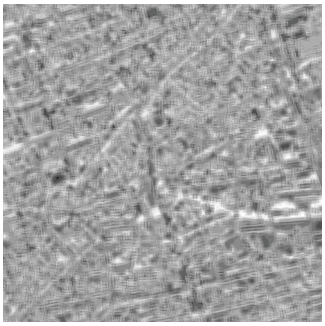
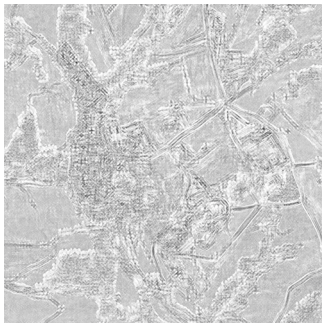
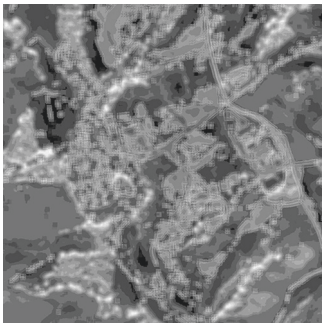
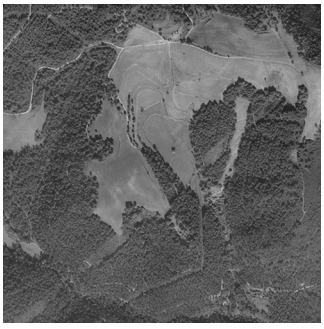
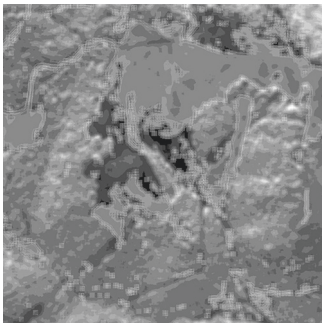
Фрактальная размерность D в дифференциальном методе кубов определяется на основе полученного коэффициента наклона как:

$$N(\delta) \propto \delta^{-D},\ D = -k.$$

Независимо от используемого метода значение D вычисляется в скользящем окне, и полученное значение ставится в соответствие одному пикселу изображения. В силу этого при обработке исходного изображения в окрестности его границ необходим учет краевых эффектов [14]. Получаемые значения D зависят от выбранного размера скользящего окна и шага сканирования. Для определения указанных параметров сканирования изображения используются результаты работы [11].

Таблица 1. Исходные изображения и результаты фрактального преобразования

Table 1. Source images and fractal transformation

Тип сюжета	Обзорное панхроматическое изображение	Поле фрактальной размерности	
		по методу призм	по дифференциальному методу подсчета кубов
Городская застройка			
Сельская местность			
Лесная местность			

Примечание. Сопоставление диапазона яркости со значениями полей фрактальной размерности:

Значение ПФР	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3

В настоящей работе для отработки реализации методов фрактальных преобразований и проведения экспериментов использован набор из 50 тестовых изображений — фрагменты реальных снимков высокого пространственного разрешения. Данные получены U.S. Geological Survey (USGS) от компании GeoEye с использованием космического аппарата OrbView-3 и ограничены периодом с сентября 2003 по март 2007 года[1].

Фрагменты имеют размер 1024 × 1024 пикселов, содержат изображения разных природно-техногенных комплексов и приведены по степени проявления антропогенных объектов. Результат построения ПФР с использованием метода призм и дифференциального метода подсчета кубов представлен в табл. 1. При реализации метода призм использован размер сканирующего окна 15 × 15 пикселов, дифференциального метода подсчета кубов — 16 × 16 пикселов, выбор размера сканирующего окна основан на работе [16]. Значения фрактальной размерности соответствуют диапазону яркостей.

Модели искажений изображений при оптико-электронной съемке поверхности Земли

В рамках исследования рассмотрены следующие виды искажений, которые характерны для оптико-электронной съемки, выполняемой средствами дистанционного зондирования Земли: расфокусировка, смаз и воздействие на изображение шума. Принято допущение, что оптико-электронная система форми-

[1] Архив космических снимков космического аппарата OrbView-3, полученные USGS от компании GeoEye, ограниченные периодом сентябрь 2003 — март 2007.

рования изображения является линейной трансляционно-инвариантной искажающей системой. В силу этого искажающее воздействие может быть описано в пространственной области как свертка искажающей функции $h(s, t)$ с изображением

$$f(x, y), x \in [0, (N-1)], y \in [0, (M-1)],$$

где s — координата характеристики в горизонтальном направлении вдоль оси x; $s \in [-n/2, n/2]$; t — координата характеристики в вертикальном направлении вдоль оси y, $t \in [-m/2, m/2]$:

$$g(x, y) = h(x, y)*f(x, y) + n(x, y),$$

где $g(x, y)$ — результат моделирования искаженного изображения; $n(x, y)$ — вносимый системой случайный аддитивный шум; * — обозначение операции свертки в пространственной области.

Ядро искажающей функции для расфокусировки изображения смоделировано гауссовой функцией рассеяния точки:

$$h(s, t) = k\begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1s} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{t1} & \dots & h_{ts} \end{bmatrix}, h_{ts} = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{s^2+t^2}{\sigma^2}\right),$$

где σ — среднеквадратичное отклонение; $k = 1/\left(\sum_{t=-m/2}^{m/2}\sum_{s=-n/2}^{n/2} h(s, t)\right)$ — нормирующий коэффициент; $m = n$ — размер искажающего фильтра в заданных пределах.

Моделирование смазанного изображения основано на описании равномерного поступательного движения изображения сцены относительно регистрирующей системы в процессе оптико-электронной съемки [7]. Ядро искажающего фильтра при одномерном смазе опишем выражением:

$$h(s) = \frac{1}{\sum_n h_s}[h_1, \dots, h_s],$$

где $h_s = 1$, n — размер искажающего фильтра в пикселах.

Факторы возникновения шума в оптико-электронных системах регистрации изображений имеют различную природу [17]. В настоящей работе использована модель гауссового шума, который характеризуется двумя параметрами — математическим ожиданием μ и дисперсией σ. В качестве допущения примем, что такой шум является аддитивным, не коррелирует с изображением и не зависит от координат пиксела.

Функция плотности распределения вероятностей гауссовой случайной величины z зададим выражением:

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left(\frac{-(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

где z — случайная величина с функцией распределения вероятностей по Гауссу:

$$z = \mu + \sqrt{\sigma\ln(1-\omega)},$$

где ω — генератор случайных чисел с равномерным распределением в интервале (0, 1).

Искаженные изображения, смоделированные с использованием описанного математического аппарата, представлены на рис. 1.

Анализ фрактального преобразования искаженных снимков земной поверхности

В обобщенном виде содержание методики, в соответствии с которой проведен эксперимент, представлено на рис. 2. В качестве исходных изображений местности использованы фрагменты снимков, описанных в табл. 1.

Для получения трех наборов искаженных изображений к исходным снимкам по отдельности применены функции, описывающие расфокусировку, смаз и шум. Для создания наборов изображений с расфокусировкой и смазом изменен размер ядра искажающего фильтра: от 3 до 29 пикселов p с шагом в 2 пиксела. Набор изображений, искаженных аддитивным шумом, сформирован путем изменения значения дисперсии σ в модели шума от 0,1 до 1,0 с шагом 0,1 при значении математического ожидания μ = 0. По исходным и искаженным изображениям с использованием рассмотренных фрак-

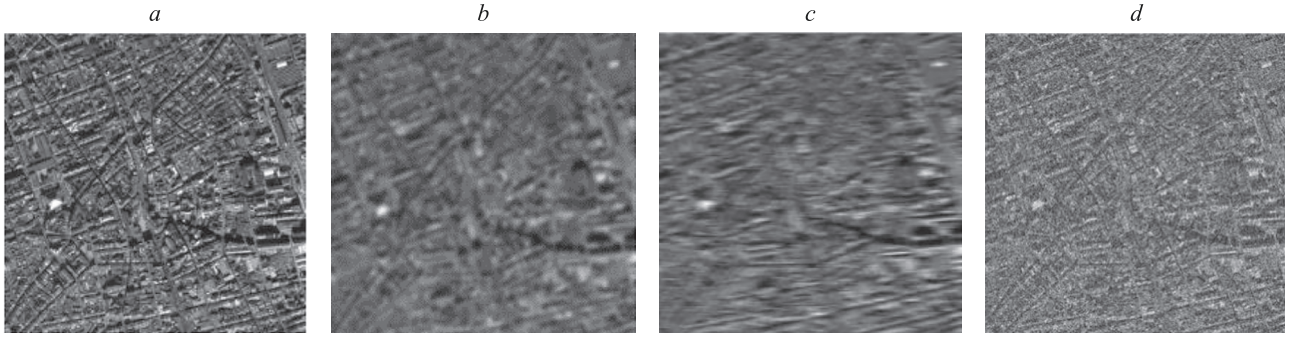


Рис. 1. Примеры изображений для городской застройки: исходное (*a*); расфокусированное (*b*); смазанное (*c*); искаженное шумом (*d*). Размер изображений 1024 × 1024 пикселов

Fig. 1. Examples of images: the original image (*a*); defocused image (*b*); motion-blurred image (*c*); image distorted by noise (*d*). The size of the images is 1024 × 1024 pixels

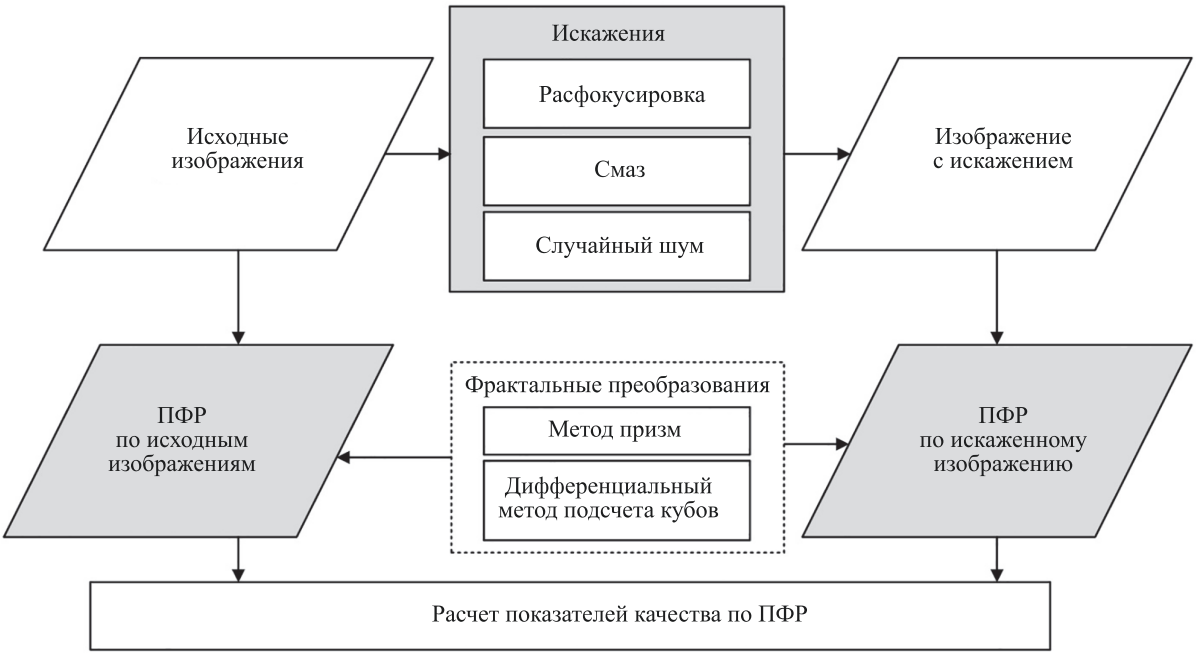


Рис. 2. Схема методики исследования влияния искажающих факторов на поле фрактальной размерности

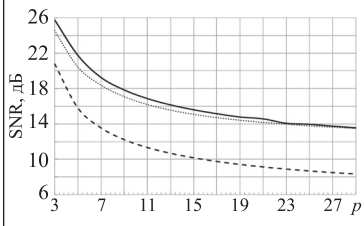
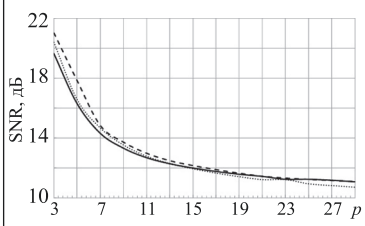
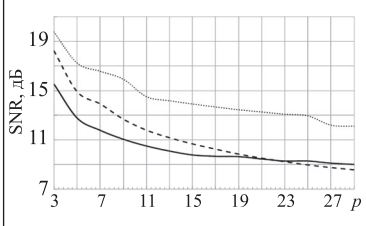
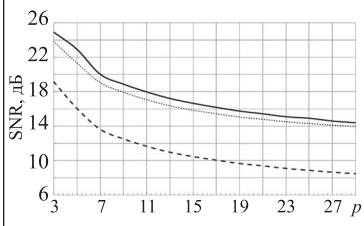
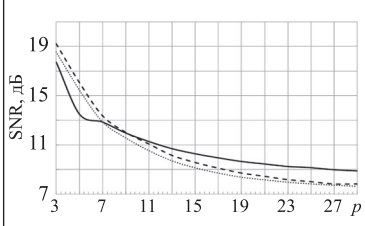
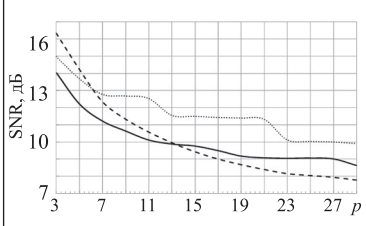
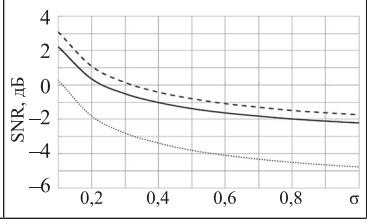
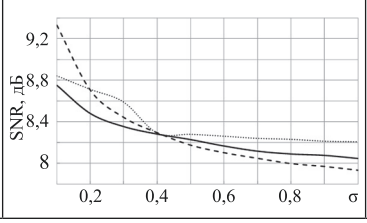
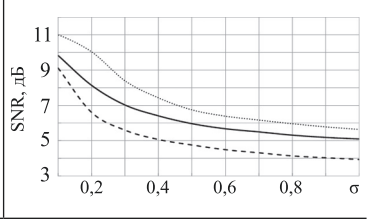
Fig. 2. Scheme of the methodology for studying the influence of distorting factors on the fractal dimension field

тальных преобразований получены соответствующие ПФР. Для количественного оценивания величины искажения ПФР, сформированных по обработанным изображениям, использован показатель отношения сигнал/шум (SNR), рассчитываемый по следующей формуле:

$$SNR = 10\log_{10}\left[\frac{\sum_{0}^{N-1}\sum_{0}^{M-1}[f(x,y)]^2}{\sum_{0}^{N-1}\sum_{0}^{M-1}[f(x,y)-g(x,y)]^2}\right].$$

Таблица 2. Результаты эксперимента по анализу качества полей фрактальной размерности

Table 2. Results of an experiment to analyze the quality of a fractal dimension field

Тип искажения	Исходные изображения сюжетов	ПФР, сформированное методом призм	ПФР, сформированное дифференциальным методом подсчета кубов
Смаз			
Расфокусировка			
Шум			

Примечание. Изображения сюжетов: - - - - - - - городская застройка; ——— сельская местность; ····· лесная местность.

Результаты расчета сигнал/шум в виде графиков зависимостей от параметра искажения представлены в табл. 2.

Ухудшение качества результата ПФР соответствует уменьшению значения сигнал/шум. Вид полученных зависимостей показывает, что сигнал/шум результата ПФР, выполненного с использованием дифференциального метода подсчета кубов, в общем, менее чувствителен к искажению исходного изображения лесной местности. Кроме того, существует связь качества результата преобразования с особенностями изображенного сюжета (табл. 1). В основном наблюдается монотонное ухудшение качества результата ПФР при увеличении уровня искажения. Такая тенденция в полной мере проявляется при использовании метода призм для изображений со всеми типами рассматриваемых сюжетов. При этом отдельные особенности для разных сюжетов проявляются при использовании дифференциального метода подсчета кубов:

— в результате обработки изображений с сюжетом «Городская застройка» имеет место монотонное ухудшение значения сигнал/шум при увеличении уровня всех типов искажений;
— по результатам обработки изображений с сюжетом «Лесная местность», искаженных смазом, с увеличением уровня искажения от минимального до определенного значения наблюдается ухудшение значения сигнал/шум, однако ПФР, сформированное дифференциальным методом подсчета кубов, показывает лучшую устойчивость к смазу по отношению к ПФР, сформированному методом призм;
— вид зависимостей, полученных после обработки изображений со случайным шумом со всеми сюжетами, показывает, что с увеличением уровня искажения сигнал/шум убывает на небольшом диапазоне значений.

Заключение

Таким образом, результаты выполненного исследования показывают, что фрактальные преобразования, которые применимы для обработки изображений местности, обеспечивают разный по качеству результат при обработке искаженных изображений. Получение более качественного поля фрактальной размерности обеспечивает метод призм при работе с набором изображений сюжетов: «Городская застройка» и «Сельская местность». Для обработки поверхности, близкой к «Лесной местности», лучший результат показывает дифференциальный метод подсчета кубов.

Анализ экспериментальных данных, полученных путем обработки реальных изображений и смоделированных на их основе искаженных изображений, позволил выявить метод, устойчивый к возникающим искажениям на оптико-электронных снимках, и выявить особенности при обработке различной подстилающей поверхности.

Литература

1. Sun W., Xu G., Gong P., Liang S. Fractal analysis of remotely sensed images: A review of methods and applications // International Journal of Remote Sensing. 2006. V. 27. N 22. P. 4963–4990. https://doi.org/10.1080/01431160600676695
2. Mandelbrot B.B. Fractals: Form, Chance and Dimension. San Francisco: W.H. Freeman, 1982. 625 p.
3. Марков Е.П., Андрусенко А.С., Шабаков Е.И. Фрактальный метод обнаружения групповых объектов транспортной инфраструктуры на изображениях // Интеллектуальные технологии на транспорте. 2016. № 4(8). С. 10–15.
4. Андрусенко А.С., Шабаков Е.И., Марков Е.П. Анализ метода фрактальной селекции объектов на цифровых изображениях // Актуальные проблемы подготовки военных специалистов в области сбора и обработки информации техническими средствами. СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского, 2018. С. 23–30.
5. Катулев А.Н., Храмичев А.А., Ягольников С.В. Цифровая обработка 2D слабоконтрастных изображений, формируемых оптико-электронным прибором в сложных фоновых условиях: обнаружение, распознавание, сопровождение динамических объектов: монография. М.: Радиотехника, 2018. 407 с.
6. Слободян С.М. Оценка фрактальности отношения сигнал-шум // Метрология. 2008. № 1. С. 3–12.
7. Гонсалес Р.С., Вудс Р.Е. Цифровая обработка изображений: пер. с англ. М.: Техносфера, 2012. 1103 с.
8. Маркушин Г.Н., Коротаев В.В., Кошелев А.В., Самохина И.А., Васильев А.С., Тимофеев А.Н., Васильева А.В., Ярышев С.Н. Двухдиапазонные оптико-электронные системы обнаружения субъектов браконьерского промысла // Оптический журнал. 2022. Т. 89. № 9. С. 36–48. https://doi.org/10.17586/1023-5086-2022-89-09-36-48
9. Goodchild M.F. Fractals and the accuracy of geographical measures // Journal of the International Association for Mathematical Geology. 1980. V. 12. N 2. P. 85–98. https://doi.org/10.1007/bf01035241
10. Sarkar N., Chaudhuri B.B. An efficient approach to estimate fractal dimension of textural images // Pattern Recognition. 1992. V. 25. N 9. P. 1035–1041. https://doi.org/10.1016/0031-3203(92)90066-R

References

1. Sun W., Xu G., Gong P., Liang S. Fractal analysis of remotely sensed images: A review of methods and applications. *International Journal of Remote Sensing*, 2006, vol. 27, no. 22, pp. 4963–4990. https://doi.org/10.1080/01431160600676695
2. Mandelbrot B.B. *Fractals: Form, Chance and Dimension*. San Francisco, W.H. Freeman, 1982, 625 p.
3. Markov E.P., Andrusenko A.S., Shabakov E.I. Fractal method for detecting a group of objects of transport infrastructure on the images. *Intellectual Technologies on Transport*, 2016, no. 4(8), pp. 10–15. (in Russian)
4. Andrusenko A.S., Shabakov E.I., Markov E.P. Analysis of the fractal selection method of objects in digital images. *Current problems in the military specialists training in the field of collecting and processing information by technical means*. St. Petersburg, A.F. Mozhaysky's Military-Space Academy, 2018, pp. 23–30. (in Russian)
5. Katulev A.N., Khramichev A.A., Iagolnikov S.V. *Digital Processing of 2D Low-Contrast Images Formed by an Optical-Electronic Device in Complex Background Conditions: Detection, Recognition, Tracking of Dynamic Objects. Monograph*. Moscow, Radiotehnika Publ., 2018, 407 p. (in Russian)
6. Slobodyan S.M. Estimation of fractality of signal-noise relation. *Metrologiya*, 2008, no. 1, pp. 3–12. (in Russian)
7. Gonzalez R.C., Woods R.E. *Digital Image Processing*. Prentice Hall, 2008, 954 p.
8. Markushin G.N., Korotaev V.V., Koshelev A.V., Samokhina I.A., Vasilev A.S., Timofeev A.N., Vasileva A.V., Yaryshev S.N. Dual-band optoelectronic poaching detection systems. *Journal of Optical Technology*, 2022, vol. 89, no. 9, pp. 528–536. https://doi.org/10.1364/jot.89.000528
9. Goodchild M.F. Fractals and the accuracy of geographical measures. *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, 1980, vol. 12, no. 2, pp. 85–98. https://doi.org/10.1007/bf01035241
10. Sarkar N., Chaudhuri B.B. An efficient approach to estimate fractal dimension of textural images. *Pattern Recognition*, 1992, vol. 25, no. 9, pp. 1035–1041. https://doi.org/10.1016/0031-3203(92)90066-R

11. Плешанов В.С., Напрюшкин А.А., Кибиткин В.В. Особенности применения теории фракталов в задачах анализа изображений // Автометрия. 2010. Т. 46. № 1. Р. 86–97.
12. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки: 2-е изд., перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005. 847 с.
13. Clarke K.C. Computation of the fractal dimension of topographic surfaces using the triangular prism surface area method // Computers & Geosciences. 1986. V. 12. N 5. P. 713–722. https://doi.org/10.1016/0098-3004(86)90047-6
14. Тренихин В.А. Методы фрактальной обработки и комплексирования радиолокационных и спектрозональных данных в системах космического наблюдения: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина». Екатеринбург, 2017. 123 с.
15. Voss R. Fractals in nature: From characterization to simulation // The Science of Fractal Images. Springer, 1988. P. 21–70. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3784-6_1
16. Сосулин Ю.Г., Русскин А.Б. Фрактальное обнаружение протяженных малоконтрастных объектов на изображениях // Радиотехника. 2009. № 12. С. 48–57.
17. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Методы и модели обработки изображений: пер. с англ. М.: Техносфера, 2013. 589 с.

11. Pleshanov V.S., Napryushkin A.A., Kibitkin V.V. Use of the theory of fractals in image analysis tasks. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2010, vol. 46, no. 1, pp. 70–78. https://doi.org/10.3103/S8756699010010097
12. Potapov A.A. *Fractals in Radiophysics and Radar: Sampling Topology*. 2nd ed. Moscow, Universitetskaja Kniga Publ., 2005, 847 p. (in Russian)
13. Clarke K.C. Computation of the fractal dimension of topographic surfaces using the triangular prism surface area method. *Computers & Geosciences*, 1986, vol. 12, no. 5, pp. 713–722. https://doi.org/10.1016/0098-3004(86)90047-6
14. Trenikhin V.A. *Methods of fractal processing and integration of radar and spectrozonal data in space observation systems. Dissertation for the degree of candidate of technical sciences*. Yekaterinburg, Ural Federal University, named after the first President of Russia, B.N. Yeltsin, 2017, 123 p. (in Russian)
15. Voss R. Fractals in nature: From characterization to simulation. *The Science of Fractal Images*. Springer, 1988, pp. 21–70. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3784-6_1
16. Sosulin Yu.G., Russkin A.B. Fractal detection of extensive low-contrast targets in images. *Journal Radioengineering*, 2009, no. 12, pp. 48–57. (in Russian)
17. Schowengerdt R.A. *Remote Sensing. Models and Methods for Image Processing*. Elsevier Science, 1997, 522 p.

Авторы

Андрусенко Артем Сергеевич — адъюнкт, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0008-6697-1674, artyom.andrusenko@gmail.com

Григорьев Андрей Николаевич — доктор технических наук, доцент, начальник кафедры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, sc 57200211777, https://orcid.org/0000-0001-6941-6475, Grig-AN@ya.ru

Коршунов Денис Сергеевич — кандидат технических наук, доцент, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, sc 57195312804, https://orcid.org/0000-0001-6344-2533, korshunov.denis@rambler.ru

Authors

Artyom S. Andrusenko — PhD Student, Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0008-6697-1674, artyom.andrusenko@gmail.com

Andrey N. Grigor'ev — D.Sc., Associate Professor, Head of Department, Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, sc 57200211777, https://orcid.org/0000-0001-6941-6475, Grig-AN@ya.ru

Denis S. Korshunov — PhD, Associate Professor, Mozhaisky Military Aerospace Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, sc 57195312804, https://orcid.org/0000-0001-6344-2533, korshunov.denis@rambler.ru

Статья поступила в редакцию 15.01.2024
Одобрена после рецензирования 21.02.2024
Принята к печати 17.03.2024

Received 15.01.2024
Approved after reviewing 21.02.2024
Accepted 17.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-190-197

Fast labeling pipeline approach for a huge aerial sensed dataset

Andrei M. Fedulin[1], Natalia V. Voloshina[2]✉

[1] "KT — Unmanned Systems" JSC, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation
[2] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] af@kronshtadt.ru, https://orcid.org/0000-0001-6951-4681
[2] nvvoloshina@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-9435-9580

Abstract
Modern neural network technologies are actively used for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs). Convolutional Neural Networks (CNN), are mostly used for object detection, classification, and tracking tasks, for example, for such objects as fires, deforestations, buildings, cars, or people. However, to improve effectiveness of CNNs it is necessary to perform their fine-tuning on new flight data periodically. Such training data should be labeled, which increases total CNN fine-tuning time. Nowadays, the common approach to decrease labeling time is to apply auto-labeling and labeled objects tracking. These approaches are not effective enough for labeling of 8 hours' huge aerial sensed datasets that are common for long-endurance USVs. Thus, reducing data labeling time is an actual task nowadays. In this research, we propose a fast aerial data labeling pipeline especially for videos gathered by long-endurance UAVs cameras. The standard labeling pipeline was supplemented with several steps such as overlapped frames pruning, final labeling spreading over video frames. The other additional step is to calculate a Potential Information Value (PIV) for each frame as a cumulative estimation of frame anomality, frame quality, and auto-detected objects. Calculated PIVs are used than to sort out frames. As a result, an operator who labels video gets informative frames at the very beginning of the labeling process. The effectiveness of proposed approach was estimated on collected datasets of aerial sensed videos obtained by long-endurance UAVs. It was shown that it is possible to decrease labeling time by 50 % in average in comparison with other modern labeling tools. The percentage of average number of labeled objects was 80 %, with them being labeled for 40 % of total pre-ranged frames. Proposed approach allows us to decrease labeling time for a new long-endurance flight video data significantly. This makes it possible to speed up neural network fine-tuning process. As a result, it became possible to label new data during the inter-flight time that usually takes about two or three hours and is too short for other labeling instruments. Proposed approach is recommended to decrease UAVs operators working time and labeled dataset creating time that could positively influence on the time necessary for the fine-tuning a new effective CNN models.

Keywords
fast labeling pipeline, FLP, unmanned aerial vehicle, UAVs, long-endurance UAVs, adversarial attack, frames potential information value, PIV

For citation: Fedulin A.M., Voloshina N.V. Fast labeling pipeline approach for a huge aerial sensed dataset. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 190–197. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-190-197

УДК 004.032.26

Способ быстрой разметки сверхбольших данных аэросъемки

Андрей Михайлович Федулин[1], Наталия Викторовна Волошина[2]✉

[1] АО «КТ — Беспилотные Системы», Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация
[2] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] af@kronshtadt.ru, https://orcid.org/0000-0001-6951-4681
[2] nvvoloshina@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-9435-9580

Аннотация
Введение. Современные нейросетевые технологии активно применяются для беспилотных летательных аппаратов. Для решения задач детектирования, классификации и сопровождения объектов, расположенных

© Fedulin A.M., Voloshina N.V., 2024

на поверхности Земли, используются сверточные нейронные сети. Для повышения эффективности работы сверточных нейронных сетей требуется периодическое дообучение применяемых моделей нейронных сетей на вновь поступающих полетных данных. Такие обучающие данные необходимо дополнительно размечать. Это приводит к увеличению общего времени подготовки дообученной модели нейронной сети. Задача сокращения времени разметки чаще всего решается путем применения процедуры авторазметки и трекинга размеченных объектов. Однако существующие подходы не являются эффективными при разметке сверхбольших данных аэросъемки со стандартной для беспилотных летательных аппаратов большой продолжительностью полета (более 8 ч). Таким образом, задача поиска дополнительных способов сокращения времени разметки является актуальной. В данной работе предложен способ быстрой разметки данных аэросъемки, собранных с видеокамер в процессе полетов беспилотных летательных аппаратов. **Метод.** Стандартная процедура разметки дополнена прореживанием сильно перекрывающихся кадров в сочетании с последующим переносом результирующей разметки на все кадры размечаемого видео. Для каждого оставшегося после прореживания кадра вычисляется значение его потенциальной информативности (Potential Information Value, PIV), как совокупная оценка аномалий кадра, его качества и количества автоматически детектированных объектов. Полученные значения PIV используются для ранжирования кадров по уровню значимости. Таким образом, оператору беспилотного летательного аппарата предоставляются в начале процедуры разметки наиболее значимые кадры. **Основные результаты.** Экспериментальное исследование эффективности предложенного подхода выполнено на подготовленных наборах данных аэросъемки, полученных с беспилотного летательного аппарата с продолжительностью съемки не менее 8 ч. Показано, что время разметки может быть уменьшено в среднем на 50 % относительно применения существующих программных средств. При этом первые 40 % отсортированных кадров содержат 80 % размеченных объектов. **Обсуждение.** Предложенный способ позволяет существенно уменьшить итоговое время разметки вновь поступающих полетных видеоданных для дальнейшего дообучения модели сверточных нейронных сетей. Это позволяет провести разметку непосредственно в межполетный интервал времени, составляющий в среднем 2–3 ч. Предлагаемый подход может быть применен для уменьшения загрузки операторов беспилотного летательного аппарата.

Ключевые слова
способ быстрой разметки, беспилотный летательный аппарат, БПЛА, продолжительность полета БПЛА, состязательные атаки, величина потенциальной информативности кадра, PIV

Ссылка для цитирования: Федулин А.М., Волошина Н.В. Способ быстрой разметки сверхбольших данных аэросъемки // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 190–197 (на англ. яз.). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-190-197

Introduction

Latest achievements in the object detection algorithms [1] relying on the Deep Neural Network (DNN) machine learning methods, such as Faster R-CNN [2–4], SSD [5], U-Net [6], YOLOv2 [7, 8], YOLOv3 [9], YOLOv5[1], and YOLOv7 [10], have contributed to a rapid development of the on-board High-Performance Intellectual Computing Systems (B-HPICS) for Unmanned Aerial Vehicles (UAV) capable to process data streams from sensors using DNN explicitly in-flight. Despite B-HPICS are always less powerful than ground ones, their on-board location provides a number of great advantages such as:

— Usage of the original data input instead of compressed one is often more confident;
— Sensor auto-control allows to scan area much faster and achieve higher search performance than manual one (Fig. 1);
— Sensor auto-control mode allows to remove significant part of the routine workload from UAV's operators [11].

State-of-art UAVs equipped with B-HPICS [12] were designed as long-endurance UAVs to handle in real time radar station signals and infrared and optoelectronic camera video streams data allowing detecting and recognizing objects of the interest with the high accuracy. Such long-endurance UAVs are usually equipped with both high-quality sensors and powerful B-HPICS; thus, they may become a real competitor over conventional aerial sensing solutions, such as manned aircrafts, Earth remote sensing satellites, and drones especially amidst huge areas [13]. B-HPICS should be flexible for the environmental changes and capable for self-improvement of its DNNs by training and fine-tuning processes on the new datasets collected and prepared explicitly from the recent flights. This task is still relevant for modern Convolutional Neural Networks (CNN) used by long-endurance UAVs.

Problem Statement

There have been developed several effective technologies [14–16] of the so called "few shot learning" to improve already trained CNN model by a small number of labeled images on which unrecognized objects of previous CNN model has been labeled. But there exists an open problem for such approach: how to label aerial sensed video (huge dataset of a million significantly overlapped frames) in a short inter-flight service time. Moreover, this operation should be usually done by UAVs' operator on-site where there is neither high computer power no enough stuff available. The time line of such process is shown in Fig. 2.

Nowadays there exist labeling frameworks like SuperAnnotate (Fig. 3[2]), CVAT, V7 Darwin, and VGG Image Annotation [17] featured such powerful automation tools as auto-contour tool, automatic object classification, frames sampling and others.

[1] Available at: https://zenodo.org/records/4679653 (accessed: 15.01.2024).

[2] SuperAnnotate labelling softwire observation on pipelines for AI website. Available at: https://humansintheloop.org/tools-we-love-vol-3-superannotate (accessed: 15.01.2024).

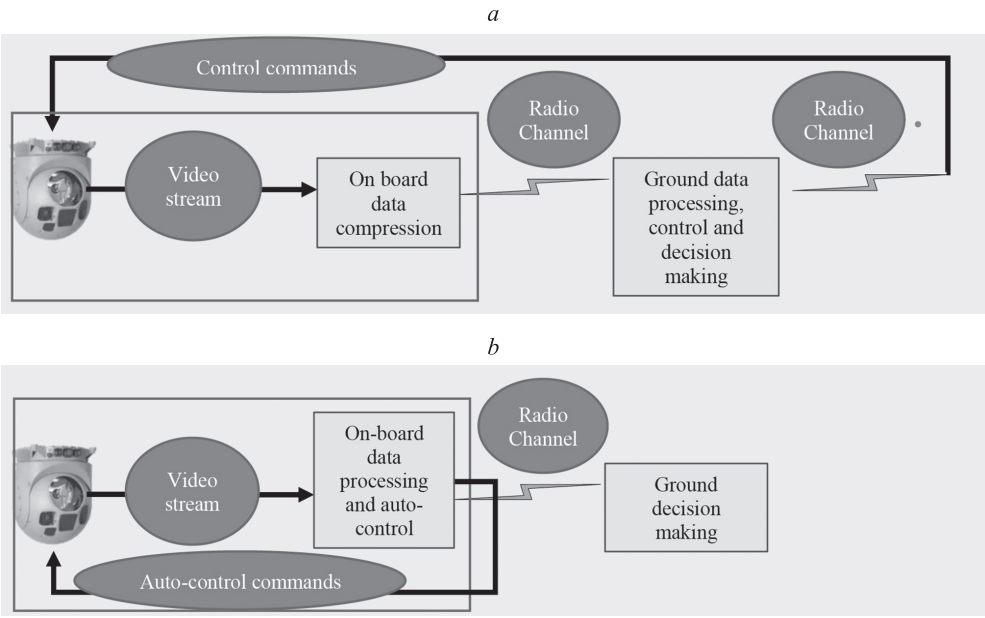


Fig. 1. Sensor control schemas: ground data processing with manual sensor control (*a*), on-board data processing by B-HPICS with sensor auto-control (*b*)

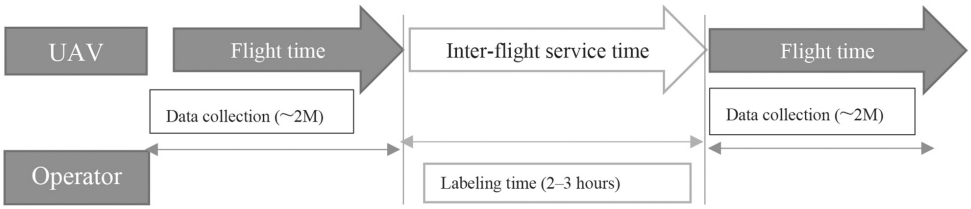


Fig. 2. Time line of flight cycle

Our experiments showed that all these tools are usually failed to process 8 hours video in a 2–3 hours of inter-flight service time. Thus, our goal was to create a fast labeling automation pipeline that allows operator to identify and annotate as much as possible objects of interest in an aerial sensed video with a computing power limit up to 10 TFlops involving only one operator in a required inter-flight service time limitation.

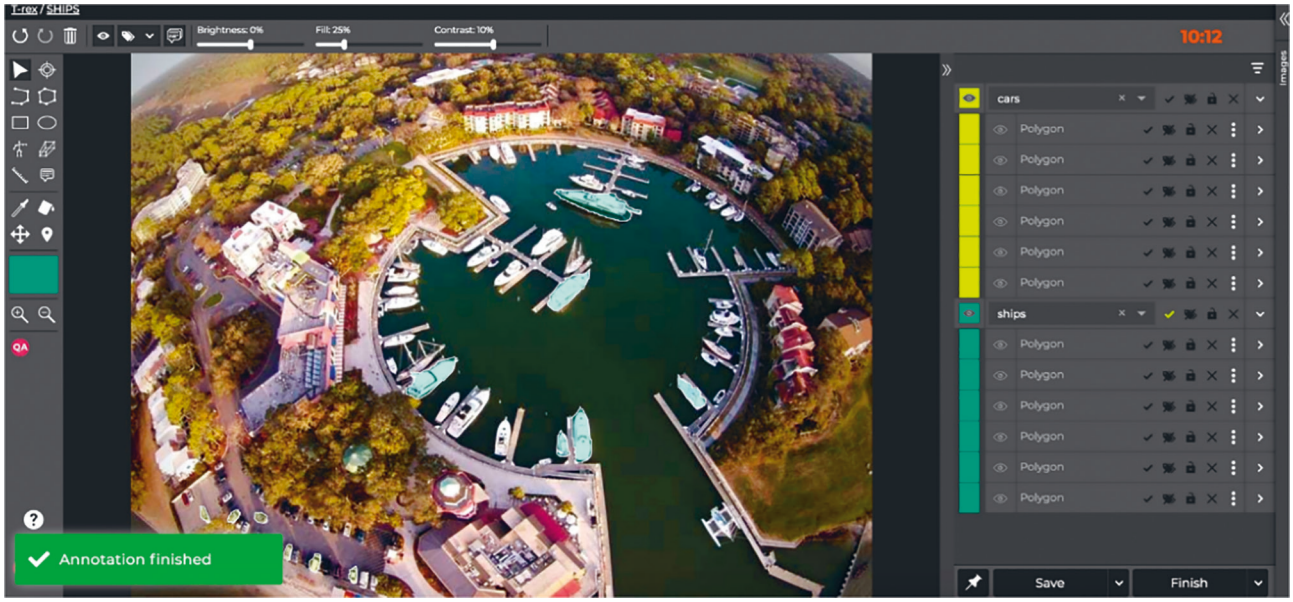


Fig. 3. An example of SuperAnnotate user interface

Proposed approach

As long as there is not enough time to process all long-duration aerial video in a short inter-flight service time, we propose several automated processes. One is to yield frames for labeling not in the sequential order but by its informativity metric defined as Potential Information Value (PIV). PIV should demonstrate not only visual quality of the frame, but if there are any objects of interest and some animalities and how many of them are in the frame at the same time. These parameters were chosen as the most important video frame characteristics for labeling process.

Thus, the PIV of a frame is defined as a combination of three parameters that we named as: image quality (IQ), the number of auto-detected objects (DO), and the number of found anomalies (AN) (frames zones with potential objects of interest):

$$PIV_i = F(AN_i, DO_i, IQ_i), \quad (1)$$

where AN_i, DO_i, IQ_i are corresponding coefficients that are calculated for current frame and i — index of current video frame that should be analyzed and labeled. F is a function with corresponding parameters that combine them to represent informativeness of the frame.

The main hypothesis is that the more is the value of of the frame the more is probability that it contains the objects of interest that should be labeled and are able to be noticed and recognized by the operator. Thus, if the hypothesis is true, it allows to review just 30–40 % of the most informative frames to be label a significant number of objects of interest.

Besides of frames ranging by PIV and state-of-art labeling automation we also propose another two features to be included in the standard labeling pipeline:

1) to use auto-spreading of labeling results because aerial sensed video often contains significantly overlapped frames;
2) to sample video dynamically by dense optical flow threshold exceedance instead of fixed time interval.

In addition, it is proposed to use image modification detection step at the beginning of the labeling process to make labeled data more reliable with aspect of information security. Thus, resulting training, fine-turning processes, and CNN models could become more stable to adversarial attacks [18, 19] that make all labeling process more safe and secure.

In accordance with proposed hypothesis, the typical labeling pipeline have been modified. The proposed Fast Labeling Pipeline (FLP) is represented in Fig. 4.

The proposed new labeling pipeline steps are marked with gray color in Fig. 4.

Potential information value

When realizing FLP it is necessary to calculate the (1). In our research we propose to calculate it according the equation:

$$PIV = 1/2C_{IQ}(C_{AN} + C_{DO}),$$

where C_{IQ} — image quality coefficient, $C_{IQ} \in [0, 1]$; C_{AN} — anomality coefficient is calculated as:

$$C_{AN} = AN/AN_{all},\ C_{AN} \in [0, 1],$$

where AN — number of anomalies that were found on current frame; AN_{all} — number of anomalies that were found on all frames; C_{DO} — meaningfulness coefficient is calculated as:

$$C_{DO} = DO/DO_{all},\ C_{DO} \in [0, 1],$$

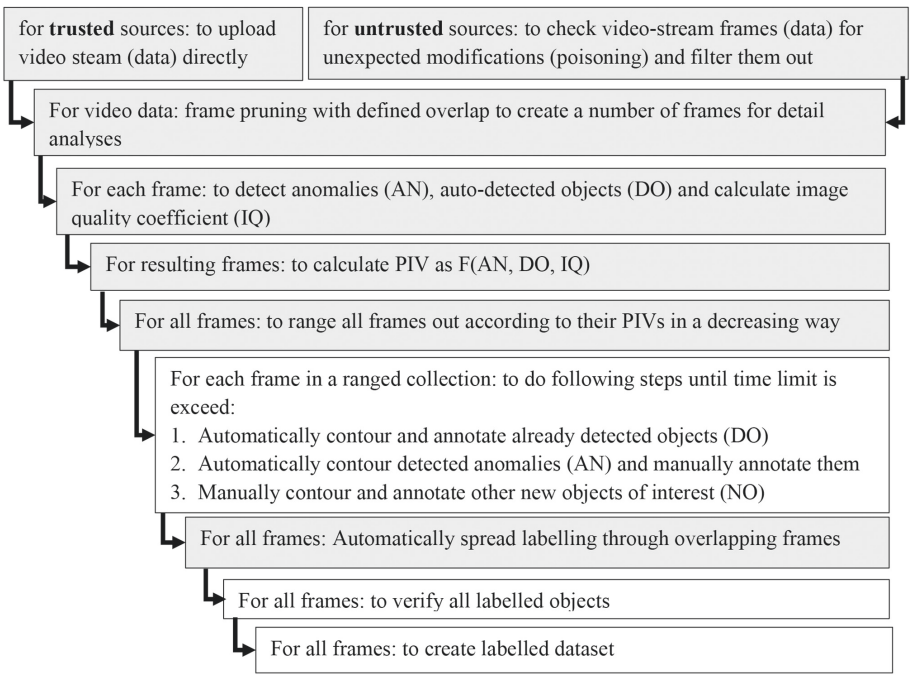


Fig. 4. Proposed fast labeling pipeline

where DO — number of objects that were detected by the current pretrained model of CNN; DO_{all} — number of objects that were detected by the current pretrained model of CNN on all frames of video.

In our approach all coefficients should be defined in a way that the higher is its value the better is the frame informativeness. In this case the higher is frames PIV the more informative is the frame.

For the C_{IQ} we propose to calculate its value as a complex quality coefficient according to the equation:

$$C_{IQ} = F1(N, H, Sh), \quad (2)$$

where $F1$ is a function with corresponding parameters that combine them to represent frame quality. It was proposed to define such quality parameters as: N — complex frame noisiness parameter, H — complex frame histogram quality parameter, Sh — complex frame sharpness parameter. Complex frame noisiness parameter should show how noisy is a frame because it is well known that the higher is frame noise the harder to detect any object in it. Complex frame histogram parameter should show how close is frame histogram to the normal one. That means that it should not contain many peaks or be concentrated in local part of all histogram. Complex frame sharpness parameter should show if it contains abnormal sharpen elements.

In addition, a C_{IQ} value of each frame could be transformed from quantitative to qualitative form to be shown for an operator who labels frames of a flight video to make it easier to understand if it has good quality or not.

Experimental part

The proposed fast labeling pipeline was implemented as a cloud-based web-service featuring GPGPU support for fast performance of image processing operations.

During the experiment, there used several pretrained neural networks: YOLOv7 [20] with predefined classifier for an object detection and classification, WideResnet-50 [21] as an anomality detector, and FlowNet2S [22] as an optical flow definer.

To calculate quality coefficient C_{IQ} (2) we choose following approaches to define quality parameters. Complex frame noisiness parameter N is obtained by analyzing results of smoothing filters such as Gaussian, Wiener, mean, and median filters with 3 × 3 filtering windows size in combination with analysis of one- and two-dimensional Fourier spectrum in an aspect of higher spectrum coefficients. The mean square distortion of elements was taken to estimate noisiness. Complex frame histogram quality parameter H is obtained by analyzing average offset of normalized brightness, average offset of normalized contrast, and histogram density. Complex frame sharpness parameter Sh is obtained based on analyzes of both Gaussian and Laplacian filters output with a frame as an input of the first one.

In our realization the OpenCV libraries[1] were used to implement all applied filters and transforms.

[1] OpenCv website. Available at: https://opencv.org/home/ (accessed: 15.01.2024).

Thus, in proposed method the frame quality is calculated as quality coefficient C_{IQ}:

$$C_{IQ} = \frac{\sum_{i=1}^{3} C_i}{3} \prod_{i=1}^{3} Sigm_{C_i}, \quad (3)$$

where C_i — quality parameter, C_1 — frame histogram quality parameter (equal to H in (2)), C_2 — frame sharpness parameter (equal to Sh in (2)), C_3 — frame noisiness parameter (equal to N in (2)), and $Sigm_{C_i}$ is a quality parameters weighted coefficient that is calculated for each corresponding quality parameter C_i:

$$Sigm_{C_i} = 1 - \frac{k5C_i}{\sqrt{1 + (5C_i)^2}}, \; k = \sqrt{26/25}.$$

This quality parameter weighted coefficients $Sigm_{C_i}$ are proposed to balance influence of low values of quality parameters in nonlinear way. So that value of quality coefficient C_{IQ} strongly drops down if any of quality parameters C_i become extremely low.

The frame quality is estimated by the resulting value of $C_{IQ} \in [0, 1]$ (3). For better visualization (Fig. 5, *b*) in our experiment the transformation thresholds were expertly defined as:

$C_{IQ} \geq 0.55$ — good quality,

$0.3 \leq C_{IQ} < 0.55$ — medium quality,

$C_{IQ} < 0.3$ — low quality.

The examples of proposed fast labeling pipeline results are shown in Fig. 5 and Fig. 6.

Fig. 5 and Fig. 6 show that the operator is provided with the most informative frames and its parameters at the very beginning of labeling process. Auto-labeling process matches existing anomalies is they are proper for predefined classifier. Additional parameters of the auto-labeling results are also shown for the operator to check labeling correctness and to find and label unlabeled objects of interest in much shorter time.

For the experimental part there was chosen six types of 8-hour FullHD aerial sensed video in a day time over countryside area. Total number of objects lays in a range from 5 to 100. The number of object classes is 3 (3 types of vehicles). One of the testing videos has low quality (smoothed view with a block structure on it). There are videos that have concentration of objects of interest at a short part of the video (at the beginning or end or somewhere in the middle) and the others have approximately uniform distribution of objects over the video frames. Three experienced specialists of labeling took part in the experiment.

Experimental results are shown in Fig. 7. It shows dependence between the average percentage of labeled objects *Nobj* and the average percentage of labeled video frames *Nfr*.

Graphics in Fig. 7 show that with proposed Fast Labeling Pipeline (FLP) 80 % of objects are labeled in 40 % of first pre-ranged frames in average in comparison with CVAT [23]. It was shown experimentally that

Fig. 5. An example of proposed software interface with sorted by PIV frames: an interface view (*a*), sorting parameters description (*b*)

Fig. 6. An example of frame with anomalies with result of auto-labeling with current CNN of proposed software: an interface view (*a*), auto-labeling parameters description (*b*)

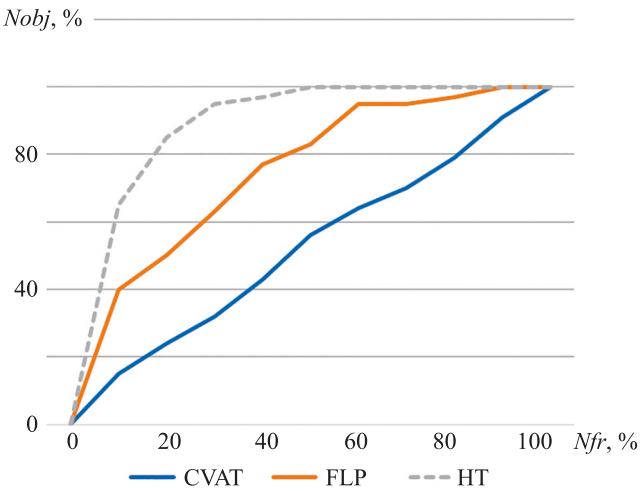


Fig. 7. Experimental results of dependence between the average percentage of labeled objects *Nobj* and the average percentage of labeled video frames *Nfr*: CVAT — Computer Vision Annotation Tool, FLP — proposed Fast Labelling Pipeline, HT — hypothetic effectiveness threshold

resulting labeling time become 50 % less in average due to the applied auto-labeling and proposed PIV ranging and label spreading methods. HT is a hypothetic effectiveness threshold that is based on practical needs of real labeling process. HT could be looked at as a goal for future optimization.

Conclusion

In the presented research, a new pipeline was proposed allowing us to fit labeling time into a short inter-flight period. Such effect was achieved by combining both state-of-art automation tools (such as object detection and auto-contour tools) and proposed tools: ranging frames by its PIV, dynamic labels spreading through overlapped frames and smart frames sampling. A cloud-based labeling web-service was developed and it was shown experimentally that proposed pipeline allows labeling 80 % objects of interest of all existing objects just by processing 40 % of pre-ranged frames in average that fits 2–3 hours of inter-flight service time. Future research will be aimed to find optimal PIV parameters calculation algorithm (close to hypothetic effectiveness threshold) by input video analysis.

References

1. Zhao Z., Zheng P., Xu S., Wu X. Object detection with deep learning: A review. *arXiv*, 2019, arXiv:1807.05511. https://doi.org/10.48550/arXiv.1807.05511
2. Ren S., He K., Girshick R., Sun J. Faster R-CNN: Towards real-time object detection with region proposal networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2015, vol. 28, pp. 91–99.
3. Liu S., Liu Z. Multi-channel CNN-based object detection for enhanced situation awareness. *Sensors & Electronics Technology (SET) panel Symposium SET-241 on 9th NATO Military Sensing Symposium*, 2017.
4. Mahalanobis A., McIntosh B. A comparison of target detection algorithms using DSIAC ATR algorithm development data set. *Proceedings of SPIE*, 2019, vol. 10988, pp. 1098808. https://doi.org/10.1117/12.2517423
5. Liu W., Anguelov D., Erhan D., Szegedy C., Reed S., Fu C.-Y., Berg A. SSD: Single shot multibox detector. *Lecture Notes in Computer Science*, 2016, vol. 9905, pp. 21–37. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46448-0_2
6. Ronneberger O., Fischer P., Brox T. U-Net: Convolutional networks for biomedical image segmentation. *Lecture Notes in Computer Science*, 2015, vol. 9351, pp. 234–241. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24574-4_28
7. Redmon J. Farhadi A. YOLO9000: better, faster, stronger. *Proc. of the 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2017, pp. 6517–6525. https://doi.org/10.1109/CVPR.2017.690
8. Chen H-W., Reyes M., Marquand B., Robie D. Advanced automated target recognition (ATR) and multi-target tracker (MTT) with electro-optical (EO) sensors. *Proceedings of SPIE*, 2020, vol. 11511, pp. 115110V. https://doi.org/10.1117/12.2567178
9. Redmon J., Farhadi A. YOLOv3: An Incremental Improvement. *arXiv*, 2018, ar.Xiv:1804.02767v1. https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.02767
10. Wang C.Y., Bochkovskiy A., Liao M. YOLOv7: Trainable bag-of-freebies sets new state-of-the-art for real-time object detectors. *Proc. of the 2023 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2023. https://doi.org/10.1109/CVPR52729.2023.00721
11. Fedulin A.M., Evstaf'ev D.V., Kondrashova G.L., Artemenko N.V. Human-autonomy teaming interface design for multiple-UAV control. *Russian Aeronautics*, 2022, vol. 65, no. 2, pp. 419–424. https://doi.org/10.3103/S1068799822020222
12. Barnell M., Raymond C., Capraro Ch., Isereau D., Cicotta Ch., Stokes N. High-performance computing (HPC) and machine learning demonstrated in flight using agile condor. *Proc. of the 2018 IEEE High Performance extreme Computing Conference (HPEC)*, 2018, pp. 1–4. https://doi.org/10.1109/HPEC.2018.8547797
13. Fedulin A.M., Driagin D.M. Prospects of MALE-class UAVs using for the huge territories aerial survey. *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, 2021, no. 1(218), pp. 271–281. (in Russian). https://doi.org/10.18522/2311-3103-2021-1-271-281
14. Fei-Fei L., Fergus R., Perona P. One-shot learning of object categories. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, vol. 28, no. 4, pp. 594–611. https://doi.org/10.1109/tpami.2006.79
15. Fink M. Object classification from a single example utilizing class relevance metrics. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2004, vol. 17, pp. 449–456.
16. Alajaji D., Alhichri H.S., Ammour N., Alajlan N. Few-shot learning for remote sensing scene classification. *Proc. of the 2020 Mediterranean and Middle-East Geoscience and Remote Sensing Symposium (M2GARSS)*, pp. 81–84. https://doi.org/10.1109/M2GARSS47143.2020.9105154
17. Sager Ch., Janiesch Ch., Zschech P. A survey of image labelling for computer vision applications. *Journal of Business Analytics*, 2021, vol. 4, no. 2, pp. 91–110. https://doi.org/10.1080/2573234X.2021.1908861
18. Oprea A., Vassilev A., Fordyce A., Anderson H. *Adversarial Machine Learning: A Taxonomy and Terminology of Attacks and Mitigations: Report NIST AI100-2E2023*. 107 p. https://doi.org/10.6028/NIST.AI.100-2e2023
19. Choi J.I., Tian Q. Adversarial attack and defense of YOLO detectors in autonomous driving scenarios. *Proc. of the 2022 IEEE Intelligent*

Литература

1. Zhao Z., Zheng P., Xu S., Wu X. Object detection with deep learning: A review // arXiv. 2019. arXiv:1807.05511. https://doi.org/10.48550/arXiv.1807.05511
2. Ren S., He K., Girshick R., Sun J. Faster R-CNN: Towards real-time object detection with region proposal networks // Advances in Neural Information Processing Systems. 2015. V. 28. P. 91–99.
3. Liu S., Liu Z. Multi-channel CNN-based object detection for enhanced situation awareness // Sensors & Electronics Technology (SET) panel Symposium SET-241 on 9th NATO Military Sensing Symposium. 2017.
4. Mahalanobis A., McIntosh B. A comparison of target detection algorithms using DSIAC ATR algorithm development data set // Proceedings of SPIE. 2019. V. 10988. P. 1098808. https://doi.org/10.1117/12.2517423
5. Liu W., Anguelov D., Erhan D., Szegedy C., Reed S., Fu C.-Y., Berg A. SSD: Single shot multibox detector // Lecture Notes in Computer Science. 2016. V. 9905. P. 21–37. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46448-0_2
6. Ronneberger O., Fischer P., Brox T. U-Net: Convolutional networks for biomedical image segmentation // Lecture Notes in Computer Science. 2015. V. 9351. P. 234–241. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24574-4_28
7. Redmon J. Farhadi A. YOLO9000: better, faster, stronger // Proc. of the 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2017. P. 6517–6525. https://doi.org/10.1109/CVPR.2017.690
8. Chen H-W., Reyes M., Marquand B., Robie D. Advanced automated target recognition (ATR) and multi-target tracker (MTT) with electro-optical (EO) sensors // Proceedings of SPIE. 2020. V. 11511. P. 115110V. https://doi.org/10.1117/12.2567178
9. Redmon J., Farhadi A. YOLOv3: An Incremental Improvement // arXiv. 2018. ar.Xiv:1804.02767v1. https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.02767
10. Wang C.Y., Bochkovskiy A., Liao M. YOLOv7: Trainable bag-of-freebies sets new state-of-the-art for real-time object detectors // Proc. of the 2023 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2023. https://doi.org/10.1109/CVPR52729.2023.00721
11. Fedulin A.M., Evstaf'ev D.V., Kondrashova G.L., Artemenko N.V. Human-autonomy teaming interface design for multiple-UAV control // Russian Aeronautics. 2022. V. 65. N 2. P. 419–424. https://doi.org/10.3103/S1068799822020222
12. Barnell M., Raymond C., Capraro Ch., Isereau D., Cicotta Ch., Stokes N. High-performance computing (HPC) and machine learning demonstrated in flight using agile condor // Proc. of the 2018 IEEE High Performance extreme Computing Conference (HPEC). 2018. P. 1–4. https://doi.org/10.1109/HPEC.2018.8547797
13. Федулин А.М., Дрягин Д.М. Перспективы применения крупно-размерных БПЛА при решении задач комплексного обследования территорий // Известия ЮФУ. Технические науки. 2021. № 1(218). С. 271–281. https://doi.org/10.18522/2311-3103-2021-1-271-281
14. Fei-Fei L., Fergus R., Perona P. One-shot learning of object categories // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2006. V. 28. N 4. P. 594–611. https://doi.org/10.1109/tpami.2006.79
15. Fink M. Object classification from a single example utilizing class relevance metrics // Advances in Neural Information Processing Systems. 2004. V. 17. P. 449–456.
16. Alajaji D., Alhichri H.S., Ammour N., Alajlan N. Few-shot learning for remote sensing scene classification // Proc. of the 2020 Mediterranean and Middle-East Geoscience and Remote Sensing Symposium (M2GARSS). P. 81–84. https://doi.org/10.1109/M2GARSS47143.2020.9105154
17. Sager Ch., Janiesch Ch., Zschech P. A survey of image labelling for computer vision applications // Journal of Business Analytics. 2021. V. 4. N 2. P. 91–110. https://doi.org/10.1080/2573234X.2021.1908861
18. Oprea A., Vassilev A., Fordyce A., Anderson H. Adversarial Machine Learning: A Taxonomy and Terminology of Attacks and Mitigations: Report NIST AI100-2E2023. 107 p. https://doi.org/10.6028/NIST.AI.100-2e2023
19. Choi J.I., Tian Q. Adversarial attack and defense of YOLO detectors in autonomous driving scenarios // Proc. of the 2022 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). 2022. P. 1011–1017. https://doi.org/10.1109/IV51971.2022.9827222

Vehicles Symposium (IV), 2022, pp. 1011–1017. https://doi.org/10.1109/IV51971.2022.9827222
20. Wang C.Y., Bochkovskiy A., Liao H.Y.M. YOLOv7: Trainable bag-of-freebies sets new state-of-the-art for real-time object detectors. *Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2023, pp. 7464–7475. https://doi.org/10.1109/cvpr52729.2023.00721
21. Defard T., Setkov A., Loesch A., Audigier R. PaDiM: A Patch distribution modeling framework for anomaly detection and localization. *Lecture Notes in Computer Science*, 2021, vol. 12664, pp. 475–489. https://doi.org/10.1007/978-3-030-68799-1_35
22. Ilg E., Mayer N., Saikia T., Keuper M., Dosovitskiy A., Brox T. Flownet 2.0: Evolution of optical flow estimation with deep networks. *Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2017, pp. 1647–1655. https://doi.org/10.1109/cvpr.2017.179
23. Guillermo M., Billones R.K., Bandala A., Vicerra R.R., Sybingco E., Dadios E.P., Fillone A. Implementation of automated annotation through mask RCNN Object Detection Model in CVAT using AWS EC2 Instance. *Proc.of the 2020 IEEE REGION 10 CONFERENCE (TENCON)*, 2020, pp. 708–713. https://doi.org/10.1109/tencon50793.2020.9293906

20. Wang C.Y., Bochkovskiy A., Liao H.Y.M. YOLOv7: Trainable bag-of-freebies sets new state-of-the-art for real-time object detectors // Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2023. P. 7464–7475. https://doi.org/10.1109/cvpr52729.2023.00721
21. Defard T., Setkov A., Loesch A., Audigier R. PaDiM: A Patch distribution modeling framework for anomaly detection and localization // Lecture Notes in Computer Science. 2021. V. 12664. P. 475–489. https://doi.org/10.1007/978-3-030-68799-1_35
22. Ilg E., Mayer N., Saikia T., Keuper M., Dosovitskiy A., Brox T. Flownet 2.0: Evolution of optical flow estimation with deep networks // Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2017. P. 1647–1655. https://doi.org/10.1109/cvpr.2017.179
23. Guillermo M., Billones R.K., Bandala A., Vicerra R.R., Sybingco E., Dadios E.P., Fillone A. Implementation of automated annotation through mask RCNN Object Detection Model in CVAT using AWS EC2 Instance // Proc.of the 2020 IEEE REGION 10 CONFERENCE (TENCON). 2020. P. 708–713. https://doi.org/10.1109/tencon50793.2020.9293906

Authors

Andrei M. Fedulin — Director for Software Development, “KT — Unmanned Systems” JSC, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation, sc 57514263700, https://orcid.org/0000-0001-6951-4681, af@kronshtadt.ru

Natalia V. Voloshina — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 55511854200, https://orcid.org/0000-0001-9435-9580, nvvoloshina@itmo.ru

Авторы

Федулин Андрей Михайлович — директор центра разработки программного обеспечения, АО «КТ — Беспилотные Системы», Санкт-Петербург, 199178, Российская Федерация, sc 57514263700, https://orcid.org/0000-0001-6951-4681, af@kronshtadt.ru

Волошина Наталия Викторовна — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 55511854200, https://orcid.org/0000-0001-9435-9580, nvvoloshina@itmo.ru

Received 06.02.2024
Approved after reviewing 14.03.2024
Accepted 28.03.2024

Статья поступила в редакцию 06.02.2024
Одобрена после рецензирования 14.03.2024
Принята к печати 28.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
март–апрель 2024 Том 24 № 2 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
March–April 2024 Vol. 24 No 2 http://ntv.ifmo.ru/en/
ISSN 2226-1494 (print) ISSN 2500-0373 (online)

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА

AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-198-207
УДК 62-50

Задача адаптивного субоптимального управления и ее вариационное решение

Алексей Викторович Блаженов[1], Алексей Алексеевич Ведяков[2], Екатерина Воиславовна Милованович[3], Ольга Валерьевна Слита[4]✉, Владимир Юрьевич Тертычный-Даури[5]

[1,2,3,4,5] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101 Российская Федерация

[1] a_blazh@mail.ru, https://orcid.org/0009-0009-2682-9128
[2] vedyakov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0003-4336-1220
[3] milovanovich@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-9069-8574
[4] o-slita@yandex.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-7119-3629
[5] tertychny-dauri@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-4671-7659

Аннотация
Введение. Рассмотрена субоптимальная трансграничная задача в применении к нелинейным динамическим управляемым системам в условиях действия на них детерминированных, равномерно ограниченных внешних неизвестных возмущений. **Метод.** Задача решается с помощью методов классического вариационного исчисления для случая, когда промежуток времени адаптации и оптимизации заранее не задается. **Основные результаты.** Определены необходимые условия для выбора экстремального движения за счет надлежащего формирования замкнутой субоптимальной системы адаптивного управления. Теоретический анализ сопоставлен с компьютерными расчетами на конкретном модельном примере, который показал эффективность применяемого подхода. **Обсуждение.** Предложенная схема субоптимального адаптивного синтеза может быть использована при расчете и проектировании нелинейных управляемых динамических систем.

Ключевые слова
динамическая система, функционал качества, множители Лагранжа, субоптимальное управление, адаптация, уравнения Эйлера, условие трансверсальности

Благодарности
Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, госзадание № 2019-0898.

Ссылка для цитирования: Блаженов А.В., Ведяков А.А., Милованович Е.В., Слита О.В., Тертычный-Даури В.Ю. Задача адаптивного субоптимального управления и ее вариационное решение // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 198–207. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-198-207

Adaptive suboptimal control problem and its variational solution

Alexey V. Blazhenov[1], Alexey A. Vedyakov[2], Ekaterina V. Milovanovich[3], Olga V. Slita[4]✉, Vladimir Yu. Tertychny-Dauri[5]

[1,2,3,4,5] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] a_blazh@mail.ru, https://orcid.org/0009-0009-2682-9128
[2] vedyakov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0003-4336-1220
[3] milovanovich@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-9069-8574
[4] o-slita@yandex.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-7119-3629
[5] tertychny-dauri@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-4671-7659

Abstract
A suboptimal cross-border problem is considered about nonlinear dynamic controlled systems under deterministic, uniformly bounded external unknown disturbances. The problem is solved by applying the methods of classical variations calculus for the case when the time interval of adaptation and optimization is not set in advance. The necessary conditions

© Блаженов А.В., Ведяков А.А., Милованович Е.В., Слита О.В., Тертычный-Даури В.Ю., 2024

for the choice of extreme motion are determined due to the proper formation of a closed suboptimal adaptive control system. The theoretical analysis is supplemented with computer calculations using a specific model example, which showed effectiveness of the considered approach. The proposed scheme of suboptimal adaptive synthesis can be used in the calculations and design of nonlinear controlled dynamic systems.

Keywords
dynamic system, quality functional, Lagrange multipliers, suboptimal control, adaptation, Euler equations, transversality condition

Acknowledgements
The work was carried out with the support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, state assignment passport 2019-0898.

For citation: Blazhenov A.V., Vedyakov A.A., Milovanovich E.V., Slita O.V., Tertychny-Dauri V.Yu. Adaptive suboptimal control problem and its variational solution. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 198–207 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-198-207

Введение

В задачах оптимизации в условиях недостаточной априорной информации о действующих возмущениях важно организовать процесс адаптации — процесс восполнения недостаточной информации в ходе управления динамическим объектом. Процесс адаптации (настройки, обучения), под которым подразумевается выбор определенной стратегии, предполагает возможность идентификации действующих на объект управления возмущений с помощью специальным образом сформированной адаптивной обратной связи.

Отметим, что замена идеального оптимального управления, зависящего от неизвестных параметров на адаптивное субоптимальное управление и от известных настраиваемых параметров (оценок неизвестных параметров), происходит в соответствии с одним из двух основных подходов к синтезу адаптивных систем управления [1, 2]:

— «идентификационному», когда в найденный идеальный закон оптимального управления подставляют вместо неизвестных параметров их настраиваемые оценки;
— «прямому адаптивному управлению», где настройка параметров осуществляется непосредственно по рассогласованию динамических характеристик модели и искомой системы без предварительной идентификации объекта управления, т. е. когда параметры системы управления меняются до те пор, пока система не станет в некотором смысле равносильной модели.

Очевидно, что такая процедура обеспечивает сходимость субоптимальных значений функционала качества к его оптимальным значениям по мере сходимости процесса адаптивной параметрической идентификации, т. е. сходимости настраиваемых параметров к их истинным значениям.

Задачи субоптимизации адаптивных динамических систем в рамках линейной модели активно изучались во многих научных работах и решались разными методами и приемами. Отметим некоторые из них, оказавшие наибольшее влияние на последующее развитие теории. В работе [1] рассмотрены системы высокой размерности, большим числом входных и выходных переменных, параметрической и структурной неопределенностями. В [2–12] исследованы в основном линейные управляемые динамические системы с неизвестными параметрами. Данные работы объединяют общий функционал качества, минимизацию которого требуется обеспечить в процессе адаптивного управления при разных дополнительных ограничительных условиях в рассматриваемых задачах адаптивного синтеза. В частности, этими условиями являются: присутствие помех [3], дискретность [4], критерий обобщенной работы [5], поисковый игровой подход [6], информационный метод [7], метод целевых неравенств [2, 8], информативный метод стохастической аппроксимации [9, 10], декомпозиционный подход с разложением на составляющие, более простые подсистемы [11], запаздывание в управлении [12]. Учет этих и других ограничений в перечисленных работах приводит к появлению результирующих алгоритмов адаптивного управления в виде законов субоптимального управления (с некоторым уровнем оптимальности). Нелинейным моделям из-за сложности анализа уделено значительно меньшее внимание [13, 14].

Настоящая работа посвящена изучению вопросов вариационного синтеза субоптимальных систем адаптивного управления для нелинейных динамических объектов регулирования и продолжает исследования начатых в работах [15–17] в области решения таких задач с помощью вариационных методов при наличии подвижной правой границы.

Постановка задачи

Пусть имеется функционал вида

$$J = V[\mathbf{x}(t_1), t_1] + \int_{t_0}^{t_1} F[\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{v}(t), t]dt \to extr, \quad (1)$$

где гладкие скалярные функции $V(\cdot)$, $F(\cdot)$ имеют энергетический смысл: это заданные положительно определенные, непрерывно дифференцируемые по своим переменным скалярные функции; $\mathbf{x}(t) \in R^n$ — измеряемый $\forall t \in [t_0, t_1]$ вектор состояния; $\mathbf{v}(t) \in R^n$ — неизмеряемый неизвестный вектор внешних, равномерно ограниченных возмущений: $\sup_{t\in[t_0,\, t_1]}\|\mathbf{v}(t)\| \le C_v$, где $C_v > 0$ — известная (либо неизвестная) константа, которая не участвует в анализе.

Движение исходной системы опишем уравнением

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{v}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v} \in R^n, \quad (2)$$

где $\mathbf{u}(t) \in U \subset R^n$ — вектор управлений, U — множество допустимых ограниченных непрерывных функций

$u(t)$, $t \in [t_0, t_1]$. Предположим, что начальные значения $\mathbf{x}(t_0)$, t_0 заданы, но значения правой трансграничной точки $\mathbf{x}(t_1)$, t_1 заранее неизвестны. Допустим, что вектор-функция $f(\cdot) \in R^n$ гладкая и задана.

Уравнение (1) устанавливает для управляемой системы векторную неголономную связь вида

$$\psi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) = 0, \tag{3}$$

где тождество $\psi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) \equiv f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{v} - \dot{\mathbf{x}}$, $\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v} \in R^n$.

Также считаем, что вектор-функция неизвестных возмущений $\mathbf{v}(t)$ удовлетворяет уравнениям настройки ее оценок $\tilde{\mathbf{v}}(t)$, т. е. интегральным уравнениям связей, формирующих оптимальное управление $\mathbf{u}_0(t) = \mathbf{u}_0[\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{v}}(t), t]$. Эти связи задают сходящийся алгоритм внешней адаптации по правилу:

$$\varphi\left[\mathbf{v}(t), \int_{t_0}^{t} \mathbf{v}(s)ds, t\right] = 0, \tag{4}$$

где тождество

$$\varphi\left[\mathbf{v}(t), \int_{t_0}^{t} \mathbf{v}(s)ds, t\right] \equiv [\tilde{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{v}(t)] + \\ + \alpha\left(\int_{t_0}^{t} [\tilde{\mathbf{v}}(s) - \mathbf{v}(s)]ds\right) + \beta = \tilde{\mathbf{v}}(t), \mathbf{v}(t) \in R^n,$$

$\alpha > 0$, $\beta = \mathbf{v}(t_0) - \tilde{\mathbf{v}}(t_0)$ — заданные числа. Интегральное уравнение Вольтерра 2-го рода (4) имеет решение:

$$\tilde{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{v}(t) - \beta e^{-\alpha(t-t_0)} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0, \tag{5}$$

приводящее к асимптотической сходимости оценок $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ к $\mathbf{v}(t)$ в зависимости от требуемой точности оценивания $\delta > 0$:

$$\overline{\lim_{t\to t_1}} \|\tilde{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{v}(t)\| < \delta \tag{6}$$

и времени окончания процесса оптимизации и адаптации t_1; $\|\mathbf{a}(t)\|$ — евклидова норма вектора $\mathbf{a}(t)$, $\|\mathbf{a}(t)\| = (\mathbf{a}^T(t), \mathbf{a}(t))^{1/2}$.

Требуется найти тройку неизвестных вектор-функций $(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t))$ со значениями в R^n, $t \in [t_0, t_1]$, удовлетворяющую начальным условиям $(\mathbf{x}(t_0), \mathbf{v}(t_0), t_0)$ и обеспечивающую выполнение условий: $J \to extr$ (1) одновременно с обеспечением требований $\psi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) = 0$ (3) и $\varphi\left[\mathbf{v}(t), \int_{t_0}^{t} \mathbf{v}(s)ds, t\right] = 0$ (4), где $\varphi(\cdot), \psi(\cdot) \in R^n$.

Задачу на условный экстремум сведем к задаче на безусловный экстремум с помощью введения множителей Лагранжа. С учетом условий (2), (3) и (4) запишем вспомогательный функционал качества в следующем виде:

$$J_* = V[\mathbf{x}(t_1), t_1] + \int_{t_0}^{t_1}\Big\{F[\mathbf{x}, (f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{v}), \mathbf{v}(t), t] + \\ + \boldsymbol{\mu}^T(t)\psi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) + \\ + \boldsymbol{\lambda}^T(t)\varphi\left(\mathbf{v}(t), \int_{t_0}^{t} \mathbf{v}(s)ds, t\right)\Big\}dt \to extr, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\mu}(t)$, $\boldsymbol{\lambda}(t)$ — неопределенные множители Лагранжа, $\boldsymbol{\mu}(t), \boldsymbol{\lambda}(t) \in R^n$.

Согласно работе [15],

$$\delta\mathbf{x}(t_1) = \delta\mathbf{x}|_{t=t_1} + \dot{\mathbf{x}}(t_1)\delta t_1. \tag{8}$$

Алгоритм адаптации и его асимптотические свойства

Запишем интегральный алгоритм адаптации (4) в виде:

$$\mathbf{y}(t) + \alpha\int_{t_0}^{t} \mathbf{y}(s)ds + \beta = 0, \ \alpha > 0, \ \beta = \text{const}, \tag{9}$$

где $\mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{v}(t)$, $\beta = \mathbf{v}(t_0) - \tilde{\mathbf{v}}(t_0)$. Найдем решение (9) в асимптотике при $t \to \infty$.

Для этого введем в рассмотрение обозначение:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \mathbf{y}(s)ds, \ \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{y}(t),$$

Тогда алгоритм адаптации (9) преобразуем к виду:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) + \alpha[\mathbf{z}(t) - \mathbf{z}(t_0)] + \beta = 0$$

или к виду линейного однородного дифференциального уравнения в новых обозначениях по $\mathbf{z}(t)$:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) + \alpha\mathbf{z}(t) = 0. \tag{10}$$

На том основании, что

$$\dot{\mathbf{z}}(t) + \alpha\mathbf{z}(t) + [-\alpha\mathbf{z}(t_0) + \beta] = 0 \text{ и } \mathbf{z}(t_0) = \frac{\beta}{\alpha},$$

получим

$$[-\alpha\mathbf{z}(t_0) + \beta] = 0.$$

Решение дифференциального уравнения (10) хорошо известно:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}(t_0)e^{-\alpha(t-t_0)} = \frac{\beta}{\alpha}e^{-\alpha(t-t_0)} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0,$$
$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{z}(t_0)e^{-\alpha(t-t_0)}(-\alpha) = -\beta e^{-\alpha(t-t_0)} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0,$$

т. е. имеем

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{v}}(t) - \mathbf{v}(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} 0, \text{ либо } \tilde{v}(t) \to \mathbf{v}(t) \text{ при } t \to \infty.$$

Отметим, что из уравнения (9) получим требование для выбора начального условия:

$$\mathbf{y}(t_0) + \beta = 0 \Rightarrow \beta = \mathbf{v}(t_0) - \tilde{\mathbf{v}}(t_0).$$

Основные результаты

Из интегрирования по частям в функционале (7) получим

$$J_* = V[\mathbf{x}(t_1), t_1] - \boldsymbol{\mu}^T(t)\mathbf{x}(t)\Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t} G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)dt, \\ G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) = G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t, \boldsymbol{\mu}(t), \dot{\boldsymbol{\mu}}(t), \boldsymbol{\lambda}(t)) = \\ = F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t) + \boldsymbol{\mu}^T(t)[f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{v}] + \dot{\boldsymbol{\mu}}^T(t)\mathbf{x}(t) + \\ + \boldsymbol{\lambda}^T(t)\varphi\left(\mathbf{v}(t), \int_{t_0}^{t} \mathbf{v}(s)ds, t\right). \tag{11}$$

Величину вариации функционала J_* (11) на экстремальных движениях с подвижной трансграницей $(\mathbf{x}(t_1), t_1)$, где $\delta\mathbf{x}(t_0) = 0$, с учетом возникающих вариаций $\delta\mathbf{x}(t)$, $\delta\mathbf{u}(t)$, $\delta\mathbf{v}(t)$, $\delta\mathbf{x}(t_1)$, δt_1 с точностью до величины 2-го порядка малости представим в формулировке следующей теоремы.

Теорема 1. С учетом непрерывной дифференцируемости по всем переменным функций V, G, а также справедливости выполнения соотношения (8) для $\delta\mathbf{x}|_{t=t_1}$, вариацию функционала J_* (11) зададим выражением:

$$\delta J_* = dJ_* = \left(\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1), t_1]}{\partial \mathbf{x}(t_1)} - \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\right)\delta\mathbf{x}(t_1) + \\ + \left(\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1), t_1]}{\partial t_1} + G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)|_{t=t_1} + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\dot{\mathbf{x}}(t_1)\right)\delta t_1 + \\ + \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{x}}\delta\mathbf{x} + \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{u}}\delta\mathbf{u} + \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}}\delta\mathbf{v}\right)dt, \quad (12)$$

полученным с точностью до малости 2-го порядка.

Доказательство теоремы в настоящей работе не приведено из-за массивности. Заметим, что доказательство полностью укладывается в известные схемы, типичные для вариационного исчисления [14]. Далее выберем векторный множитель $\boldsymbol{\mu}(t)$ так, чтобы функциональные коэффициенты при $\delta\mathbf{x}(t_1)$, $\delta\mathbf{x}(t)$ в соотношении (12) обратились в нуль. Тогда получим систему n уравнений Эйлера по x с граничным условием на правом конце:

$$\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{x}} = 0, \ \boldsymbol{\mu}(t_1) = \left(\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1), t_1]}{\partial \mathbf{x}(t_1)}\right)^T, \quad (13)$$

или, с учетом обозначения (13), составим систему:

$$\dot{\boldsymbol{\mu}}(t) = -\left(\frac{\partial F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{x}(t)} + \boldsymbol{\mu}^T(t)\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial \mathbf{x}(t)}\right)^T \quad (14)$$

с граничным условием $\boldsymbol{\mu}(t_1)$ (13).

Таким образом, выражение (12) при наличии требований (13) перепишем в виде:

$$\delta J_* = dJ_* = \left(\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1), t_1]}{\partial t_1} + G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)|_{t=t_1} + \right. \\ \left. + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\dot{\mathbf{x}}(t_1)\right)\delta t_1 + \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{u}}\delta\mathbf{u} + \right. \\ \left. + \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}}\delta\mathbf{v}\right)dt. \quad (15)$$

Допустим, что в равенстве (15) круглая скобка слева равна нулю:

$$\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1), t_1]}{\partial t_1} + G(\mathbf{x}(t_1), \mathbf{u}(t_1), \mathbf{v}(t_1), t_1) + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\dot{\mathbf{x}}(t_1) = 0.$$

Отсюда, используя граничные условия (13), получим

$$\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1), t_1]}{\partial t_1} + \frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1), t_1]}{\partial \mathbf{x}(t_1)}\dot{\mathbf{x}}(t_1) + G(\mathbf{x}(t_1), \mathbf{u}(t_1), \mathbf{v}(t_1), t_1) = 0$$

или в более компактной форме:

$$\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1)]}{dt_1} + G(\mathbf{x}(t_1), \mathbf{u}(t_1), \mathbf{v}(t_1), t_1) = 0,$$

что в итоге даст

$$\frac{dJ_*}{dt_1} = 0. \quad (16)$$

Требование (16) представляет собой условие трансверсальности в граничной точке t_1. Полагая условие (16) в точке $t = t_1$ выполненным, получим, исходя из выражения (15), выполненным также и соотношение

$$\delta J_* = dJ_* = \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{u}}\delta\mathbf{u} + \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}}\delta\mathbf{v}\right)dt. \quad (17)$$

В интеграле (17) для второго слагаемого, с учетом обозначения (11), выберем множители Лагранжа $\boldsymbol{\lambda}(t) \in R^n$ таким образом, чтобы выполнялось равенство:

$$\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (18)$$

приводящее к системе n уравнений Эйлера по $\mathbf{v}$

$$\frac{\partial F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}(t)} + \boldsymbol{\mu}^T(t)\mathbf{I} + \boldsymbol{\lambda}^T(t)\frac{\partial \varphi\left(\mathbf{v}(t)\int_{t_0}^{t}\mathbf{v}(s)ds, t\right)}{\partial \mathbf{v}(t)} = 0,$$

где $\mathbf{I} \equiv \partial\mathbf{v}(t)/\partial\mathbf{v}(t)$ — единичная матрица размерности n. Следовательно, интеграл (17) будет иметь вид:

$$\delta J_* = dJ_* = \int_{t_0}^{t_1}\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{u}}\delta\mathbf{u}dt. \quad (19)$$

С целью обеспечения необходимых условий стационарности (экстремума) критерия качества J_* потребуем, чтобы в интеграле (19) выполнялось равенство:

$$\frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{u}} = 0. \quad (20)$$

Система n уравнений Эйлера по $\mathbf{u}$ (20) может быть записана с помощью обозначения (11) в виде системы уравнений

$$\frac{\partial F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{u}(t)} + \boldsymbol{\mu}^T(t)\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)}{\partial \mathbf{u}(t)} = 0. \quad (21)$$

Совокупность $3n$ уравнений (13), (18), (20) вместе с уравнениями связей (3), (4) представляет собой замкнутую систему уравнений для нахождения вектор-функций $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{v}(t)$, $\boldsymbol{\mu}(t)$, $\boldsymbol{\lambda}(t)$, обеспечивающих решение исходной условной вариационной задачи оптимального (субоптимального) адаптивного управления с подвижной границей на правом конце.

Полученный результат вариационного исследования для синтеза условной управляемой возмущенной динамической системы, отслеживающей n независимых связей запишем в виде следующей теоремы.

Теорема 2. Тройка вектор-функций $(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t))$, реализующих экстремум (минимум) функционала (1) при наличии условий (3), (4) удовлетворяет при соответствующем выборе множителей $\mu_k(t)$, $\lambda_k(t)$, $k = \overline{1, n}$ уравнениям Эйлера, составленным для функционала J_* (7). Уравнения Эйлера для определения функций $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{v}(t)$, $\boldsymbol{\mu}(t)$ и $\boldsymbol{\lambda}(t)$ имеют вид уравнений (13), (18), (20) с уравнениями связей (3), (4). Решение задачи (2), (4), (14) порядка $3n$, где управление $\mathbf{u}(t) \in U \subset R^n$,

определяется уравнением (21) и осуществляется при наличии n начальных условий $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ на левом конце и n краевых условий (13) на правом конце.

К сказанному добавим, что для выполнения минимума критерия качества, когда $J \to \min_{u \in U}$, необходимо требование: $\delta^2 J = \delta^2 J_* \geq 0$, $\forall \delta\, \mathbf{u}(t) \neq 0$.

Модельный пример. Синтез субоптимального адаптивного управления

В качестве наглядного и простого примера возьмем задачу с одноосным (по оси Ox) прямолинейным движением материальной точки с известной постоянной массой m под действием управляющей силы (управления) $u(t)$, приложенной к точке, и неизвестного равномерно ограниченного возмущения $v(t)$: $\sup_{t \in [t_0, t_1]} \|v(t)\| \leq C_v$, $C_v > 0$ — некоторая постоянная.

Допустим, что это движение осуществляется вдоль абсолютно гладкой опоры (поверхности), когда сила тяжести уравновешена силой реакции опоры в отсутствие силы трения. В этом случае движение точки опишем уравнением:

$$m\ddot{q}(t) = u(t) + v(t), \tag{22}$$

где $q = q(t)$ — обобщенная (лагранжева) координата, представляющая собой отклонение точки от центра O системы координат. Движение точки (22) определяется величиной кинетической энергии $T(t) = \dfrac{m\dot{q}^2(t)}{2}$:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T(t)}{\partial \dot{q}(t)} = \frac{d}{dt}Q(t) = F(t). \tag{23}$$

Уравнение (23) отвечает второму закону динамики Ньютона для количества движения $Q(t) = m\dot{q}(t)$ и действующей на точку активной силы $F(t) = u(t) + v(t)$.

При этом предположим, что $\forall t \in [t_0, t_1]$ измерению подлежат функции $q(t)$ и $\dot{q}(t)$, но не $\ddot{q}(t)$.

Требуется оптимальным образом при данных условиях сформировать управляемое движение материальной точки, чтобы обеспечить минимизацию энергетического функционала качества (энергетических и мощностных затрат) вида (1):

$$\begin{aligned} J &= \mathbf{x}^2(t_1) + \int_0^{t_1} [\mathbf{x}^2(t) + \dot{\mathbf{x}}^2(t)]dt = \\ &= \mathbf{x}^2(t_1) + \int_0^{t_1} \{\mathbf{x}^2(t) + \mathbf{g}^2[u(t), v(t)]\}\, dt \to \min_{u \in U}, \end{aligned} \tag{24}$$

где введены обозначения для векторов $\mathbf{x}$, $\mathbf{g} \in R^2$ скалярного управления $u(t) \in R$ и скалярного возмущения $v(t) \in R$; $\tau \equiv 1/m = \text{const}$, $V(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x}^2(t)$:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}, \mathbf{g} = f + \begin{pmatrix} 0 \\ \tau v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \tau(u+v) \end{pmatrix}, \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \tau u \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}^2 = q^2 + \dot{q}^2,\ \mathbf{g}^2 = \dot{q}^2 + \tau^2(u+v)^2,\ \mathbf{g}^2 = \mathbf{f}^2 + \tau^2 v(2u+v)$$

относительно компонентов уравнения движения, переписанного в нормальном виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, u, v),\ \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix},\ \mathbf{g} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \tau(u+v) \end{pmatrix}.$$

Функция управления $u(t) \in U$, $U \in C^1[0; t_1]$ — множество непрерывно дифференцируемых по $t \in [0; t_1]$ функций, C^1 — множество всех непрерывно дифференцируемых по $t \in [0; t_1]$ функций. Вектор $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$ задается, а величины $\mathbf{x}(t_1)$, t_1 определяются из дополнительных условий.

Функционал качества (24) можно записать так:

$$J = \mathbf{x}^2(t_1) + \int_0^{t_1} [\mathbf{x}^T A \mathbf{x} + \tau^2(u+v)^2]dt,\ \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \tag{25}$$

где $\mathbf{A}$ — положительно определенная матрица. В выражении (25) подынтегральная функция $F(\mathbf{x}, u, v) > 0$ представляет собой сумму положительно определенной квадратичной формы $\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x}$ и положительной функции $\tau^2(u+v)^2$.

Перейдем к решению искомой условной вариационной задачи.

Пусть имеем два уравнения связей по $\mathbf{x}$ и по v соответственно: $\psi(\cdot) = 0$ (3) и $\varphi(\cdot) = 0$ (4).

Тогда вспомогательный функционал с помощью соотношений (3), (4) запишем в виде:

$$\begin{aligned} J_* = \mathbf{x}^2(t_1) + \int_0^{t_1} \Big\{ &\mathbf{x}^2(t) + \mathbf{g}^2[\mathbf{x}(t), u(t), v(t)] + \\ &+ \boldsymbol{\mu}^T(t)\psi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, u, v) + \boldsymbol{\lambda}(t)\varphi\Big(v, \int_0^t v(s)ds, t\Big)\Big\}dt, \end{aligned} \tag{26}$$

где $\boldsymbol{\mu}(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t))^T \in R^2$, $\boldsymbol{\lambda}(t) \in R$ — множители Лагранжа. Проинтегрируем по частям множители Лагранжа в функционале (26), получим:

$$\begin{aligned} J_* = \mathbf{x}^2(t_1) - \boldsymbol{\mu}^T(t)\mathbf{x}(t)\Big|_0^{t_1} + \\ + \int_0^{t_1} \Big[&\mathbf{x}^2(t) + \mathbf{g}^2(\mathbf{x}, u, v) + \boldsymbol{\mu}^T(t)\mathbf{g}(x, u, v) + \\ &+ \dot{\boldsymbol{\mu}}^T(t)\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\lambda}(t)\varphi\Big(v, \int_0^t v(s)ds, t\Big)\Big]dt. \end{aligned} \tag{27}$$

Выпишем по известной схеме вариацию функционала (27) согласно выражению (12):

$$\begin{aligned} \delta J_* = [2\mathbf{x}(t_1) - \boldsymbol{\mu}(t_1)]^T \delta\mathbf{x}(t_1) + [\mathbf{x}^2(t_1) + \mathbf{g}^2(t_1) + \\ + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\mathbf{g}(t_1) + \dot{\boldsymbol{\mu}}^T(t_1)\mathbf{x}(t_1) + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\dot{\mathbf{x}}(t_1)]\delta t_1 + \\ + \int_0^{t_1} \Big[(2x_1 + \dot{\mu}_1)\delta x_1 + (4x_2 + \mu_1 + \dot{\mu}_2)\delta x_2 + \\ + (2\tau^2 u + 2\tau^2 v + \mu_2\tau)\delta u + \Big(2\tau^2 u + 2\tau^2 v + \mu_2\tau - \lambda - \\ - \alpha\frac{\partial}{\partial v}\int_0^t v(s)ds\Big)\delta v\Big]dt. \end{aligned} \tag{28}$$

В выражении (28) выберем множители $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$ так, чтобы выполнялись уравнения Эйлера (13) по x_1 и x_2 с граничными условиями на правом конце:

$$\dot{\mu}_1 = -2x_1,\ \mu_1(t_1) = 2x_1(t_1),$$

$$\dot{\mu}_2 = -\mu_1 - 4x_2,\ \mu_2(t_1) = 2x_2(t_1).$$

Тогда, при наличии этих соотношений, выражение для δJ_* (28) запишем в виде:

$$\delta J_* = [\mathbf{x}^2(t_1) + \mathbf{g}^2(t_1) + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\mathbf{g}(t_1) + \\ + \dot{\boldsymbol{\mu}}^T(t_1)\mathbf{x}(t_1) + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\dot{\mathbf{x}}(t_1)]\delta t_1 + \\ + \int_0^{t_1}\Big[(2\tau^2 u + 2\tau^2 v + \mu_2\tau)\delta u + \\ + \Big(2\tau^2 u + 2\tau^2 v + \mu_2\tau - \lambda - \alpha\frac{\partial}{\partial v}\int_0^t v(s)ds\Big)\delta v\Big]dt,$$

где

$$\frac{\partial}{\partial v}\int_0^t v(s)ds = \frac{v(t)}{\dot{v}(t)} = \frac{1}{\dfrac{d(\ln v)}{dt}}.$$

Предположим, что условие трансверсальности выполнено, в результате получим уравнение для выбора момента времени t_1:

$$\mathbf{x}^2(t_1) + \mathbf{g}^2(t_1) + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\mathbf{g}(t_1) + \dot{\boldsymbol{\mu}}^T(t_1)\mathbf{x}(t_1) + \boldsymbol{\mu}^T(t_1)\dot{\mathbf{x}}(t_1) = 0,$$

где $\mathbf{x}^2 = x_1^2 + x_2^2$, $\mathbf{g}^2 = x_2^2 + \tau^2(u + v)^2$, $\boldsymbol{\mu}^T\mathbf{g} = \mu_1 x_2 + \mu_2\tau(u + v)$, $\dot{\boldsymbol{\mu}}^T\mathbf{x} = \dot{\mu}_1 x_1 + \dot{\mu}_2 x_2$, $\boldsymbol{\mu}^T\dot{\mathbf{x}} = \mu_1\dot{x}_1 + \mu_2\dot{x}_2$.

Тогда получим:

$$\delta J_* = \int_0^{t_1}\Big[(2\tau^2 u + 2\tau^2 v + \mu_2\tau)\delta u + \\ + \Big(2\tau^2 u + 2\tau^2 v + \mu_2\tau - \lambda - \alpha\frac{\partial}{\partial v}\int_0^t v(s)ds\Big)\delta v\Big]dt.$$

В этом интеграле выберем множитель $\lambda(t)$ так, чтобы вторая скобка в подынтегральном выражении была равна нулю, т. е.

$$\lambda = 2\tau^2(u + v) + \mu_2\tau - \alpha\frac{\partial}{\partial v}\int_0^t v(s)ds.$$

Тем самым, из стационарности функционала качества J_* получим формулу для задания адаптивного оптимального управления $u_0(t)$:

$$u(t) = u_0(t) = -\left[\frac{\mu_2(t)}{2\tau} + v(t)\right]. \qquad (29)$$

Отметим, что зависимость $u_0(t)$ (29), называемая «идеальной», включает в себя неизвестную функцию внешнего возмущения $v(t)$, откуда следует, что формулой (29) напрямую воспользоваться невозможно.

Формулу для $u_0(t)$ (29) можно применить для перехода к субоптимальному адаптивному управлению согласно следующей зависимости:

$$\tilde{u}_0(t) = -\left[\frac{\mu_2(t)}{2\tau} + \tilde{v}(t)\right], \qquad (30)$$

где $\tilde{v}(t)$ — оценка $v(t)$, удовлетворяющая выходу алгоритма параметрической настройки (4)–(9).

При такой замене ($u_0(t)$ на $\tilde{u}_0(t)$) очевидно, исходный функционал качества J (24) будет принимать другие, большие значения. Обратимся в этой связи к известному определению [7], по которому управление $\tilde{u}_0(t) \in U$ при некотором числе $\rho \in [0; 1]$ называется субоптимальным с уровнем субоптимальности ρ для функционала качества J, если выполнено неравенство:

$$\min_{u\in U} J = J|_{u=u_0} \geq \rho J|_{u=\tilde{u}_0}, \qquad (31)$$

где $u_0(x, v, t)$ — оптимальное, а $\tilde{u}_0(x, \tilde{v}, t)$ — субоптимальное управления.

В соответствии с критерием (31) число ρ оценивает близость величины $J|_{\tilde{u}_0(t)}$ к наименьшему значению функционала J (24). Приближение ρ к единице свидетельствует о приближении величины $J|_{\tilde{u}_0(t)}$ к минимально возможному. При $\rho = 1$ субоптимальное управление $\tilde{u}_0(t)$ становится оптимальным: $J|_{\tilde{u}_0(t)} = \min\limits_{u\in U} J$. Последнее условие требует большого времени адаптации или, другими словами, времени шумовой (параметрической) идентификации объекта управления: $\tilde{v}(t) \to v(t)$ при $t \to \infty$.

Заметим, что смена оптимального режима функционирования системы на субоптимальный будет сопровождаться ухудшением качества показателей характеристик работы системы. Кроме того, решение задачи субоптимального управления сопряжено с такой серьезной трудностью, как требованием измерения только фазового вектора $\mathbf{x}(t)$, $t \in [0; t_1]$ и отсутствием информации о векторе скорости $\dot{\mathbf{x}}(t)$. Для решения этой проблемы выполним следующее: в алгоритме адаптации (4)

$$[\tilde{v}(t) - v(t)] + \alpha\left(\int_0^t [\tilde{v}(s) - v(s)]ds\right) + \beta = 0$$

вместо $v(t)$ подставим приближенное значение $v_*(t)$, пользуясь аппроксимацией уравнения движения (2):

$$\dot{x}_2 \sim \frac{x_2(t) - x_2(t - \varepsilon)}{\varepsilon} = \tau\tilde{u}_0(t) + \tau v_*(t),$$

где $v_*(t) = \dfrac{x_2(t) - x_2(t - \varepsilon)}{\varepsilon\tau} - \tilde{u}_0(t)$, $\varepsilon > 0$ — малый параметр.

При рассмотрении системы дифференциальных уравнений для определения переменных $\mathbf{x}(t)$ и $\boldsymbol{\mu}(t)$ при заданных $\mathbf{x}(0)$ и $\mathbf{x}(t_1)$ после подстановки в них $\tilde{u}_0(t)$ (30):

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_2(t)\\ -\dfrac{\mu_2(t)}{2} - \tau y(t)\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\dot{\mu}_1(t)\\ \dot{\mu}_2(t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2x_1(t)\\ -\mu_1(t) - 4x_2(t)\end{pmatrix},$$

либо с учетом соотношений (4)–(9)

$$y(t) = \tilde{v}(t) - v(t) = [\tilde{v}(0) - v(0)]e^{-\alpha t},$$

полагая, что величина $v(0)$ известна, получим:

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix} = -\begin{pmatrix}-x_2\\ \dfrac{\mu_2}{2} + \tau\beta e^{-\alpha t}\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\dot{\mu}_1\\ \dot{\mu}_2\end{pmatrix} = -\begin{pmatrix}2x_1\\ \mu_1 + 4x_2\end{pmatrix}.$$

Для поиска общего решения введем вектор $\mathbf{z} = (x_1, x_2, \mu_1, \mu_2)^T$ относительно линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений 1-го порядка с постоянной матрицей коэффициентов системы:

$$\dot{z}(t) = \mathbf{B}z(t) + \mathbf{w}(t), \tag{32}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{w}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\tau\beta e^{-\alpha t} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{z}(t) = z_i,\ i = \overline{1, 4}.$$

Общее решение неоднородной системы $\mathbf{z}(t)$ (32) представляет собой сумму общего решения $\hat{\mathbf{z}}(t)$ однородной системы $\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{B}\mathbf{z}(t)$ и какого-либо частного решения $\bar{\mathbf{z}}(t)$ неоднородной системы (32): $\mathbf{z}(t) = \hat{\mathbf{z}}(t) + \bar{\mathbf{z}}(t)$.

Общее решение $\hat{\mathbf{z}}(t)$ можно определить [15, 16] с помощью фундаментальной системы решений:

$$\hat{\mathbf{z}}(t) = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 t \\ C_1 + C_2 + C_2 t \\ 2(C_2 - C_1 - C_2 t) \\ -2(2C_2 + C_1 + C_2 t) \end{pmatrix} e^{t} + \begin{pmatrix} C_3 + C_4 t \\ C_4 - C_3 - C_4 t \\ 2(C_4 + C_3 + C_4 t) \\ 2(2C_4 - C_3 - C_4 t) \end{pmatrix} e^{-t},$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — произвольные постоянные, а числа $\lambda = \pm 1$ кратные двум являются собственными числами характеристического уравнения $\Delta = \det(\mathbf{B} - \lambda\mathbf{I}) = 0$ с единичной матрицей $\mathbf{I}$ размерности 4×4.

Что же касается частного решения $\bar{\mathbf{z}}(t)$, то его следует задавать в известном виде с неопределенными коэффициентами γ_{ij}:

$$\bar{\mathbf{z}}(t) = \begin{pmatrix} \gamma_{11} t + \gamma_{12} \\ \gamma_{21} t + \gamma_{22} \\ \gamma_{31} t + \gamma_{32} \\ \gamma_{41} t + \gamma_{42} \end{pmatrix} e^{-\alpha t},$$

$$\gamma_{ij} = \text{const},\ i = \overline{1, 4}, j = \overline{1, 2}.$$

Поскольку коэффициент $-\tau\beta$ при $e^{-\alpha t}$ — многочлен нулевой степени (число), а число $-\alpha$ в показателе степени у экспоненты $e^{-\alpha t}$ не является корнем характеристического уравнения $\Delta = 0$. Многочлен при $e^{-\alpha t}$ должен иметь степень на единицу больше, чем многочлен нулевой степени. Подставляя выражение $\bar{\mathbf{z}}(t)$ с неопределенными коэффициентами γ_{ij} в систему (32):

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2 \\ -\dfrac{z_4}{2} \\ -2z_1 \\ 4z_2 - z_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-\alpha t},\ \sigma = -\tau\beta,$$

получим после сокращения слева и справа на $e^{-\alpha t}$:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} - \alpha(\gamma_{11} t + \gamma_{12}) \\ \gamma_{21} - \alpha(\gamma_{21} t + \gamma_{22}) \\ \gamma_{31} - \alpha(\gamma_{31} t + \gamma_{32}) \\ \gamma_{41} - \alpha(\gamma_{41} t + \gamma_{42}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{21} t + \gamma_{22} \\ -\dfrac{\gamma_{41} t}{2} - \dfrac{\gamma_{42}}{2} \\ -2\gamma_{11} t - 2\gamma_{12} \\ -4\gamma_{21} t - 4\gamma_{22} - \gamma_{31} t - \gamma_{32} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Приравнивая далее коэффициенты слева и справа при t и свободных членах, получим алгебраическую линейную неоднородную систему уравнений по γ_{ij}, решая которую найдем:

$$\gamma_{11} = \kappa(24 + 10\alpha^2 - 3\alpha^4) \quad \kappa \equiv \frac{\sigma}{(\alpha^2 + 6)(2\alpha^4 - 5\alpha^2 + 8)};$$

$$\gamma_{12} = \frac{\kappa(\alpha^6 + 8\alpha^2 + 16)}{\alpha},\ \gamma_{21} = \kappa\alpha(3\alpha^4 - 10\alpha^2 - 24);$$

$$\gamma_{22} = \kappa(2\alpha^2 - 3\alpha^4 - \alpha^6 + 8),\ \gamma_{31} = \frac{\kappa(\alpha^2 - 2)(4 - 3\alpha^2)}{\alpha};$$

$$\gamma_{32} = 2\kappa(\alpha^4 + 8),\ \gamma_{41} = 2\kappa\alpha(2 - \alpha^2)(\alpha^2 + 6),\ \gamma_{42} = 0.$$

Определим субэкстремаль при $\tilde{u}_0(t)$:

$$\mathbf{x}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{x}}(t),$$

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 t \\ C_1 + C_2 + C_2 t \end{pmatrix} e^{t} + \begin{pmatrix} C_3 + C_4 t \\ C_4 - C_3 - C_4 t \end{pmatrix} e^{-t} + \begin{pmatrix} \gamma_{11} t + \gamma_{12} \\ \gamma_{21} t + \gamma_{22} \end{pmatrix} e^{-\alpha t}.$$

Таким образом, чтобы найти постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 и конечный момент времени t, надо задать четыре граничных условия с выбранными значениями ξ_0, η_0, ξ_1, η_1:

$$\begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} x_1(t_1) \\ x_2(t_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \eta_1 \end{pmatrix}$$

и условие трансверсальности (17) для нахождения момента времени t_1:

$$\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1)]}{\partial t_1} + \frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1)]}{\partial \mathbf{x}(t_1)} \dot{\mathbf{x}}(t_1) + G[\mathbf{x}(t_1), u(t_1), v(t_1), t_1] = 0,$$

где

$$V[\mathbf{x}(t_1)] = \mathbf{x}^2(t_1),\ \frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1)]}{\partial t_1} = 0,$$

$$\frac{\partial V[\mathbf{x}(t_1)]}{\partial \mathbf{x}(t_1)} = (2\mathbf{x}_1(t_1), 2\mathbf{x}_2(t_2)),$$

$$G[\mathbf{x}(t_1), \tilde{u}_0(t_1), v(t_1), t_1] = -\left[x_1{}^2 + 2x_2{}^2 + \frac{\mu^2}{4}\right]\Big|_{t=t_1} + \beta^2 e^{-2\alpha t_1} = -(x_1{}^2 + 3x_2{}^2)|_{t=t_1} + \beta^2 e^{-2\alpha t_1}.$$

Важно, что

$$G(\cdot)|_{t=t_1} = \mathbf{x}^2(t_1) + \mathbf{g}^2(t_1) + \boldsymbol{\mu}^T(t_1) g(t_1) + \dot{\boldsymbol{\mu}}^T(t_1)\mathbf{x}(t_1) =$$

$$= x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_2{}^2 + \tau^2(\tilde{u}_0(t) + v)^2 + \mu_1 x_2 + \mu_2\tau(\tilde{u}_0(t) + v) +$$

$$+ \dot{\mu}_1 x_1 + \dot{\mu}_2 x_2 = x_1{}^2 + 2x_2{}^2 + \tau^2\left(\frac{\mu_2}{2\tau} + y\right)^2 + \mu_1 x_2 +$$

$$+ \mu_2\tau\left(\frac{\mu_2}{2\tau} + y\right) + \dot{\mu}_1 x_1 + \dot{\mu}_2 x_2$$

при $t = t_1$, где

$$\dot{\mu}_1 = -2x_1,\ \dot{\mu}_2 = -\mu_1 - 4x_2$$

$$\text{при } t = t_1;\ \mu_1(t_1) = 2x_1(t_1),\ \mu_2(t_1) = 2x_2(t_1),$$

причем

$$y(t_1) = \tilde{v}(t_1) - v(t_1) = -\beta e^{-\alpha t_1},\ \beta = -y(0).$$

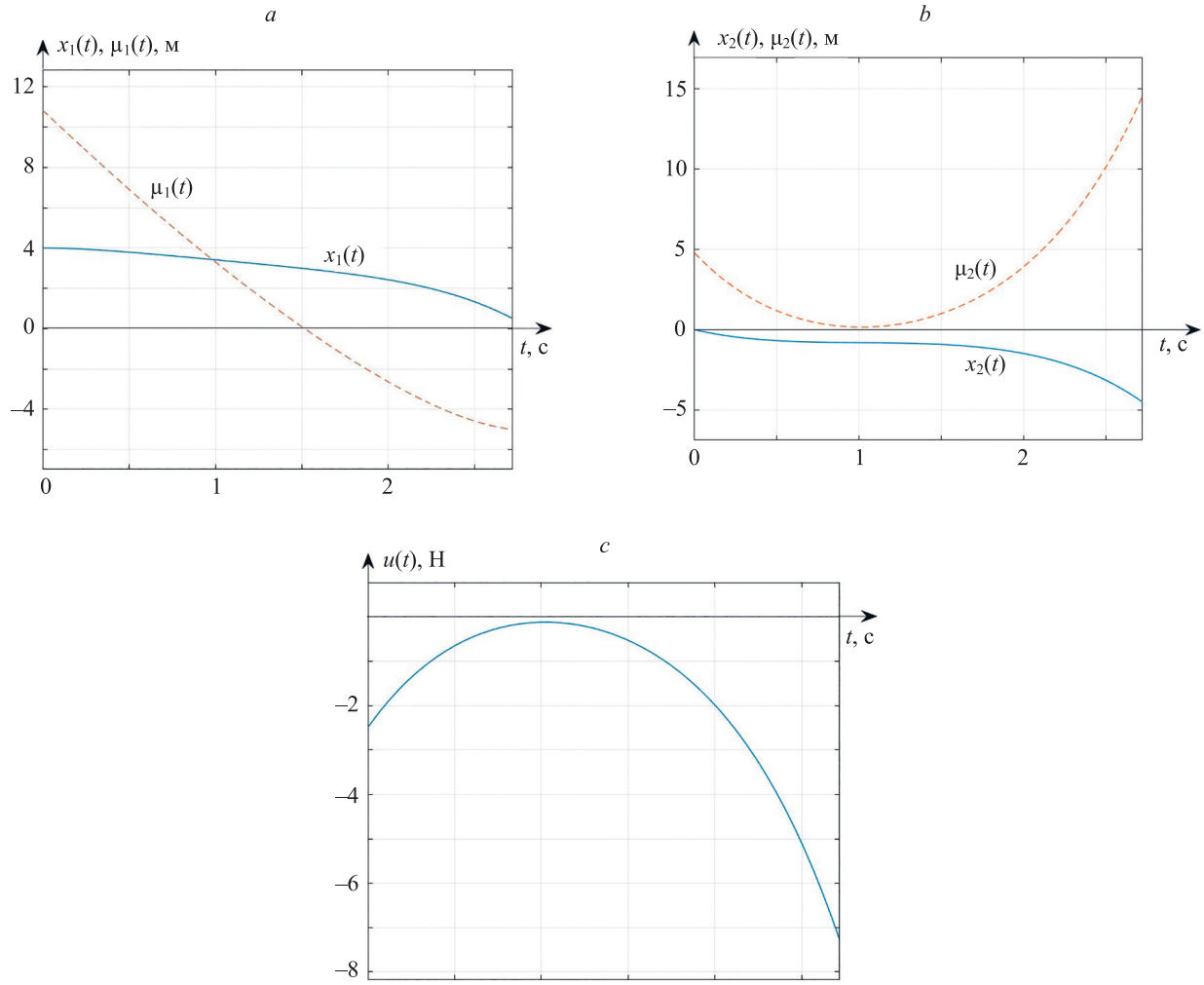


Рисунок. Графики изменений значений: $x_1(t)$ и $\mu_1(t)$ (*a*); $x_2(t)$ и $\mu_2(t)$ (*b*); $u(t)$ (*c*)

Figure. Graphs of changes in values: $x_1(t)$ and $\mu_1(t)$ (*a*); $x_2(t)$ and $\mu_2(t)$ (*b*); $u(t)$ (*c*)

Следовательно, условие трансверсальности приобретает вид:

$$2x_1(t_1)\dot{x}_1(t_1) + 2x_2(t_1)\dot{x}_2(t_1) = x_1^2(t_1) + 3x_2^2(t_1) - \beta^2 e^{-2\alpha t_1},$$

либо

$$\xi_1\{(C_1 + C_2 + C_2 t_1)e^{t_1} + (C_4 - C_3 - C_4 t_1)e^{-t_1} + \\ + [\gamma_{11}(1 - \alpha t_1) - \alpha\gamma_{12}]e^{-\alpha t_1}\} + \eta_1\{(C_1 + 2C_2 + C_2 t_1)e^{t_1} + \\ + (C_3 - 2C_4 + C_4 t_1)e^{-t_1} + [\gamma_{21}(1 - \alpha t_1) - \alpha\gamma_{22}]e^{-\alpha t_1}\} = \\ = \frac{\xi_1^2 + 3\eta_1^2 - \beta^2 e^{-2\alpha t_1}}{2}.$$

Рассмотрим числовой пример для следующих параметров и начальных условий: $m = 1$, $\xi_0 = 4$, $\xi_1 = 0{,}5$, $\eta_0 = 0$, $\eta_1 = -4{,}5$, $\beta = 1$, $\alpha = 0{,}1$ были вычислены значения $t_1 = 2{,}72$, $\mu_1(0) = 10{,}83$, $\mu_2(0) = 4{,}78$, $J = 1140{,}5$.

На рисунке представлены результаты моделирования в пакете MATLAB Simulink.

На рисунке, *a*, *b* видно, что за время t_1 регулируемые переменные $x_1(t)$ и $x_2(t)$ приходят от заданных начальных значений ξ_0 и η_0 к заданным конечным значениям ξ_1 и η_1. Соответствующий этим переменным график сигнала управления $u(t)$ изображен на рисунке, *c*.

Заключение

В работе выполнен детальный анализ новых типов оптимальных (субоптимальных) нелинейных управляемых динамических систем в условиях действия на них детерминированных (не наделенных статистическими свойствами) равномерно ограниченных внешних неизвестных возмущений. При этом промежуток времени адаптивного оценивания и оптимизации заранее не задан.

Результатом представленного вариационного исследования является полученный замкнутый синтез адаптивной субоптимальной алгоритмической схемы. Благодаря синтезу гарантируется достижение субоптимального режима функционирования исходной управляемой системы с достаточным уровнем оптимальности.

Литература

1. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 548 с.
2. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981. 448 с.
3. Барабанов А.Е. Адаптивное субоптимальное управление линейным объектом со стационарными (детерминированными) помехами // Вопросы кибернетики. Адаптивные системы управления. М.: Научный совет по кибернетике АН СССР, 1979. С. 107–116.
4. Бондарко В.А. Адаптивное субоптимальное управление решениями линейных разностных уравнений // Доклады АН СССР. 1983. Т. 270. № 2. С. 301–303.
5. Красовский А.А. Субоптимальный адаптивный алгоритм оценивания непрерывных процессов // Доклады АН СССР. 1976. Т. 230. № 3. С. 538–540.
6. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Об оптимальном и адаптивном управлении динамическими объектами в условиях неопределенности // Автоматика и телемеханика. 1979. № 1. С. 79–83.
7. Немировский А.С., Цыпкин Я.З. Об оптимальных алгоритмах адаптивного управления // Автоматика и телемеханика. 1984. № 12. С. 64–77.
8. Пономаренко В.Н., Якубович В.А. Метод рекуррентных целевых неравенств в задачах субоптимального адаптивного управления динамическими объектами // Вопросы кибернетики. Адаптивные системы управления. М.: Научный совет по кибернетике АН СССР, 1977. С. 16–28.
9. Цыпкин Я.З. Оптимальные адаптивные системы управления // Доклады АН СССР. 1984. Т. 277. № 5. С. 1091–1096.
10. Цыпкин Я.З. Оптимальность в задачах и алгоритмах оптимизации при наличии неопределённости // Автоматика и телемеханика. 1986. № 1. С. 75–80.
11. Черноусько Ф.Л. Декомпозиция и субоптимальное управление в динамических системах // Прикладная математика и механика. 1990. Т. 54. № 6. С. 883–893.
12. Якубович В.А. Адаптивное субоптимальное управление линейным динамическим объектом при наличии запаздывания в управлении // Кибернетика. 1976. № 1. С. 26–43.
13. Красовский А.А. Аналитическая форма субоптимального адаптивного управления нелинейными объектами // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1983. № 2. С. 137–145.
14. Тертычный-Даури В.Ю. Адаптивная механика. М.: Наука. Физматлит, 1998. 480 с.
15. Тертычный-Даури В.Ю. Галамех. Т.4. Оптимальная механика. М.: Физматлит, 2019. 608 с.
16. Ведяков А.А., Милованович Е.В., Тертычный-Даури В.Ю., Тимофеева Г.В. Оптимальное управление как условная вариационная задача с подвижной правой границей // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19. № 1. С. 59–66. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2019-19-1-59-66
17. Ведяков А.А., Милованович Е.В., Слита О.В., Тертычный-Даури В.Ю. Вариационная задача адаптивного оптимального управления. Теоретический и прикладной компьютерный анализ // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23. № 2. С. 252–262. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-2-252-262

References

1. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000, 548 p. (in Russian)
2. Fomin V.N., Fradkov A.L., Iakubovich V.A. *Adaptive Control of the Dynamic Objects*. Moscow, Nauka Publ., 1981, 448 p. (in Russian)
3. Barabanov A.E. Adaptive suboptimal control of a linear object with stationary (deterministic) interference. *Voprosy kibernetiki. Adaptivnye sistemy upravlenija*, Moscow, Nauchnyj sovet po kibernetike AN SSSR, 1979, pp. 107–116. (in Russian)
4. Bondarko V.A. Adaptive suboptimal control of solutions of linear difference equations. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1983, vol. 270, no. 2, pp. 301–303. (in Russian)
5. Krasovskii A.A. Suboptimal adaptive algorithm for continuous processes estimating. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1976, vol. 230, no. 3, pp. 538–540. (in Russian)
6. Kuntsevich V.M., Lychak M.M. Optimal and adaptive-control of dynamic objects under conditions of uncertainty. *Automation and Remote Control*, 1979, vol. 40, no. 1, pp. 60–68.
7. Nemirovskii A.S., Tsypkin Y.Z. Optimal adaptive-control algorithms. *Automation and Remote Control*, 1984, vol. 45, no. 12, pp. 1589–1600.
8. Ponomarenko V.N., Iakubovich V.A. Method of recurrent target inequalities in problems of dynamic objects suboptimal adaptive control. *Voprosy kibernetiki. Adaptivnye sistemy upravlenija*, Moscow, Nauchnyj sovet po kibernetike AN SSSR, 1977, pp. 16–28. (in Russian)
9. Tsypkin Ya.Z. Optimal adaptive control systems. *Doklady Akademii nauk SSSR*, 1984, vol. 277, no. 5, pp. 1091–1096. (in Russian)
10. Tsypkin Y.Z. Optimality in problems and optimization algorithms under indeterminacy. *Automation and Remote Control*, 1986, vol. 47, no. 1, pp. 67–72.
11. Chernous'ko F.L. Decomposition and suboptimal control in dynamical systems. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1990, vol. 54, no. 6, pp. 727–734. https://doi.org/10.1016/0021-8928(90)90001-q
12. Iakubovich V.A. Adaptive suboptimal control of a linear dynamic object in the presence of control lag. *Kibernetika*, 1976, no. 1, pp. 26–43. (in Russian)
13. Krasovskii A.A. Analytical form of suboptimal adaptive control of nonlinear objects. *Izvestija AN SSSR. Tehnicheskaja kibernetika*, 1983, no. 2, pp. 137–145. (in Russian)
14. Tertychny-Dauri V.Yu. *Adaptive Mechanics*. Moscow, Nauka. Fizmatlit Publ., 1998, 480 p. (in Russian)
15. Tertychny-Dauri V.Yu. *Galamech. Vol. 4. Optimum Mechanics*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2019, 608 p. (in Russian)
16. Vedyakov A.A., Milovanovich E.V., Tertychny-Dauri V.Yu., Timofeeva G.V. Optimal control as conditional variational problem with variable right endpoint. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 59–66. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2019-19-1-59-66
17. Vedyakov A.A., Milovanovich E.V., Slita O.V., Tertychny-Dauri V.Yu. Variational problem of adaptive optimal control. Theoretical and applied computer analysis. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 2, pp. 252–262. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-2-252-262

Авторы

Блаженов Алексей Викторович — кандидат физико-математических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0009-2682-9128, a_blazh@mail.ru

Ведяков Алексей Алексеевич — кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 49664023200, https://orcid.org/0000-0003-4336-1220, vedyakov@itmo.ru

Милованович Екатерина Воиславовна — кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57193453414, https://orcid.org/0000-0002-9069-8574, milovanovich@mail.ru

Authors

Alexey V. Blazhenov — PhD (Physics & Mathematics), Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0009-2682-9128, a_blazh@mail.ru

Alexey A. Vedyakov — PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 49664023200, https://orcid.org/0000-0003-4336-1220, vedyakov@itmo.ru

Ekaterina V. Milovanovich — PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57193453414, https://orcid.org/0000-0002-9069-8574, milovanovich@mail.ru

Слита Ольга Валерьевна — кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 16242570700, https://orcid.org/0000-0001-7119-3629, o-slita@yandex.ru
Тертычный-Даури Владимир Юрьевич — доктор физико-математических наук, профессор, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 8980267000, https://orcid.org/0000-0003-4671-7659, tertychny-dauri@mail.ru

Olga V. Slita — PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 16242570700, https://orcid.org/0000-0001-7119-3629, o-slita@yandex.ru
Vladimir Yu. Tertychny-Dauri — D.Sc. (Physics & Mathematics), Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 8980267000, https://orcid.org/0000-0003-4671-7659, tertychny-dauri@mail.ru

Статья поступила в редакцию 16.01.2024
Одобрена после рецензирования 02.03.2024
Принята к печати 27.03.2024

Received 16.01.2024
Approved after reviewing 02.03.2024
Accepted 27.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-208-213
УДК 681.51.015

Управление по выходу для класса нелинейных систем на основе динамической линеаризации

Антон Александрович Пыркин[1]✉, Минь Шон Та[2], Куанг Кыонг Нгуен[3], Антон Кириллович Голубев[4]

[1,2,3,4] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] pyrkin@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057
[2] sonta1805@gmail.com, https://orcid.org/0009-0000-9204-696X
[3] quangcuonghvhq.cd@gmail.com, https://orcid.org/0009-0002-2773-3813
[4] akgolubev@itmo.ru, https://orcid.org/0009-0008-6951-2799

Аннотация
Введение. Рассмотрена динамическая система, где фактическое воздействие представляет собой произведение прикладываемого управления на выходную переменную линейной динамической системы, движимой тем же прикладываемым управлением. **Метод.** Сущность предлагаемого метода состоит в динамической линеаризации нелинейного оператора по управлению, позволяющая сформировать управляющее воздействие так, чтобы фактическое воздействие на систему соответствовало желаемому. В частном случае этот подход соответствует векторному (поле-ориентированному) управлению. **Основные результаты.** Показано, что динамическая линеаризация на основе метода внутренней модели позволяет декомпозировать нелинейную систему на каскад двух подсистем. Предложенный регулятор состоит из двух последовательно соединенных блоков, где первый блок решает задачу регулирования с помощью наблюдателя Люенбергера, а второй блок компенсирует нелинейный динамический оператор. Для демонстрации эффективности предложенного подхода приведен пример численного моделирования нейтрально устойчивого объекта и адаптивного закона управления по выходу. **Обсуждение.** На практике этот метод может быть востребован в задачах управления двигателями переменного тока и многозвенными роботами-манипуляторами.

Ключевые слова
управление по выходу, нелинейные системы, динамическая линеаризация, оценивание параметров.

Благодарности
Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 075-11-2023-015 от 10.02.2023, «Создание высокотехнологичного серийного производства энергоэффективных синхронных электродвигателей со встроенным интеллектуальным датчиком положения и функциями самодиагностики для робототехники и цифровых систем автоматизации».

Ссылка для цитирования: Пыркин А.А., Та М.Ш., Нгуен К.К., Голубев А.К. Управление по выходу для класса нелинейных систем на основе динамической линеаризации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 208–213. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-208-213

Output control for a class of nonlinear systems based on dynamic linearization

Anton A. Pyrkin[1]✉, Minh Son Ta[2], Quang Cuong Nguyen[3], Anton K. Golubev[4]

[1,2,3,4] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] pyrkin@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057
[2] sonta1805@gmail.com, https://orcid.org/0009-0000-9204-696X
[3] quangcuonghvhq.cd@gmail.com, https://orcid.org/0009-0002-2773-3813
[4] akgolubev@itmo.ru, https://orcid.org/0009-0008-6951-2799

© Пыркин А.А., Та М.Ш., Нгуен К.К., Голубев А.К., 2024

Abstract
A dynamic system is considered where the regulating impact is the product of the control signal on the output variable of a linear dynamic system driven by the same applied control. The essence of the proposed method consists in the dynamic linearization of a nonlinear control operator, which makes it possible to guarantee a desired regulating impact. In a particular case, this approach corresponds to vector (field-oriented) control. It is shown that dynamic linearization based on the internal model method makes it possible to decompose a nonlinear system into a cascade of two subsystems. The proposed regulator consists of two blocks connected in series where the first block solves the problem of regulation with the Luenberger observer, and the second block compensates for a nonlinear dynamic operator. To demonstrate the effectiveness of the proposed approach, an example of numerical modeling of a neutrally stable plant with an output adaptive control is given. In practice, this method may be in demand in the tasks of controlling induction and synchronous motors and multi-link robotic manipulators.

Keywords
output control, nonlinear systems, dynamic linearization, parameter estimation

Acknowledgements
The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Agreement No. 075-11-2023-015, 10.02.2023, “Creation of high-tech serial production of energy-efficient synchronous electric motors with integrated intelligent position sensor and self-diagnosis functions for robotics and digital automation systems”.

For citation: Pyrkin A.A., Ta M.S., Nguyen Q.C., Golubev A.K. Output control for a class of nonlinear systems based on dynamic linearization. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 208–213 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-208-213

Введение

В современной теории управления давно стало правилом формулировать задачи управления «по выходу», что означает наличие информации только о регулируемой переменной. Динамическая модель, связывающая входное воздействие и выходную переменную, может иметь достаточно сложный вид. С развитием теоретических методов такие модели все время уточняются, описывая наблюдаемые эффекты в практических приложениях. На сегодняшний день известны решения весьма сложных задач, где предполагается параметрическая неопределенность модели [1–3], нестационарный характер параметров [4–6], наличие нелинейных операторов, возмущения и запаздывание [7–10].

В настоящей работе рассматривается класс систем, где управление воздействует на объект через нелинейный динамический оператор. На практике такие задачи встречаются в электроприводе, робототехнике, гидродинамике, аэродинамике, и в каждом отдельном приложении известны некоторые частные подходы [11]. Синтез регулятора в общем виде является нетривиальной задачей, особенно в классе регуляторов по выходу.

Рассматривается динамическая система, где фактическое воздействие представляет собой произведение прикладываемого на выходную переменную линейной динамической системы, движимой тем же прикладываемым управлением. В частном случае так выглядит электромагнитный момент в двигателях переменного тока [12]. Например, данный подход соответствует векторному (поле-ориентированному) управлению [13]. В настоящей работе предпринята попытка обобщения известных результатов на более общую постановку задачи. Размерность и относительная степень динамического оператора могут быть произвольными, начальные условия оператора не известны, измеряется только выходная регулируемая переменная.

Постановка задачи

Рассмотрим объект управления с одним управляющим входом u и одним регулируемым выходом y

$$y^{(k)}(t) = \theta(t, u)u(t). \tag{1}$$

Переменная $\theta(t, u) = \theta(t)$, которая может интерпретироваться как переменный параметр, является выходом динамической системы

$$\theta(t) = \mathbf{h}^{\top}\xi(t),\ \dot{\xi}(t) = \mathbf{\Gamma}\xi(t) + \mathbf{G}u(t), \tag{2}$$

с тем же управляющим входом u, вектором переменных состояния $\xi \in \mathbf{R}^n$, известными матрицами $\mathbf{h}$, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{G}$ соответствующих размерностей и неизвестными начальными условиями $\xi(0)$.

По измерениям выходной переменой $y(t)$ требуется синтезировать закон управления $u(t)$, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty}(y(t) - y^*(t)) = 0, \tag{3}$$

для некоторого задающего воздействия $y^*(t)$, описываемого генератором

$$y^*(t) = \mathbf{h}^{*\top}\xi^*(t),\ \dot{\xi}^*(t) = \mathbf{\Gamma}^*\xi^*(t),$$

с известными параметрами и начальными условиями $\xi^*(0) \in \mathbf{R}^m$.

Допущение 1. Тройка матриц ($\mathbf{h}$, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{G}$) является полностью управляемой и наблюдаемой.

Допущение 2. Матрица $\mathbf{\Gamma}$ не имеет собственных чисел с положительной вещественной частью и собственных чисел на мнимой оси кратности больше единицы.

Допущение 3. Матрицы $\mathbf{\Gamma}$ и $\mathbf{\Gamma}^*$ не имеют общих собственных чисел на мнимой оси комплексной плоскости.

Синтез линеаризующего закона управления

На первом шаге допустим, что измерению доступны переменные состояния $\xi(t)$. Далее представим базовый закон управления, обеспечивающий точную линеаризацию модели (1).

Лемма. Закон управления вида

$$u(t) = \mathbf{h}^\top \xi_d v(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \xi, \tag{4}$$

$$\dot{\xi}_d(t) = [(\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1{}^\top) + \mathbf{G}\mathbf{h}^\top v(t)]\xi_d(t), \tag{5}$$

$$v(t) = (\mathbf{h}^\top \xi_d)^{-2}(\tau(t) - (\mathbf{h}^\top \xi_d)(\mathbf{K}_1{}^\top \xi_d)), \tag{6}$$

где вектор $\mathbf{K}_1$ выбирается из условия гурвицевости матрицы $\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1{}^\top$; начальные условия $\xi_d(0) \in \mathbf{R}^n$ генератора (5) выбираются из условия $\mathbf{h}^\top \xi_d(t) \neq 0$; $v(t)$ — линеаризующее воздействие, приводит систему (1) к виду

$$y^{(k)}(t) = \tau(t) + \varepsilon(t), \tag{7}$$

с новым управляющим воздействием $\tau(t)$ и экспоненциально затухающим членом $\varepsilon(t)$.

Доказательство леммы. Рассмотрим вектор невязки $\tilde{\xi} = \xi - \xi_d$, для производной которого получим

$$\dot{\tilde{\xi}}(t) = \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}_d(t) = \mathbf{\Gamma}\xi(t) + \mathbf{G}[\mathbf{h}^\top \xi_d v(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \xi] -$$
$$- [\mathbf{G}\mathbf{h}^\top v(t) + (\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1{}^\top)]\xi_d(t) = (\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1{}^\top)\tilde{\xi}(t).$$

Выбор вектора $\mathbf{K}_1$ из условия гурвицевости матрицы $\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1{}^\top$ гарантирует экспоненциальную сходимость к нулю всех элементов вектора $\tilde{\xi}$.

Подставляя (4) и (6) в правую часть (1), получим

$$\theta(t)u(t) = (\mathbf{h}^\top \xi(t))(\mathbf{h}^\top \xi_d v(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \xi) =$$
$$= (\mathbf{h}^\top \xi_d(t) + \mathbf{h}^\top \tilde{\xi}(t))((\mathbf{h}v(t) + \mathbf{K}_1)^\top \xi_d(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \tilde{\xi}(t)) =$$
$$= (\mathbf{h}^\top \xi_d(t))^2 v(t) + (\mathbf{h}^\top \xi_d(t))(\mathbf{K}_1{}^\top \xi_d(t)) + \varepsilon(t) = \tau(t) + \varepsilon(t),$$

с экспоненциально затухающей функцией времени $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon(t) = (\mathbf{h}^\top \xi_d(t))(\mathbf{K}_1{}^\top \tilde{\xi}(t)) + (\mathbf{h}^\top \tilde{\xi}(t))((\mathbf{h}v(t) + \mathbf{K}_1)^\top \xi_d(t) +$$
$$+ \mathbf{K}_1{}^\top \tilde{\xi}(t)) = \Delta(t)(\mathbf{K}_1{}^\top \tilde{\xi}(t)) + (\mathbf{h}^\top \tilde{\xi}(t))(\Delta(t)v(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \xi_d(t) +$$
$$+ \mathbf{K}_1{}^\top \tilde{\xi}(t)) = \tilde{\xi}^\top(t)\mathbf{h}(\Delta(t)v(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \xi_d(t)) + f(\tilde{\xi}(t)),$$

где $\Delta(t) = \mathbf{h}^\top \xi_d(t)$; $f(\xi(t)) = \Delta(t)\mathbf{K}_1{}^\top \tilde{\xi}(t) + (\mathbf{h}^\top \tilde{\xi}(t))(\mathbf{K}_1{}^\top \tilde{\xi}(t))$ — экспоненциально затухающий член. ■

Закон управления $\tau(t)$ может быть синтезирован на основе модели (7), который рассмотрен в следующем разделе.

Синтез стабилизирующего управления

Модель объекта управления (1) с законом управления (4)–(6) соответствует выражению (7) и может быть представлена в виде

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\tau(t) + \mathbf{B}\varepsilon(t),\ y(t) = \mathbf{C}^\top \mathbf{x}(t), \tag{8}$$

где вектор переменных состояния соответствует производным выходной переменной $\mathbf{x}(t) = \mathrm{col}(y(t), \dot{y}(t), \ldots, y^{(k-1)}(t)) \in \mathbf{R}^k$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{k-1} \\ 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$.

Нетрудно убедиться, что тройка матриц ($\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$) является полностью управляемой и наблюдаемой, следовательно, существуют вектора $\mathbf{K}_2$ и $\mathbf{L}$ такие, что матрицы ($\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top$) и ($\mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}^\top$) гурвицевы, причем с любым заданным ансамблем собственных чисел.

Утверждение. Закон управления вида

$$\tau(t) = \mathbf{K}_2{}^\top(\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}^*(t)) + \mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t), \tag{9}$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tau(t) + \mathbf{L}(\mathbf{C}^\top \hat{\mathbf{x}}(t) - y(t)), \tag{10}$$

где $\mathbf{x}^*(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{*\top} \\ \vdots \\ \mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^{k-1} \end{bmatrix} \xi^*(t)$, обеспечивает выполнение целевого условия (3).

Доказательство утверждения. Рассмотрим векторы невязки $\mathbf{e}_1(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, $\mathbf{e}_2(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*(t)$ и их производные

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = (\mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}^\top)\mathbf{e}_1 + \mathbf{B}\varepsilon(t),$$

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top(\mathbf{x}(t) - \mathbf{e}_1(t) - \mathbf{x}^*(t)) + \mathbf{B}\varepsilon(t) +$$
$$+ \mathbf{B}\mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t) - \dot{\mathbf{x}}^*(t) =$$
$$= \mathbf{A}(\mathbf{e}_2(t) + \mathbf{x}^*(t)) + \mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top \mathbf{e}_2(t) - \mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top \mathbf{e}_1(t) + \mathbf{B}\varepsilon(t) +$$
$$+ \mathbf{B}\mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t) - \dot{\mathbf{x}}^*(t) =$$
$$= (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top)\mathbf{e}_2 - \mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top \mathbf{e}_1(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\varepsilon(t),$$

где учтено соотношение

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{B}\mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t),$$

которое легко можно проверить дифференцированием вектора $\mathbf{x}^*(t)$.

Модель замкнутой системы (8) с регулятором (9), (10) имеет вид

$$\dot{\tilde{\xi}}(t) = (\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1{}^\top)\tilde{\xi}(t),$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_1 \\ \dot{\mathbf{e}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}^\top & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top & \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2{}^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \varepsilon(t), \tag{11}$$

$$\varepsilon(t) = \tilde{\xi}^\top(t)\mathbf{h}(\Delta v(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \xi_d(t)) + f(\tilde{\xi}(t)), \tag{12}$$

$$\dot{\xi}_d(t) = [(\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1{}^\top) + \mathbf{G}\mathbf{h}^\top v(t)]\xi_d(t), \tag{13}$$

$$v(t) = \Delta^{-2}(\mathbf{K}_2{}^\top(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) + \mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t) - \Delta\mathbf{K}_1{}^\top \xi_d).$$

Из последнего выражения запишем соотношение

$$\Delta v(t) + \mathbf{K}_1{}^\top \xi_d = \Delta^{-1}(\mathbf{K}_2{}^\top(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) + \mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t))$$

и подставим его в (12) и (13):

$$\varepsilon(t) = \tilde{\xi}^\top(t)\Delta^{-1}(\mathbf{h}\mathbf{K}_2{}^\top(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) +$$
$$+ \mathbf{h}\mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t)) + f(\tilde{\xi}(t)), \tag{14}$$

$$\dot{\xi}_d(t) = \mathbf{\Gamma}\xi_d(t) + \mathbf{G}\Delta^{-1}(\mathbf{K}_2^\top(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) + \mathbf{h}^{*\top}(\mathbf{\Gamma}^*)^k\xi^*(t)). \quad (15)$$

Для доказательства сходимости к нулю векторов $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ воспользуемся аргументами теоремы о малом коэффициенте (small gain theorem [1]), сопоставляя (11) и (14). Переменная $\tilde{\xi}(t)$ затухает к нулю экспоненциально, в то время как функция $\Delta^{-1}\mathbf{h}\mathbf{K}_2^\top$ ограничена. Следовательно, в силу треугольной структуры блочной матрицы состояния модели (11) и гурвицевости ее диагональных блочных элементов следует сходимость к нулю векторов $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, ограниченность переменной $v(t)$, а также выполнение целевого условия (3). Из (15) можно показать ограниченность переменной $\xi_d(t)$ в силу принятых допущений о свойствах матриц $\mathbf{\Gamma}$ и $\mathbf{\Gamma}^*$. Однако остается необходимость контролировать выполнение условия $\Delta(t) \neq 0$ соответствующим выбором $\xi_d(0)$. ■

Синтез закона управления по выходу

Заметим, что если матрица $\mathbf{\Gamma}$ гурвицева, то, приняв $\mathbf{K}_1 = 0$, регулятор (4)–(6), (9), (10) решает поставленную задачу без использования вектора $\xi(t)$, т. е. по выходу. Если матрица $\mathbf{\Gamma}$ содержит корни на мнимой оси, то необходимо дополнительно синтезировать наблюдатель переменных $\xi(t)$. Для этого воспользуемся методом GPEBO [5] для параметризации модели объекта.

Рассмотрим фильтры вида

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_1(\mathrm{t}) = \mathbf{\Gamma}\boldsymbol{\sigma}_1(t) + \mathbf{G}u(t),\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}_2(\mathrm{t}) = \mathbf{\Gamma}\boldsymbol{\sigma}_2(t),\ \boldsymbol{\sigma}_2(0) = \mathbf{I}_k.$$

Для невязки $\tilde{\xi}(t) = \xi(t) - \boldsymbol{\sigma}_1(t)$ имеем соотношения $\dot{\tilde{\xi}} = \mathbf{\Gamma}\tilde{\xi}(t)$ и $\tilde{\xi}(t) = \boldsymbol{\sigma}_2(t)\tilde{\xi}(0)$. Тогда подставляя выражение $\xi(t) = \boldsymbol{\sigma}_1(t) + \boldsymbol{\sigma}_2(t)\tilde{\xi}(0)$ в (1), получим

$$y^{(k)}(t) = u(t)\mathbf{h}^\top(\boldsymbol{\sigma}_1(t) + \boldsymbol{\sigma}_2(t)\tilde{\xi}(0)). \quad (16)$$

Используя линейный стационарный фильтр вида $\frac{1}{(p+\alpha)^k}$, где $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования, $\alpha > 0$ — настроечный параметр, и масштабирующий коэффициент μ, получим на основе (16) линейное регрессионное соотношение

$$z(t, \alpha) = \boldsymbol{\varphi}^\top(t, \alpha)\boldsymbol{\eta}, \quad (17)$$

где вектор неизвестных параметров $\boldsymbol{\eta} = \tilde{\xi}(0)$, и вычислимые функции

$$z(t, \alpha) = \mu\left(\frac{p^k}{(p+\alpha)^k}[y(t)] - \frac{1}{(p+\alpha)^k}[u(t)\mathbf{h}^\top\boldsymbol{\sigma}_1(t)]\right),$$

$$\boldsymbol{\varphi}(t, \alpha) = \mu\frac{1}{(p+\alpha)^k}[u(t)\mathbf{h}^\top\boldsymbol{\sigma}_2(t)].$$

На основе (17) может быть сформирован вектор оценок $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$, стремящийся асимптотически к нулю. Для этого воспользуемся методом динамического расширения и смешивания регрессора (Dynamic Regressor Extension and Mixing, DREM) [14, 15]. Выбрав n различных параметров α, сформируем матричное регрессионное соотношение вида

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t, \alpha_1) \\ \vdots \\ z_3(t, \alpha_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_1(t, \alpha_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi}_3(t, \alpha_n) \end{bmatrix}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{\Phi}(t)\boldsymbol{\eta}$$

и запишем алгоритм оценивания параметров $\boldsymbol{\eta}$

$$\dot{\hat{\eta}}_i = \gamma\delta(t)(\zeta_i - \delta(t)\hat{\eta}_i(t))\ i = \overline{1, n}, \quad (18)$$

где $\gamma > 0$, $\delta(t) = \det\mathbf{\Phi}(t)$, $\mathrm{col}(\zeta_1, \ldots, \zeta_n) = (\mathrm{adj}\mathbf{\Phi}(t))\mathbf{Z}(t)$.

Закон управления по выходу примет вид:

$$u(t) = \mathbf{h}^\top\xi_d v(t) + \mathbf{K}_1^\top(\boldsymbol{\sigma}_1(t) + \boldsymbol{\sigma}_2(t)\hat{\boldsymbol{\eta}}). \quad (19)$$

Числовой пример

Рассмотрим объект (1), (2) с параметрами $k = 2$, $n = m = 3$, $y(0) = \dot{y}(0) = 0$, $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\xi(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, и задающим воздействием $\mathbf{h}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{\Gamma}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix}$, $\xi^*(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

На рисунке представлены результаты моделирования замкнутой системы с регулятором по выходу (5), (6), (9), (10), (17)–(19) и параметрами $\xi_d(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, $\alpha_3 = 3$, $\mu = 20$, $\gamma = 100$.

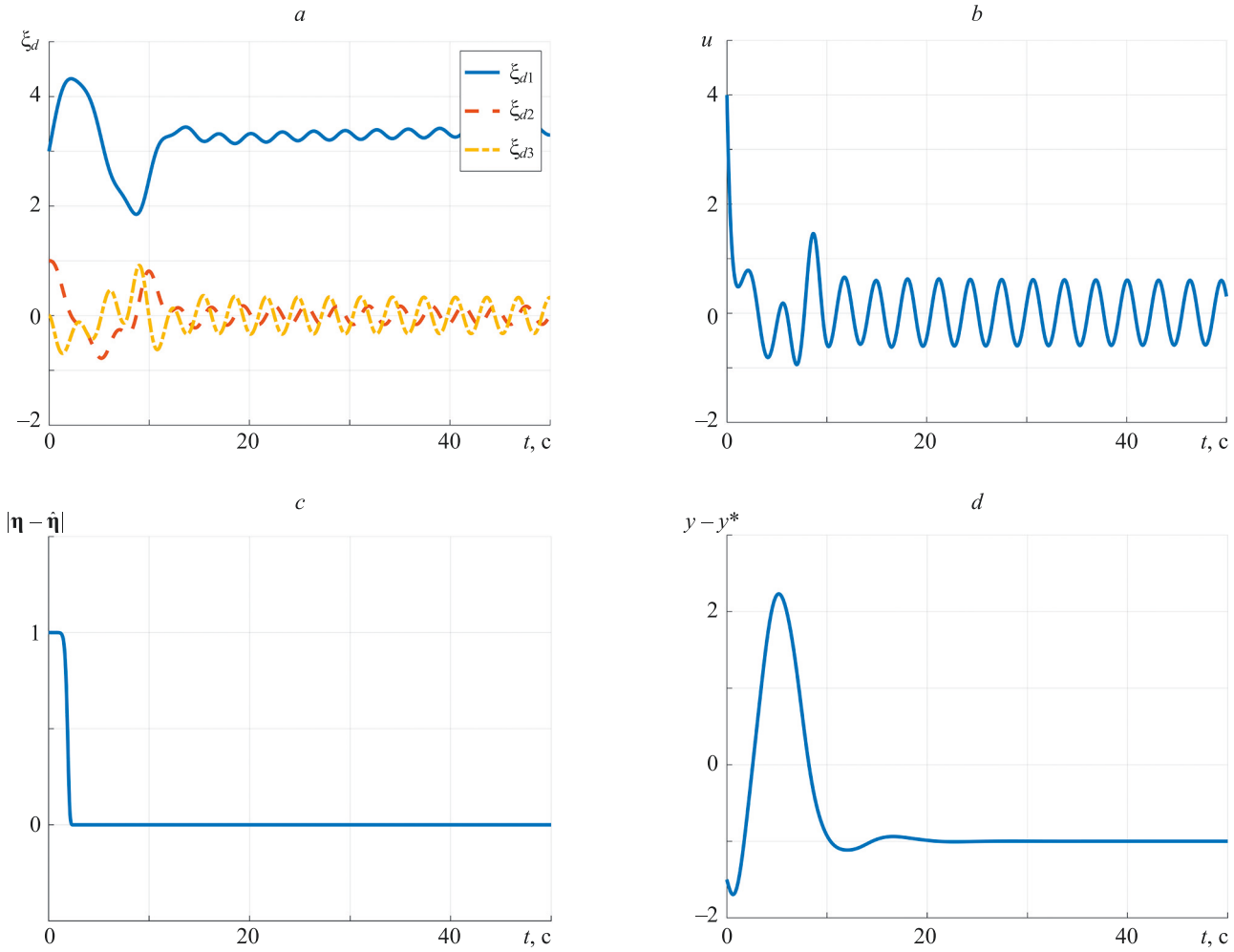


Рисунок. Результаты моделирования замкнутой системы: временная диаграмма ξ_d (*a*); сигнал управления *u* (*b*); ошибки оценивания $\boldsymbol{\eta} = \tilde{\xi}(0)$ (*c*) и регулирования $y - y^*$ (*d*)

Figure. Results of closed-loop system simulation: time diagram ξ_d (*a*); control signal *u* (*b*); estimation errors $\boldsymbol{\eta} = \tilde{\xi}(0)$ (*c*) and regulation $y - y^*$ (*d*)

Заключение

В работе рассмотрена задача синтеза следящего управления для класса нелинейных систем, где движение системы обусловлено произведением сигнала управления и динамической подсистемы, движимой тем же сигналом управления. Предложен метод динамической линеаризации, декомпозирующий модель системы на две части, последовательно соединенные виртуальным управлением. Синтезирован закон управления, использующий измерение только выходной регулируемой переменной. Исходная система может быть неустойчивой. Параметры динамической подсистемы в контуре управления предполагаются известными, однако вектор состояния и начальные условия заранее неизвестны. В дальнейших исследованиях планируется ослабить принятые допущения о параметрической неопределенности и собственных числах матрицы состояния динамической подсистемы в контуре управления, что позволило бы синтезировать закон управления для более широкого класса систем в общем виде.

Литература

1. Isidori A. Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems. Basel, Switzerland: Springer International Publishing, 2017.
2. Бобцов А.А. Адаптивное и робастное управление неопределенными системами по выходу. СПб.: Наука, 2011. 174 с.
3. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб.: Наука, 2003. 282 с.
4. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A. An adaptive observer for uncertain linear time-varying systems with unknown additive perturbations // Automatica. 2023. V. 147. P. 110677. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2022.110677

References

1. Isidori A. *Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems*. Basel, Switzerland, Springer International Publishing, 2017.
2. Bobtsov A.A. *Adaptive and Robust Control of Uncertain Systems Based on Output*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2011, 174 p. (in Russian)
3. Nikiforov V.O. *Adaptive and Robust Control with Compensation of the Disturbances*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2003, 282 p. (in Russian)
4. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A. An adaptive observer for uncertain linear time-varying systems with unknown additive

5. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors // Automatica. 2021. V. 129. P. 109635. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635
6. Та М.Ш., Пыркин А.А. Алгоритм параметризации нестационарных систем с использованием динамического регулятора // Известия вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66. № 12. С. 1050–1059. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2023-66-12-1050-1059
7. Nikiforov V., Gerasimov D. Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection. Springer Nature, 2022. XVI, 358 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences, V. 491). https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9
8. Krstic M. Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive, and PDE Systems. Birkhäuser Boston, 2009. 466 p.
9. Фуртат И.Б., Цыкунов А.М. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2–7.
10. Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay // Proc. of the 2010 American Control Conference, 2010. P. 5688–5693. https://doi.org/10.1109/acc.2010.5531131
11. Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H. Euler-Lagrange systems // Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications. Springer London, 1998. P. 15–37. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3603-3_2
12. Nam K.H. AC Motor Control and Electric Vehicle Applications. CRC Press, 2010. 435 p.
13. Ortega R., Nicklasson P.J., Espinosa-Pérez G. On speed control of induction motors // Automatica. 1996. V. 32. N 3. P. 455–460. https://doi.org/10.1016/0005-1098(95)00171-9
14. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. V. 62. N 7. P. 3546–3550. https://doi.org/10.1109/tac.2016.2614889
15. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A.A., Astolfi A., Bobtsov A.A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases // IEEE Transactions on Automatic Control. 2021. V. 66. N 5. P. 2265–2272. https://doi.org/10.1109/tac.2020.3003651

perturbations. *Automatica*, 2023, vol. 147, pp. 110677. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2022.110677
5. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors. *Automatica*, 2021, vol. 129, pp. 109635. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635
6. Ta M.Sh., Pyrkin A.A. Parameterization algorithm for non-stationary systems using a dynamic controller. *Journal of Instrument Engineering*, 2023, vol. 66, no. 12, pp. 1050–1059. (in Russian). https://doi.org/10.17586/0021-3454-2023-66-12-1050-1059
7. Nikiforov V., Gerasimov D. *Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection*. Springer Nature, 2022. XVI, 358 p. Lecture Notes in Control and Information Sciences, V. 491. https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9
8. Krstic M. *Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive, and PDE Systems*. Birkhäuser Boston, 2009, 466 p.
9. Furtat I.B., Tsykunov A.M. Robust control of unsteady-state nonlinear structurally undefined objects. *Control Sciences*, 2008, no. 5, pp. 2–7. (in Russian)
10. Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay. *Proc. of the 2010 American Control Conference*, 2010, pp. 5688–5693. https://doi.org/10.1109/acc.2010.5531131
11. Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H. Euler-Lagrange systems. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer London, 1998, pp. 15–37. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3603-3_2
12. Nam K.H. *AC Motor Control and Electric Vehicle Applications*. CRC Press, 2010, 435 p.
13. Ortega R., Nicklasson P.J., Espinosa-Pérez G. On speed control of induction motors. *Automatica*, 1996, vol. 32, no. 3, pp. 455–460. https://doi.org/10.1016/0005-1098(95)00171-9
14. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. https://doi.org/10.1109/tac.2016.2614889
15. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A.A., Astolfi A., Bobtsov A.A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, vol. 66, no. 5, pp. 2265–2272. https://doi.org/10.1109/tac.2020.3003651

Авторы

Пыркин Антон Александрович — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 26656070700, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057, pyrkin@itmo.ru
Та Минь Шон — аспирант, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57871766600, https://orcid.org/0009-0000-9204-696X, sonta1805@gmail.com
Нгуен Куанг Кыонг — аспирант, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0002-2773-3813, quangcuonghvhq.cd@gmail.com
Голубев Антон Кириллович — аспирант, ассистент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0008-6951-2799, akgolubev@itmo.ru

Authors

Anton A. Pyrkin — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 26656070700, https://orcid.org/0000-0001-8806-4057, pyrkin@itmo.ru

Minh Son Ta — PhD Student, Engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57871766600, https://orcid.org/0009-0000-9204-696X, sonta1805@gmail.com
Quang Cuong Nguyen — PhD Student, Engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0002-2773-3813, quangcuonghvhq.cd@gmail.com
Anton K. Golubev — PhD Student, Assistant, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0008-6951-2799, akgolubev@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 27.02.2024
Одобрена после рецензирования 03.03.2024
Принята к печати 27.03.2024

Received 27.02.2024
Approved after reviewing 03.03.2024
Accepted 27.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

COMPUTER SCIENCE

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-214-221
УДК 004.89

RuPersonaChat: корпус диалогов для персонификации разговорных агентов

Кирилл Сергеевич Апанасович[1], Олеся Владимировна Махныткина[2]✉, Владимир Иосифович Кабаров[3], Ольга Петровна Далевская[4]

[1,2,3,4] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] apanasovich.k@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0001-7966-3488
[2] makhnytkina@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-8992-9654
[3] vikabarov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0001-6300-9473
[4] opdalevskaia@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0001-5246-9212

Аннотация

Введение. Одним из способов повышения качества разговорных агентов является персонификация. Персонификация улучшает качество взаимодействия пользователя с разговорным агентом и повышает удовлетворенность пользователей за счет повышения консистентности и специфичности ответов. Диалог с агентом становится более последовательным, минимизируется противоречивость ответов, которые оказываются более конкретными и интересными. Для обучения и тестирования персонифицированных разговорных агентов требуются специфичные наборы данных, содержащие факты о персоне и тексты диалогов персон, в репликах которых используются факты о персонах. Существует несколько наборов на английском и китайском языках, содержащие в описании персоны в среднем пять фактов. Диалоги в наборах данных составлены пользователями краудсорсинга, которые многократно имитировали различные персоны. **Метод.** В данной работе предложена методика сбора оригинального корпуса данных, содержащего расширенный набор фактов о персоне и естественные диалоги между персонами. Новый корпус данных RuPersonaChat основан на трех различных сценариях записи: интервью, короткая беседа, длинная беседа. Впервые собран корпус данных для персонификации разговорных агентов, включающий естественные диалоги и расширенное описание персоны. Предложена дополнительная разметка набора данных, которая ставит в соответствие реплики персоны и факты о персоне, на основе которых она была сформулирована. **Основные результаты.** Разработана методика сбора оригинального корпуса тестовых данных, позволяющего осуществлять тестирование языковых моделей для решения большего количества задач в рамках разработки персонифицированного разговорного агента. Собранный набор данных включает 139 диалогов и 2608 реплик. Корпус использован для тестирования моделей генерации ответов и вопросов. Наилучшие результаты получены с использованием модели Gpt3-large (перплексия равна 15,7). **Обсуждение.** Собранный корпус данных RuPersonaChat может быть использован для тестирования персонифицированных разговорных агентов на возможность рассказать о себе собеседнику, ведения диалога с собеседником и использования фактической речи, учета длинного контекста при ведении диалога с пользователем.

Ключевые слова

методика сбора данных, диалоговые данные, разговорные агенты, персонификация, генерация вопросов и ответов

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (№ 22-11-00128, https://www.rscf.ru/project/22-11-00128/).

Ссылка для цитирования: Апанасович К.С., Махныткина О.В., Кабаров В.И., Далевская О.П. RuPersonaChat: корпус диалогов для персонификации разговорных агентов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 214–221. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-214-221

© Апанасович К.С., Махныткина О.В., Кабаров В.И., Далевская О.П., 2024

RuPersonaChat: a dialog corpus for personalizing conversational agents

Kirill S. Apanasovich[1], Olesia V. Makhnytkina[2]✉, Vladimir I. Kabarov[3], Olga P. Dalevskaya[4]

[1,2,3,4] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] apanasovich.k@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0001-7966-3488
[2] makhnytkina@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-8992-9654
[3] vikabarov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0001-6300-9473
[4] opdalevskaia@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0001-5246-9212

Abstract

Personalization is one of the keyways to improve the performance of conversational agents. It improves the quality of user interaction with a conversational agent and increases user satisfaction by increasing the consistency and specificity of responses. The dialogue with the agent becomes more consistent, the inconsistency of responses is reduced, and the responses become more specific and interesting. Training and testing personalized conversational agents requires specific datasets containing facts about a persona and texts of persona's dialogues where replicas use those facts. There are several datasets in English and Chinese containing an average of five facts about a persona where the dialogues are composed by crowdsourcing users who repeatedly imitate different personas. This paper proposes a methodology for collecting an original dataset containing an extended set of facts about a persona and natural dialogues between personas. The new RuPersonaChat dataset is based on three different recording scenarios: an interview, a short conversation, and a long conversation. This is the first dataset for dialogue agent personalization collected which includes both natural dialogues and extended persona's descriptions. Additionally, in the dataset, the persona's replicas are annotated with the facts about the persona from which they are generated. The methodology for collecting an original corpus of test data proposed in this paper allows for testing language models for various tasks within the framework of personalized dialogue agent development. The collected dataset includes 139 dialogues and 2608 replicas. This dataset was used to test answer and question generation models and the best results were obtained using the Gpt3-large model (perplexity is equal to 15.7). The dataset can be used to test the personalized dialogue agents' ability to talk about themselves to the interlocutor, to communicate with the interlocutor utilizing phatic speech and taking into account the extended context when communicating with the user.

Keywords

data collection methodology, dialog data, conversational agents, personalization, question and answer generation

Acknowledgements

This study was funded by a grant from the Russian Science Foundation (22-11-00128, https://www.rscf.ru/project/22-11-00128/).

For citation: Apanasovich K.S., Makhnytkina O.V., Kabarov V.I., Dalevskaya O.P. RuPersonaChat: a dialog corpus for personalizing conversational agents. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 214–221 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-214-221

Введение

В последние несколько лет получили значительное развитие системы разговорных агентов. Одним из подходов, позволяющим сделать человеко-компьютерное общение более реалистичным и естественным, является персонификация разговорных агентов [1, 2]. Представление персоны разговорного агента включает описание личностных и профессиональных характеристик, предпочтений и т. д. Персонификация позволяет моделям решить проблему обычных разговорных агентов, которые регулярно обладают непоследовательной индивидуальностью и не обладают явной долговременной памятью, что приводит к различным ответам на один и тот же вопрос и склонности к неконкретным ответам типа «я не знаю». Персонификация в интерактивных системах является важным фактором, улучшающим качество взаимодействия с системой и повышающим удовлетворенность пользователей за счет повышения согласованности и конкретности ответов. Персонификация делает диалог с системой более связным, минимизирует противоречивость ответов, делает их более конкретными и интересными.

Для обучения и тестирования персонифицированных разговорных агентов необходимы наборы данных, содержащие информацию о персоне и примеры диалогов. В настоящее время существует несколько наборов данных с диалогами, в которых в том или ином виде содержится информация о персоне, или другая информация, которая позволяет моделям, обученным на таких данных, вести с пользователем диалог, который наиболее приближен к естественному диалогу между двумя людьми.

Одним из самых используемых наборов данных является PersonaChat [3] и его расширенная версия ConvAI2 [4], в которых к каждому собеседнику в диалогах ставится в соответствие информация о его персоне. В данном случае персона представлена в виде пяти коротких предложений, например «I like to ski» или «I have a computer science degree». Описания персон, как и диалоги, были собраны методом краудсорсинга. Предполагается, что с помощью присвоения персоны, языковая модель сможет генерировать реплики, которые будут в меньшей степени противоречить друг другу.

Другим возможным способом персонификации разговорного агента, может служить его обучение эмоциональному диалогу. Так, например, в наборе данных Empathetic Dialogues [5] каждому диалогу ставится в соответствие эмоция, которая отражает настроение одного из собеседников. Таким образом, у двух собеседников появляется возможность вести эмоциональный диалог.

Между тем, если обучать модель нескольким навыкам, то она может показывать хорошие результаты в диалогах, используя эти навыки отдельно друг от друга, но у нее все еще могут быть проблемы при их смешивании в одном диалоге, где в зависимости от ситуации необходимо проявлять эмпатию или рассказать что-то о своей персоне. В наборе данных Blended Skill Talk [6] собраны диалоги, где собеседники могут демонстрировать различные навыки: показать свои знания, чуткость, личный опыт или персону.

Языковые модели ограничены тем, что могут работать с текстовыми последовательностями относительно небольшой длины, из-за чего модель при ведении длинного диалога забывает, о чем велась речь. В наборах данных Multi-Session Chat [7] и DuLeMon [8] данная проблема решена путем обучения модели запоминать в ходе ведения диалога новые факты о персонах своего собеседника и себе самой.

Существенной проблемой в развитии разговорных агентов является то, что большинство собранных наборов данных содержат диалоги только на английском и китайском языках, в то время как на русском языке существует только один набор данных — Toloka Persona Chat Rus[1], который по своей структуре схож с наборами PersonaChat и ConvAI2. При этом он не подразумевает возможности вести эмоциональный диалог, и не позволяет обучить модель получать из реплик новые факты о персонах.

Все вышеперечисленные наборы данных имеют достаточно краткое описание персоны (пять фактов), при сборе данных один и тот же диктор имитирует речь нескольких персон, диалоги представляют собой короткие беседы. В настоящей работе предложена методика сбора корпуса данных RuPersonaChat, отличающегося от существующих большей естественностью за счет использования реальных персон дикторов и разнообразием тем диалогов. Это позволит использовать собранный набор данных для оценки качества языковых моделей на нескольких задачах: вести короткие и длинные диалоги, уметь использовать факты о своей персоне и понимать факты о персоне собеседника с учетом, того, что персоны будут содержать значительно большее количество фактов, чем в наборах данных PersonaChat и ConvAI2.

Методика сбора корпуса данных

Общая схема сбора корпуса данных RuPersonaChat показана на рис. 1. Одной из задач сбора данного корпуса является тестирование того, насколько хорошо разговорный агент способен понимать заданную ему персону и персону собеседника и учитывать их при ведении диалога. Проведение подобных экспериментов было невозможно на наборах данных, содержавших пять фактов о персоне и короткие диалоги, в которых для генерации ответа можно было использовать только эти факты. При генерации ответа пользователю разговорный агент осуществляет выбор факта о персоне, в зависимости от контекста диалога, приближенного к естественному. Для оценки способности разговорного агента необходимо иметь существенно большее количество фактов о персоне.

В рамках разрабатываемой методики сбора корпуса данных были выделены основные тематики блоков вопросов: демографическая информация, образование, профессия и опыт работы, интересы, навыки, жизненная позиция, жизненные ситуации. Для более детального описания персоны, чем в наборах данных PersonaChat и ConvAI2, была составлена анкета из 94 вопросов по сформулированным тематикам.

Методика сбора корпуса включает три сценария ведения диалога, два из них (короткие диалоги-интервью и длинные диалоги-беседы) являются оригинальными и отсутствуют в существующих наборах данных.

1. Короткие диалоги-интервью: один из собеседников задает вопросы на одну тему другому собеседнику. Цель такого сценария — протестировать, насколько хорошо разрабатываемая модель способна рассказать о себе собеседнику.
2. Короткие диалоги-беседы, которые более похожи на обычное общение двух человек. Здесь оба собеседника обсуждают одну конкретную тему, задавая друг другу вопросы по ней. В данном сценарии тестируются навыки языковой модели в ведении диалога с собеседником и использовании фатической речи.
3. Длинные диалоги-беседы, схожие с короткими беседами, но отличающиеся длительностью записи, которая в данном случае должна превышать 20 мин. Такие беседы необходимы, чтобы проверить, как хорошо модель работает с длинным контекстом при ведении диалога с собеседником.

Запись диалогов осуществлена двумя способами: с использованием программы для организации видеоконференций Zoom и мессенджера Telegram.

При первом способе выполнена запись речи собеседников, при этом речь каждого собеседника записана как отдельным файлом, так и в один общий, что в дальнейшем использовано для задачи диаризации речи собеседников. Запись осуществлена в тихой комнате, без посторонних шумов и речи других людей. Далее полученные записи автоматически переведены в текстовый формат с помощью модели автоматического распознавания речи. Для выделения произнесений и их транскрибирования использована автоматическая система распознавания речи и фреймворк NeMo [9]. Система распознавания речи основана на предобученной нейросетевой модели архитектуры Conformer [10].

При использовании второго способа сбор данных совершен путем ведения текстового диалога между двумя пользователями. Перед записью диалога собеседникам предлагалось выбрать тему, на какую они будут вести диалог. Список таких тем для обсуждения включал темы об интересах, ситуациях из повседневной жизни (погода, технологии и др.), образовании, работе. Пример диалога представлен на рис. 2.

Для включения в диалоги эмоциональной речи были сформулированы дополнительные темы, через

[1] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://toloka.ai/datasets/ (дата обращения: 26.02.2024).

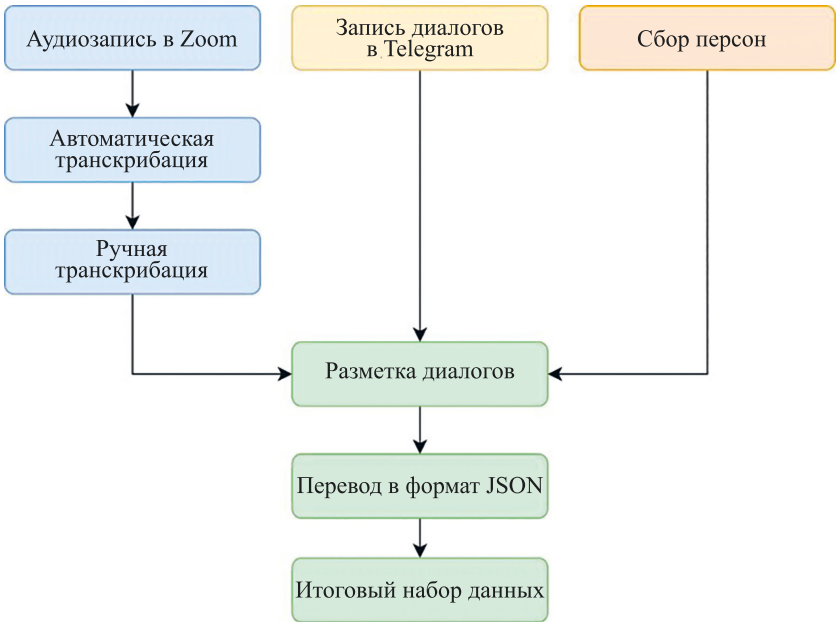


Рис. 1. Схема сбора корпуса данных RuPersonaChat

Fig. 1. A scheme for collecting the corpus

обсуждение которых можно вызвать естественные эмоции у собеседников. Сами эмоции определялись в соответствии с моделью Экмана (нейтральная, радость, злость, отвращение, страх, грусть, удивление). Пример диалога представлен на рис. 3. Репликам ставились в соответствие вызванные эмоции, для каждой реплики определялось, какой факт или факты в ней упомянуты. В процессе сбора диалогов выяснилось, что в репликах часто использовались такие факты, которые не были предусмотрены анкетой ввиду того, что многие темы, на которые велись диалоги, были очень специфичны.

Описание корпуса данных

В настоящий момент корпус данных RuPersonaChat содержит 63 диалога, записанных с использованием

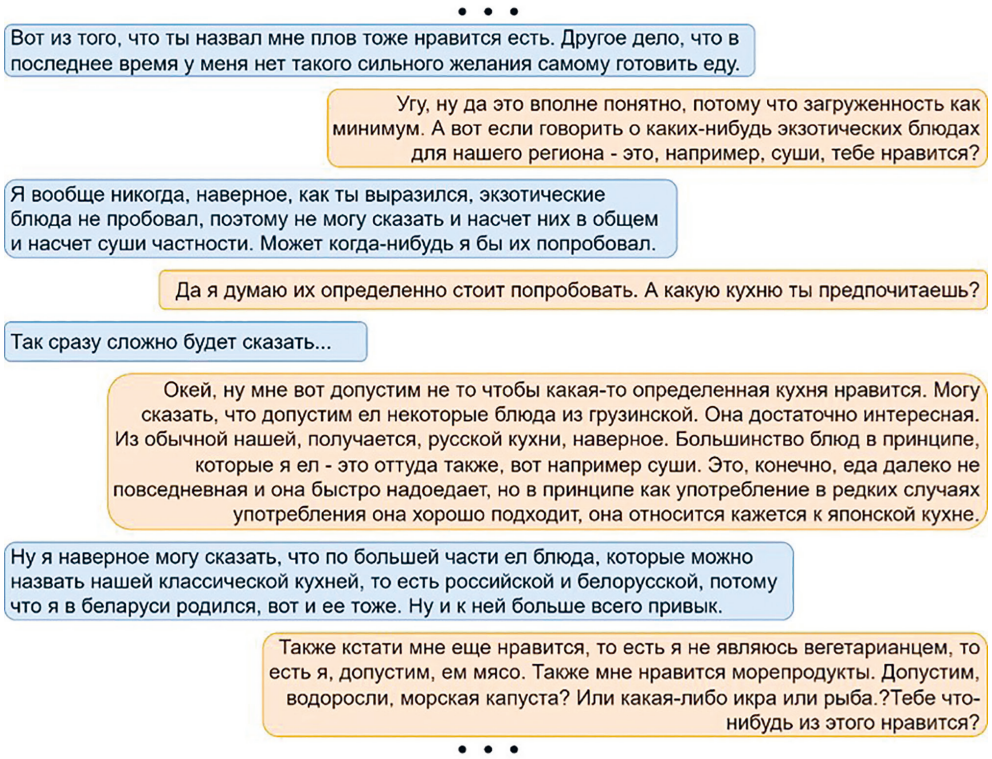


Рис. 2. Фрагмент из диалога на тему предпочтений в еде

Fig. 2. Fragment of a dialog on food preferences

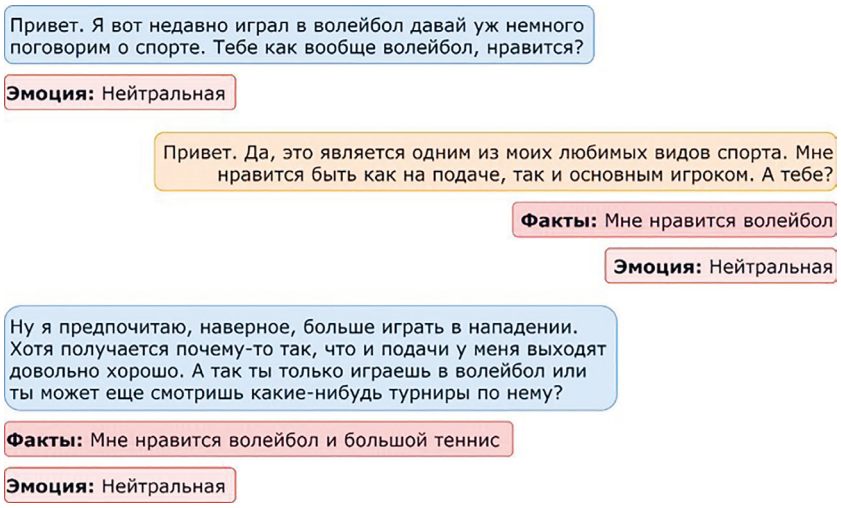


Рис. 3. Фрагмент из диалога с разметкой по эмоциям и упоминаемым фактам

Fig. 3. A fragment from a dialog with markup by emotions and facts mentioned

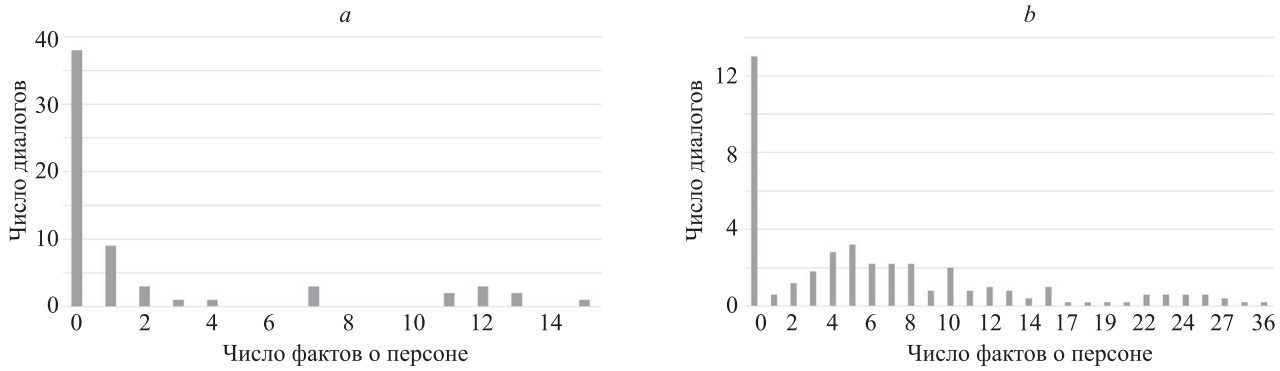


Рис. 4. Распределение встречаемости числа фактов о персоне в диалогах, собранных в Zoom (*a*) и в Telegram (*b*)

Fig. 4. Distribution of facts occurrence in dialogs collected in Zoom (*a*) and in Telegram (*b*)

программ для проведения видеоконференций Zoom, общая длительность диалогов в аудиоформате составляет 10 ч. Полученные диалоги включают в себя 1396 реплик. Каждая реплика в среднем состоит из 36 слов. При этом один диалог мог включать до 15 фактов из анкеты для одного собеседника (рис. 4, *a*).

В сборе диалогов с использованием мессенджера Telegram (рис. 4, *b*) участвовало пять собеседников, всего было собрано 76 диалогов, которые суммарно содержат 1212 реплик. В среднем длина одной реплики составила 15,4 слова.

Наиболее часто встречались факты, которые затрагивали темы интересов собеседников, их работы и образования. На рис. 5, *a* показана гистограмма с наиболее часто задаваемыми вопросами при сборе в Zoom, а на рис. 5, *b* — через Telegram.

Эмоциональная речь имитировалась только при сборе диалогов в Zoom. В диалогах чаще всего использовалась нейтральная эмоция — в 1358 репликах. При этом в 17 диалогах хотя бы в одной реплике встречалась другая эмоция.

В табл. 1 представлено сравнение собранного корпуса данных RuPersonaChat с другими наборами данных с диалогами, в которых каждому собеседнику поставлена в соответствие его персона.

Размер полученного корпуса данных RuPersonaChat не позволяет использовать его для полноценного обучения, но полученных данных достаточно для проведения тестирования уже обученных моделей.

Тестирование моделей генерации ответов и вопросов

Собранный корпус данных использован для решения задачи генерации вопросов и ответов с учетом характеристики персоны, речь которой будет имитировать разговорный агент на основе генеративных моделей. Для проведения экспериментов рассмотрены модели двух архитектур: Encoder-Decoder [11] модели T5-base и T5-large с 222 и 737 млн параметров [12] и Decoder-only модели Gpt3-small, Gpt3-medium и Gpt3-large с 125, 355 и 760 млн параметров [13]. Все модели были дообучены на наборе данных Toloka Persona Chat Rus. Для сравнения результатов работы моделей использованы метрики: перплексия (perplexity, PPL) [14] и Bilingual Evaluation Understudy (BLEU)-1 [15]:

— PPL — безразмерная величина, которая является обратной к величине средней вероятности, приписываемой каждому слову тестовой строки. Чем

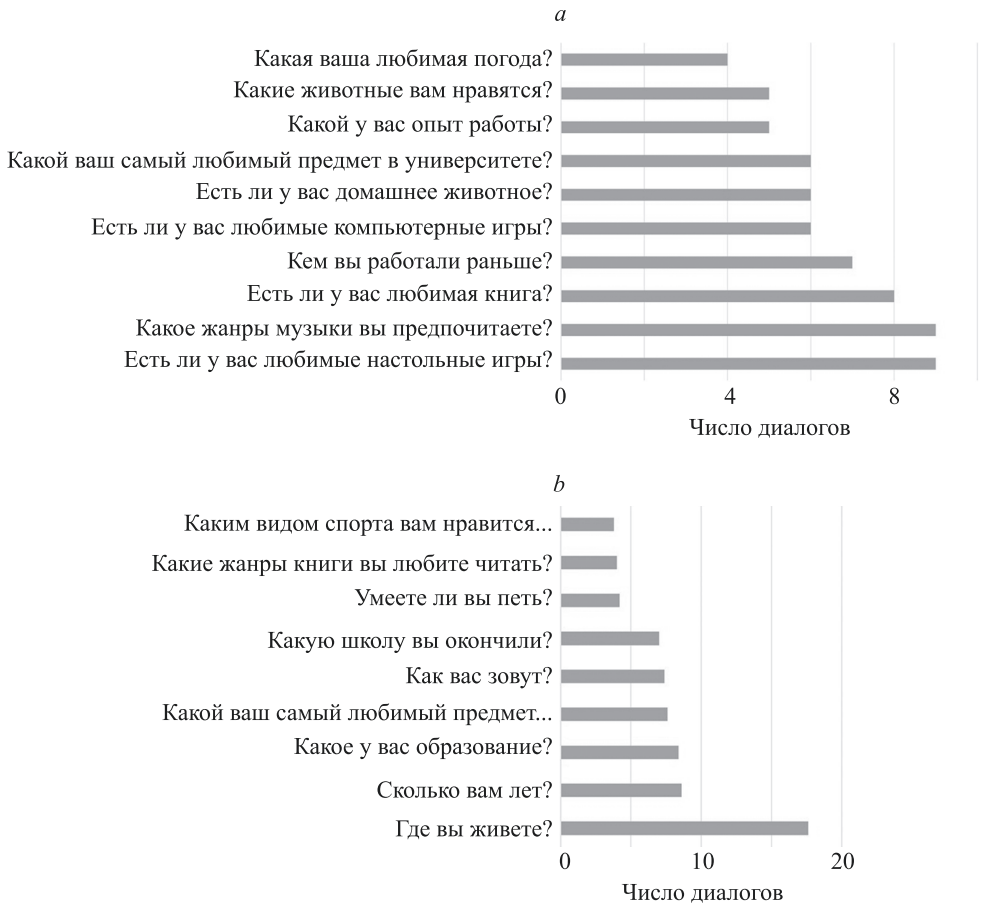


Рис. 5. Гистограмма с наиболее часто встречающимися вопросами при сборе диалогов в Zoom (*a*) и Telegram (*b*)
Fig. 5. Histogram with the most frequent questions in dialog collection in Zoom (*a*) and Telegram (*b*)

Таблица 1. Статистика по наборам данных
Table 1. Statistics on datasets

Название набора данных	Язык набора данных	Количество фактов о персоне	Число		Среднее количество слов	
			диалогов	реплик	в реплике	в диалоге
PersonaChat	Английский	5	10 907	162 064	11,9	177
ConvAI2	Английский	5	19 893	145 873	13,7	100
DuLeMon	Китайский	5	27 501	400 472	19,7	287
Empathetic Dialogues	Английский	1	24 850	64 609	15,3	40
Toloka Persona Chat rus	Русский	5	10 013	168 783	6,1	103
RuPersonaChat	Русский	94	139	2608	26,4	495

Таблица 2. Результаты экспериментов по генерации ответных реплик
Table 2. Results of experiments on answer generation

Модель	Toloka Persona Chat Rus	RuPersonaChat	
	PPL ↓	PPL ↓	BLEU-1 ↑
Gpt3-small	13,6	17,9	0,191
Gpt3-medium	10,6	16,4	0,207
Gpt3-large	9,5	**15,7**	0,218
T5-base	16,8	20,7	0,201
T5-large	13,6	16,4	**0,229**

меньше значение данной метрики, тем качество работы модели считается выше (↓);

— BLEU принимает значения от 0 до 1, рассчитывается как доля униграмм, совпавших с эталоном. Чем больше значение данной метрики, тем качество работы модели считается выше (↑).

Полученные результаты представлены в табл. 2. Выполнено сравнение результатов собранного корпуса данных RuPersonaChat и набора данных Toloka Persona Chat Rus.

Из табл. 2 видно, что для собранного корпуса данных RuPersonaChat получено более высокое значение PPL, что может быть объяснено тем, что диалоги в нем значительно длиннее, чем в корпусе Toloka Persona Chat Rus (среднее количество слов в диалоге в наборе данных Toloka Persona Chat Rus — 103, а в RuPersonaChat — 495) (табл. 1), и не всегда вся история диалога может быть помещена в модель.

Заключение

В работе представлена методика сбора корпуса текстовых данных, отличающего от существующих большей естественностью, и позволяющего тестировать модели для большого класса задач. Впервые предложено использовать в качестве описаний персон не искусственно созданные профили, а факты о реальных персонах. Анкеты, содержащие факты о персоне, заполнялись участниками сбора корпуса и далее записывались диалоги между этими людьми, в отличие от существующих наборов данных, при сборе которых одному и тому же человеку предлагалось многократно записывать диалоги имитируя разных персон. При использовании искусственных описаний персон достаточно часто факты повторялись в репликах диалогов дословно, а не были встроены в речь как при естественных диалогах. Такой подход позволил осуществить запись диалогов по различным сценариям и существенно расширить описание персон с пяти фактов до 94.

Предложена оригинальная разметка корпуса данных, включающая указание факта, который использован при ответе, и эмоциональную окраску ответа. Это существенно расширило потенциальный набор задач, для которых он может быть использован: извлечение информации о персоне из текстовых данных, генерация эмоциональных реплик, распознавание эмоционального состояния человека в диалоге.

Проведение экспериментов с собранным корпусом данных RuPersonaChat для задачи генерации ответов и вопросов с использованием генеративных моделей показало, что набор данных имеет более сложную структуру и для решения задачи более качественной человеко-машинной коммуникации необходима модификация существующих и разработка новых подходов к персонификации разговорных агентов.

Литература

1. Posokhov P., Apanasovich K., Matveeva A., Makhnytkina O., Matveev A. Personalizing dialogue agents for Russian: retrieve and refine // Proc. of the 31st Conference of Open Innovations Association (FRUCT). 2022. P. 245–252. https://doi.org/10.23919/fruct54823.2022.9770895
2. Matveev Y., Makhnytkina O., Posokhov P., Matveev A., Skrylnikov S. Personalizing hybrid-based dialogue agents // Mathematics. 2022. V. 10. N 24. P. 4657. https://doi.org/10.3390/math10244657
3. Zhang S., Dinan E., Urbanek J., Szlam A., Kiela D., Weston J. Personalizing Dialogue Agents: I have a dog, do you have pets too? // Proc. of the 56th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. V. 1. 2018. P. 2204–2213. https://doi.org/10.18653/v1/p18-1205
4. Dinan E., Logacheva V., Malykh V., Miller A., Shuster K., Urbanek J., Kiela D., Szlam A., Serban I., Lowe R., Prabhumoye S., Black A.W., Rudnicky A., Williams J., Pineau J., Burtsev M., Weston J. The second conversational intelligence challenge (ConvAI2) // The NeurIPS'18 Competition. Springer, Cham, 2020. P. 187–208. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29135-8_7
5. Rashkin H., Smith E.M., Li M., Boureau Y-L. Towards empathetic open-domain conversation models: A new benchmark and dataset // Proc. of the 57th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. 2019. P. 5370–5381. https://doi.org/10.18653/v1/p19-1534
6. Smith E.M., Williamson M., Shuster K., Weston J., Boureau Y-L. Can you put it all together: evaluating conversational agents' ability to blend skills // Proc. of the 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. 2020. P. 2021–2030. https://doi.org/10.18653/v1/2020.acl-main.183
7. Xu J., Szlam A., Weston J. Beyond goldfish memory: Long-term open-domain conversation // Proc. of the 60th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. V. 1. 2022. P. 5180–5197. https://doi.org/10.18653/v1/2022.acl-long.356
8. Xu X., Gou Z., Wu W., Niu Z-Y., Wu H., Wang H., Wang S. Long time no see! open-domain conversation with long-term persona memory // Findings of the Association for Computational Linguistics:

References

1. Posokhov P., Apanasovich K., Matveeva A., Makhnytkina O., Matveev A. Personalizing dialogue agents for Russian: retrieve and refine. *Proc. of the 31st Conference of Open Innovations Association (FRUCT)*, 2022, pp. 245–252. https://doi.org/10.23919/fruct54823.2022.9770895
2. Matveev Y., Makhnytkina O., Posokhov P., Matveev A., Skrylnikov S. Personalizing hybrid-based dialogue agents. *Mathematics*, 2022, vol. 10, no. 24, pp. 4657. https://doi.org/10.3390/math10244657
3. Zhang S., Dinan E., Urbanek J., Szlam A., Kiela D., Weston J. Personalizing Dialogue Agents: I have a dog, do you have pets too? *Proc. of the 56th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*. *V. 1*, 2018, pp. 2204–2213. https://doi.org/10.18653/v1/p18-1205
4. Dinan E., Logacheva V., Malykh V., Miller A., Shuster K., Urbanek J., Kiela D., Szlam A., Serban I., Lowe R., Prabhumoye S., Black A.W., Rudnicky A., Williams J., Pineau J., Burtsev M., Weston J. The second conversational intelligence challenge (ConvAI2). *The NeurIPS'18 Competition*. Springer, Cham, 2020, pp. 187–208. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29135-8_7
5. Rashkin H., Smith E.M., Li M., Boureau Y-L. Towards empathetic open-domain conversation models: A new benchmark and dataset. *Proc. of the 57th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*, 2019, pp. 5370–5381. https://doi.org/10.18653/v1/p19-1534
6. Smith E.M., Williamson M., Shuster K., Weston J., Boureau Y-L. Can you put it all together: evaluating conversational agents' ability to blend skills. *Proc. of the 58th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*, 2020, pp. 2021–2030. https://doi.org/10.18653/v1/2020.acl-main.183
7. Xu J., Szlam A., Weston J. Beyond goldfish memory: Long-term open-domain conversation. *Proc. of the 60th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*. *V. 1*, 2022, pp. 5180–5197. https://doi.org/10.18653/v1/2022.acl-long.356
8. Xu X., Gou Z., Wu W., Niu Z-Y., Wu H., Wang H., Wang S. Long time no see! open-domain conversation with long-term persona memory. *Findings of the Association for Computational Linguistics:*

ACL 2022. 2022. P. 2639–2650. https://doi.org/10.18653/v1/2022.findings-acl.207
9. Kuchaiev O., Li J., Nguyen H., Hrinchuk O., Leary R., Ginsburg B., Kriman S., Beliaev S., Lavrukhin V., Cook J., Castonguay P., Popova M., Huang J., Cohen J.M. NeMo: A toolkit for building ai applications using neural modules // arXiv. 2019. arXiv:1909.09577. https://doi.org/10.48550/arXiv.1909.09577
10. Gulati A., Qin J., Chiu C.-C., Parmar N., Zhang Y., Yu J., Han W., Wang S., Zhang Z., Wu Y., Pang R. Conformer: Convolution-augmented transformer for speech recognition // Proc. of the Interspeech 2020. P. 5036–5040. https://doi.org/10.21437/interspeech.2020-3015
11. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser Ł., Polosukhin I. Attention is all you need // Advances in Neural Information Processing Systems. 2017. V. 30.
12. Raffel C., Shazeer N., Roberts A., Lee K., Narang S., Matena M., Zhou Y., Li W., Liu P.J. Exploring the limits of transfer learning with a unified text-to-text transformer // Journal of Machine Learning Research. 2020. V. 21. P. 140.
13. Brown T., Mann B., Ryder N., Subbiah M., Kaplan J.D., Dhariwal P., Neelakantan A., Shyam P., Sastry G., Askell A., Agarwal S., Herbert-Voss A., Krueger G., Henighan T., Child R., Ramesh A., Ziegler D., Wu J., Winter C., Hesse C., Chen M., Sigler E., Litwin M., Gray S., Chess B., Clark J., Berner C., McCandlish S., Radford A., Sutskever I., Amodei D. Language models are few-shot learners // Advances in Neural Information Processing Systems. 2020. V. 33. P. 1877–1901.
14. Jelinek F., Mercer R.L., Bahl L.R., Baker J.K. Perplexity – a measure of the difficulty of speech recognition tasks // The Journal of the Acoustical Society of America. 1977. V. 62. N S1. P. S63–S63. https://doi.org/10.1121/1.2016299
15. Papineni K., Roukos S., Ward T., Zhu W.-J. BLEU: a method for automatic evaluation of machine translation // Proc. of the 40th Annual Meeting on Association for Computational Linguistics. 2002. P. 311–318. https://doi.org/10.3115/1073083.1073135

ACL 2022, 2022, pp. 2639–2650. https://doi.org/10.18653/v1/2022.findings-acl.207
9. Kuchaiev O., Li J., Nguyen H., Hrinchuk O., Leary R., Ginsburg B., Kriman S., Beliaev S., Lavrukhin V., Cook J., Castonguay P., Popova M., Huang J., Cohen J.M. NeMo: A toolkit for building ai applications using neural modules. *arXiv*, 2019. arXiv:1909.09577. https://doi.org/10.48550/arXiv.1909.09577
10. Gulati A., Qin J., Chiu C.-C., Parmar N., Zhang Y., Yu J., Han W., Wang S., Zhang Z., Wu Y., Pang R. Conformer: Convolution-augmented transformer for speech recognition. *Proc. of the Interspeech 2020*, pp. 5036–5040. https://doi.org/10.21437/interspeech.2020-3015
11. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser Ł., Polosukhin I. Attention is all you need. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2017, vol. 30.
12. Raffel C., Shazeer N., Roberts A., Lee K., Narang S., Matena M., Zhou Y., Li W., Liu P.J. Exploring the limits of transfer learning with a unified text-to-text transformer. *Journal of Machine Learning Research*, 2020, vol. 21, pp. 140.
13. Brown T., Mann B., Ryder N., Subbiah M., Kaplan J.D., Dhariwal P., Neelakantan A., Shyam P., Sastry G., Askell A., Agarwal S., Herbert-Voss A., Krueger G., Henighan T., Child R., Ramesh A., Ziegler D., Wu J., Winter C., Hesse C., Chen M., Sigler E., Litwin M., Gray S., Chess B., Clark J., Berner C., McCandlish S., Radford A., Sutskever I., Amodei D. Language models are few-shot learners. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2020, vol. 33, pp. 1877–1901.
14. Jelinek F., Mercer R.L., Bahl L.R., Baker J.K. Perplexity — a measure of the difficulty of speech recognition tasks. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1977, vol. 62, no. S1, pp. S63–S63. https://doi.org/10.1121/1.2016299
15. Papineni K., Roukos S., Ward T., Zhu W.-J. BLEU: a method for automatic evaluation of machine translation. *Proc. of the 40th Annual Meeting on Association for Computational Linguistics*, 2002, pp. 311–318. https://doi.org/10.3115/1073083.1073135

Авторы

Апанасович Кирилл Сергеевич — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57698703700, https://orcid.org/0000-0001-7966-3488, apanasovich.k@yandex.ru
Махныткина Олеся Владимировна — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57208002090, https://orcid.org/0000-0002-8992-9654, makhnytkina@itmo.ru
Кабаров Владимир Иосифович — старший преподаватель, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57210787844, https://orcid.org/0000-0001-6300-9473, vikabarov@itmo.ru
Далевская Ольга Петровна — старший преподаватель, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0000-0001-5246-9212, opdalevskaia@itmo.ru

Authors

Kirill S. Apanasovich — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57698703700, https://orcid.org/0000-0001-7966-3488, apanasovich.k@yandex.ru
Olesia V. Makhnytkina — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57208002090, https://orcid.org/0000-0002-8992-9654, makhnytkina@itmo.ru

Vladimir I. Kabarov — Senior Lecturer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57210787844, https://orcid.org/0000-0001-6300-9473, vikabarov@itmo.ru

Olga P. Dalevskaya — Senior Lecturer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0000-0001-5246-9212, opdalevskaia@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 28.10.2023
Одобрена после рецензирования 04.02.2024
Принята к печати 17.03.2024

Received 28.10.2023
Approved after reviewing 04.02.2024
Accepted 17.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-222-229

An optimized deep learning method for software defect prediction using Whale Optimization Algorithm

Anes Aliyu Aihong[1]✉, Badamasi Imam Ya'u[2], Usman Ali[3], Abuzairu Ahmad[4], Mustapha Abdulrahman Lawal[5]

[1,2,4,5] Abubakar Tafawa Balewa University (ATBU), Bauchi, 740272, Nigeria
[3] Federal College of Education (Technical), Gomber, 760101, Nigeria

[1] Anesaliyu123@gmail.com✉, https://orcid.org/0009-0009-5169-7593
[2] biyau@atbu.edu.ng, https://orcid.org/0000-0002-2710-8973
[3] usmanali@fcetgombe.edu.ng, https://orcid.org/0000-0001-9645-3642
[4] Abuzairuahmad2020@gmail.com, https://orcid.org/0000-0003-0229-739X
[5] musbaida@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-1037-2022

Abstract
The goal of this study is to predict a software error using Long Short-Term Memory (LSTM). The suggested system is an LSTM taught using the Whale Optimization Algorithm to save training time while improving deep learning model efficacy and detection rate. MATLAB 2022a was used to develop the enhanced LSTM model. The study relied on 19 open-source software defect databases. These faulty datasets were obtained from the tera-PROMISE data collection. However, in order to evaluate the model performance to other traditional approaches, the scope of this study is limited to five (5) of the most highly ranked benchmark datasets (DO1, DO2, DO3, DO4, and DO5). The experimental results reveal that the quality of the training and testing data has a significant impact on fault prediction accuracy. As a result, when we look at the DO1 to DO5 datasets, we can see that prediction accuracy is significantly dependent on training and testing data. Furthermore, for DO2 datasets, the three deep learning algorithms tested in this study had the highest accuracy. The proposed method, however, outperformed Li's and Nevendra's two classical Convolutional Neural Network algorithms which attained accuracy of 0.922 and 0.942 on the DO2 software defect data, respectively.

Keywords
deep learning, software defect prediction, whale optimization algorithms, long short-term memory, machine learning, optimization algorithm

Acknowledgements
This study is funded by the Abubakar Tafawa Balewa University (ATBU) in Bauchi, Nigeria.

For citation: Aliyu Aihong A., Imam Ya'u B., Ali U., Ahmad A., Abdulrahman Lawal M. An optimized deep learning method for software defect prediction using Whale Optimization Algorithm. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 222-229. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-222-229

УДК 004.85

Оптимизированный метод глубокого обучения для прогнозирования дефектов программного обеспечения с использованием алгоритма оптимизации кита

Анес Алию Айхонг[1]✉, Бадамаси Имам Яу[2], Усман Али[3], Абузайру Ахмад[4], Мустафа Абдулрахман Лаваль[5]

[1,2,4,5] Университет Абубакара Тафавы Балева (ATBU), Баучи, 740272, Нигерия
[3] Федеральный педагогический колледж (технический), Гомбе, 760101, Нигерия

[1] Anesaliyu123@gmail.com✉, https://orcid.org/0009-0009-5169-7593
[2] biyau@atbu.edu.ng, https://orcid.org/0000-0002-2710-8973
[3] usmanali@fcetgombe.edu.ng, https://orcid.org/0000-0001-9645-3642
[4] Abuzairuahmad2020@gmail.com, https://orcid.org/0000-0003-0229-739X
[5] musbaida@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-1037-2022

© Aliyu Aihong A., Imam Ya'u B., Ali U., Ahmad A., Abdulrahman Lawal M., 2024

Аннотация
Целью исследования является прогнозирование ошибки программного обеспечения с использованием долговременной кратковременной памяти (Long Short-Term Memory, LSTM). Предлагаемая система представляет собой LSTM, обучаемую с использованием алгоритма оптимизации китов (Whale Optimization Algorithm). Система обеспечивает экономию времени обучения. Одновременно повышается эффективность модели глубокого обучения (DL) и скорость обнаружения. Для разработки расширенной модели LSTM применен программный пакет MATLAB 2022a. Использованы 19 баз данных дефектов программного обеспечения с открытым исходным кодом. Ошибочные наборы данных получены из коллекции tera-PROMISE. Для оценки эффективности модели по сравнению с другими традиционными подходами объем исследования ограничен пятью наборами эталонных данных с наиболее высоким рейтингом (DO1, DO2, DO3, DO4 и DO5). Результаты экспериментов показали, что качество данных обучения и тестирования оказывает существенное влияние на точность прогнозирования ошибок. При анализе на наборах данных от DO1 до DO5 видно, что точность прогнозирования существенно зависит от результатов обучения и тестирования. Три алгоритма DL, протестированные на наборе данных DO2, показали самую высокую точность (0,942) в сравнении с двумя классическими алгоритмами с использованием сверточной нейронной сети Li's и Nevendra's (0,922).

Ключевые слова
глубокое обучение, SDP, прогнозирование дефектов программного обеспечения, WOA, алгоритмы оптимизации китов, LSTM, долговременная память, машинное обучение, алгоритм оптимизации

Благодарности
Исследование финансируется Университетом Абубакара Тафавы Балева (ATBU) в Баучи, Нигерия.

Ссылка для цитирования: Алию Айхонг А., Имам Яу Б., Али У., Ахмад А., Абдулрахман Лаваль М. Оптимизированный метод глубокого обучения для прогнозирования дефектов программного обеспечения с использованием алгоритма оптимизации кита // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 222–229 (на англ. яз.). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-222-229

Introduction

Long Short-Term Memory (LSTM) are recurrent neural networks which are frequently used to model sequential data such as time series or natural language [1]. The Convolutional Neural Network (CNN) are built neural networks [2], and they are mostly used for image recognition and categorization [1]. Whale Optimization Algorithm (WOA) is a novel optimization technique for tackling optimization issues [3]. Recurrent Neural Network (RNN) is a sort of artificial neural network that processes data sequences [4]. Software Defect Prediction (SDP) goal is to detect problematic modules in order to allocate testing resources more effectively, which is an economically significant activity in software quality assurance [5].

Review of Related Literature

Software faults frequently result in incorrect or unexpected outputs and unpleasant actions [6]. We concentrated on models that outperform a randomly selected defective class of greater than 80 % accuracy [7]. The prediction of software mistakes is crucial to delivering the required software quality on a software project. Despite the fact that Machine Learning (ML), particularly Deep Learning (DL), has been advocated for forecasting software problems, both suffer from insufficient accuracy, over fitting, and complicated structure [8].

Statement of the Problem

The increasing quantity of software faults degrades its quality and reliability [9]. Defect detection is becoming increasingly critical, and present detection approaches might be improved significantly. Creating a critical SDP model on high-dimensional and restricted data remains a difficult task. Thus, the current study in [10] provides a strategy for detecting problematic modules in software using modified CNNs. However, because network training was slow, training time needed to be reduced and accelerated. Also, as indicated by the author [10], more robust DL algorithms can be investigated to improve the prediction accuracy of SDP. As a result, this study investigates the possibilities of the WOA-based LSTM algorithm in the construction of a more efficient prediction framework. According to the authors' knowledge, this is the first time an LSTM model has been adjusted with WOA to improve the SDP method efficacy.

Aim and objectives

The goal of this research is to create a more efficient and optimal DL model for SDP. This research has the following objectives to:

— Develop an efficient LSTM-based WOA model for SDP.
— Accelerate the network training time of the proposed model.
— Enhance the suggested model overall prediction performance in terms of detection rate.
— Evaluate the proposed model accuracy, precision, recall, and F1.

Methodology

The primary purpose of this research is to outperform the current system by employing the WOA to train an LSTM for SDP. As a result, this part analyzes and discusses the existing framework flaws, as well as the suggested system, data collection, implementation, and assessment metrics.

Fig. 1 depicts the overall workflow of the proposed approach. The improved LSTM-based WOA model developed here was used to predict flaws in software projects. This method involves two stages: model creation and prediction. The WOA is used to train the LSTM model in order to reduce the training time of the DL model. Because of its higher accuracy, LSTM is preferred over CNN for processing time series data.

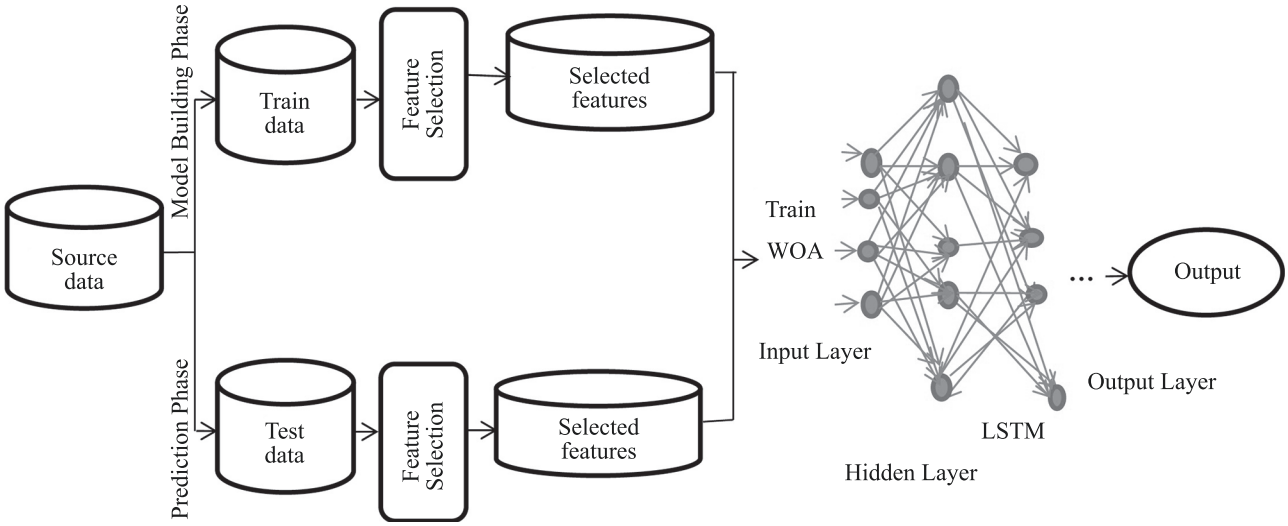


Fig. 1. Workflow of the proposed model

Long Short-Term Memory

LSTM is more accurate than traditional RNNs [11]. It was first proposed in [12]. Memory blocks, as opposed to RNN, are discrete units found in the LSTM recurrent hidden layer [11]. Memory blocks are made up of memory cells with self-connections that record the network temporal state as well as specific multiplicative units called gates that regulate information flow. In the original architecture, each memory block featured three distinct gate types: an input gate, an output gate, and a forget gate [11].

Whale Optimization Algorithm

The WOA makes use of a population of search agents tasked with locating the best global solution to optimization problems. Like alternative population-based algorithms, the search process starts with the generation of a set of randomly generated solutions (candidate solutions) for a given problem [3]. WOA is distinguished from different algorithms by rules that enhance the candidate solutions at every stage of optimization. In reality, WOA imitates the hunting behavior of humpback whales by locating and attacking prey using a technique known as "bubble-net" feeding. LSTM optimization for shorter training durations is a critical problem, particularly when working with large datasets and complex models [3]. As a result, the WOA was used in this study to accelerate the training of LSTM networks, as one of our key goals is to investigate the computing time of the algorithms as a measure for evaluating the model quality.

Dataset Description

This study gathered information from an article published in [10]; many journals and websites were consulted during the data collection procedure. The University of California Irvine (UCI) ML repository is a highly important site for collecting open source and free datasets for ML[1]. The researcher used 19 open-source software defect datasets to estimate the prediction abilities of the proposed LSTM base WOA model. These problematic datasets were obtained from the tera-PROMISE data collection. The scope of this study, however, is limited to five of the best ranking benchmark datasets in order to compare the model performance to that of other traditional approaches. The PROMISE repository was inspired by the UCI ML repository[1]. The datasets were read as XLS file and were divided into 80 % for training and 20 % for testing in order to develop a model. The dataset was pre-processed by carrying out data cleaning/scrubbing to remove typographical errors and inconsistencies in the data. We then saved the dataset in the format required by MATLAB through data formatting phase.

Table 1 shows the statistics of utilized datasets. Column one shows the dataset ID (D.ID), column two shows the dataset name, column three shows the line of code, and column four show the number of instances and defects. The line of code (LOC) it was also introduced.

Table 2 lists the characteristics of the dataset. Columns 1 and 3 include the feature Ids (F.ID), while columns 2 and 4 provide the features name for all datasets.

To obtain the desired result, the input size was set to 5, the number of hidden units to 200, and the number of classes to 3. These parameters are described as follows:

— The series Input Layer function takes an argument called Input Size. It is the feature dimension, or the number of rows in the matrix in each cell.
— Num Hidden Units is an LSTM Layer function parameter that specifies the number of hidden units in the LSTM network.
— The argument of completely Connected Layer is the number of labels which is the number of wolves to be identified in this study.

Table 3 shows the parameters settings for the proposed algorithm. In this work, the LSTM layer is used to analyze the sequence both forward and backward. The XLS file was opened. With a total of 600 iterations, the number of

[1] Sayyad Shirabad J. and Menzies T.J. PROMISE Repository of Software Engineering Databases, School of Information Technology and Engineering, University of Ottawa, Canada. 2005. Available at: http://promise.site.uottawa.ca/SERepository (accessed: 09.02.2024).

Table 1. Statistics of Dataset

D.ID	Datasets	LOC	Instance/Defect
D01	log4j-1.0	21,549	135 / 34
D02	log4j-1.2	38,191	205 / 189
D03	lucene-2.0	50,596	195 / 91
D04	lucene-2.2	63,571	247 / 144
D05	lucene-2.4	102,859	340 / 203
D06	poi-1.5	55,428	237 / 141
D07	poi-2.0	93,171	314 / 37
D08	poi-2.5	119,731	385 / 248
D09	poi-3.0	129,327	442 / 281
D10	synapse-1.0	159,254	440 / 71
D11	synapse-1.1	42,302	222 / 60
D12	synapse-1.2	53,500	256 / 86
D13	velocity-1.4	51,713	196 / 147
D14	velocity-1.6	57,012	229 / 78
D15	xalan-2.4	225,088	723 / 110
D16	xalan-2.5	304,860	803 / 387
D17	xalan-2.6	411,737	885 / 411
D18	xerces-1.2	159,254	440 / 71
D19	xerces-1.3	167,095	453 / 69
—	Total	2,306,238	7,147 / 2,858

Table 2. Features in the datasets

F.ID	Features name	F.ID	Features name
1	wmc	11	moa
2	dit	12	mfa
3	noc	13	cam
4	cbo	14	ic
5	rfc	15	cbm
6	lcom	16	amc
7	lcom3	17	ca
8	npm	18	ce
9	loc	19	max_cc
10	dam	20	avg_cc

search agents was limited to 40. The details of the chosen benchmark function were loaded.

Table 4 defined all the layers of the network. We specify the classifier' training options. Set Max Epochs to 7, and the network will iteratively run over the training data seven times. We chose a batch size of 27 to allow the network to evaluate 13 training signals at the same time. Plots can be set to "training-progress" to show training progress as the number of iterations grows. We set verbose to false to avoid producing the table output that matches the data given in the visual. We use the same mini-batch size as for training to categorize the test data, which is then used to determine the prediction accuracy. The WOA strategy is used in this study to maximize the network optimal weight by searching through the identified agents as indicated during design.

Table 3. Parameters Settings for the proposed algorithm

Parameter	Settings
Sequence Input Layer	4
LSTM Layer	100
Fully Connected Layer	2
SoftMax Layer	1
Classification Layer	1
Max Epochs	7
Mini Batch Size	27
Verbose	False
Learn Rate Schedule	Piecewise
Maximum Iterations	600
input Size	5
Num Hidden Units	200
Num Classes	2

Table 4. Parameter Settings

Parameter	Setting
Layer of Sequence Input	Input size
The LSTM Layer	2
Layer Completely Connected	1
Softmax Layer	1
Classification Layer	1
Max Epochs	7
Mini Batch Size	27
Gradient Threshold	1
Verbose	False
Execution Environment	CPU

Evaluation Parameters and Performance Metrics

Following implementation, the suggested system will be evaluated based on its performance. The performance parameters for this work include accuracy, convergence speed, and precision score. These parameters are computed mathematically as follows:

Accuracy: This performance metric is concerned with the model correct prediction, and it may be stated as:

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + FP + FN + TN}.$$

Precision: Precisions tell you how exact or accurate your model is in terms of anticipated positives and how many of them are true positives. When the cost of false positives is substantial, precision is a good metric to use. It can be stated numerically as:

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP}.$$

Recall: Recall seeks to determine what percentage of true positives was accurately detected. It is written mathematically as:

$$\text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}.$$

F1: is a function of accuracy and recall; it may be more appropriate to use when we want to strike a balance between precision and memory and there is an even class distribution (a high number of genuine negatives). It can be stated numerically as:

$$\text{F1} = 2\frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}.$$

Where TP (True Positive) shows whether instances where the actual class of the data point was 1 (true) and the projected class was also 1 (true)?

TN (True Negative) shows whether instances where the actual class of the data point was 0 (false) and the projected class was also 0 (false)?

FP (False Positive) shows whether instances where the actual class of the data point was 0 (false) and the expected class was 1 (true)?

FN (False Negative) shows whether instances when the actual class of the data point was 1 (true) and the predicted class was 0 (false)?

Result and Discussion

We use a static analysis-based evaluation sub-module to benchmark the DL architectures. On publicly available datasets containing collected samples, the performance of numerous traditional ML and DL methods for SDP is studied. In this part, the proposed methodologies were tested against the most extensively used software defect classification approach (CNN) on benchmark datasets. Precision, recall, accuracy, and F1 were all recorded for each one. The study was carried out on a system powered by an Intel Core i7 processor. The simulation output is evaluated and compared in three stages, beginning with accuracy and progressing to training performance.

From Table 5, each of the evaluation metrics (accuracy, precision, recall and F1) was reported between 0 and 100. In each case, the higher is the value the better is the model performance. It is quite obvious that the proposed system achieved the best performance in terms of accuracy, precision, recall and F1.

Classification Accuracy

The three DL algorithms used in this study had the highest accuracy. In addition, the suggested system produced a higher classification accuracy of 0.975 on the DO2 software defect data than the other classical CNN systems utilized by [6] and [10], which reached 0.922 and 0.942, respectively. This means that the suggested model outperformed the most recent DL approach in accurately predicting the presence of faults. Fig. 2 compares the suggested model performance to that of the existing CNN approach.

Precision

On the DO2 software defect data, the suggested system achieved the highest precision score of 0.968 when compared to the other classical CNN algorithms utilized by [6] and [10], which achieved accuracy of 0.952 and 0.902, respectively.

From the Fig. 3, we can see that the proposed system achieved the best precision score of 0.968 on the DO2 software defect data compare to the other classical CNN approaches used by [6] and [10] which achieved accuracy of 0.952 and 0.902, respectively.

Recall

The suggested method had the highest precision score of 0.989 on the DO2 software defect data when compared to the other classical CNN systems utilized by [6] and [10] which had accuracy of 0.962 and 0.910, respectively. However, precision and recall are sometimes merged into a single statistic known as the F1 which strikes a compromise between the two.

As seen from the Fig. 1, the proposed system achieved the best precision score of 0.989 on the DO2 software defect data compare to the other classical CNN approaches

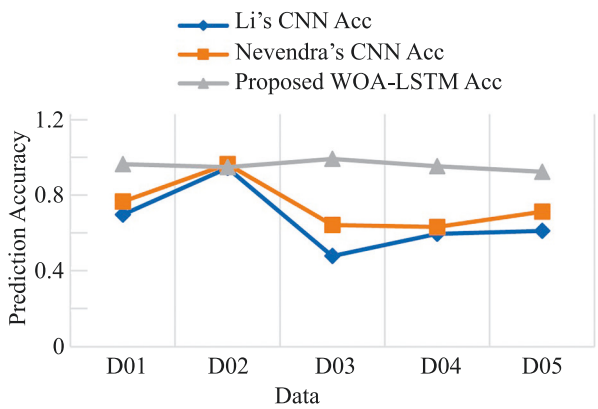


Fig. 2. Classification accuracy for all methods

Table 5. Performance comparison with classical CNN architectures on the same dataset

Data	Li's CNN				Nevendra's CNN				Proposed WOA-LSTM			
	Acc	Pre	Rec	F1	Acc	Pre	Rec	F1	Acc	Pre	Rec	F1
D01	0.682	0.623	0.533	0.574	0.748	0.756	0.778	0.767	**0.942**	**0.951**	**0.936**	**0.923**
D02	**0.922**	**0.902**	**0.910**	**0.906**	**0.942**	**0.952**	**0.962**	**0.957**	**0.975**	**0.968**	**0.989**	**0.978**
D03	0.468	0.528	0.570	0.548	0.628	0.638	0.646	0.642	**0.969**	**0.927**	**0.932**	**0.930**
D04	0.583	0.573	0.568	0.570	0.618	0.658	0.648	0.653	**0.931**	**0.941**	**0.936**	**0.925**
D05	0.597	0.586	0.592	0.589	0.697	0.721	0.732	0.726	**0.903**	**0.974**	**0.932**	**0.926**
Average	0.666	0.664	0.670	0.666	0.775	0.782	0.790	0.786	**0.934**	**0.952**	**0.935**	**0.926**

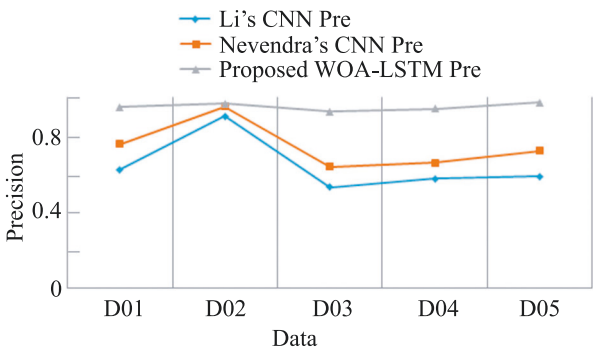


Fig. 3. Precision for all methods

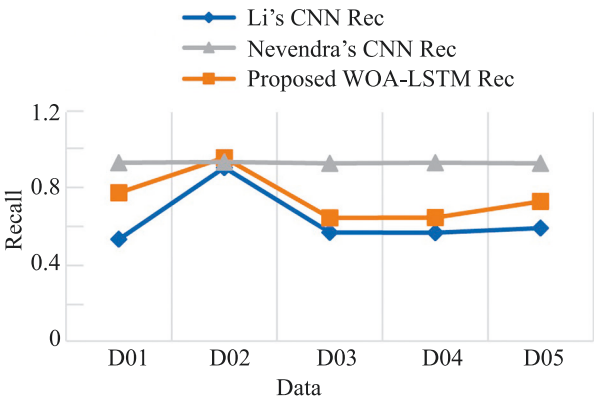


Fig. 4. Recall for all method

used by [6] and [10] which achieved accuracy of 0.962 and 0.910, respectively.

F1

On the DO2 software defect data, the suggested system achieved the highest F1 of 0.978 when compared to the other classical CNN systems utilized by [6] and [10], which achieved 0.957 and 0.906, respectively.

From Fig. 5, the proposed system achieved the best F1 of 0.978 on the DO2 software defect data compare to the other classical CNN approaches used by [6] and [10] which achieved accuracy of 0.957 and 0.906, respectively.

In general, it can be clearly noticed that our proposed method (WOA-LSTM in Fig. 6) achieved the highest accuracy with 0.934, precision 0.952, recall 0.935, and F1 with 0.926, irrespective of the software defect datasets used. Compared to the existing CNN in [6], which achieved

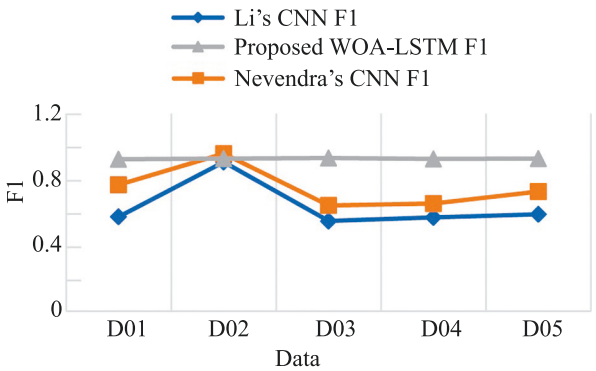


Fig. 5. F1 for all methods

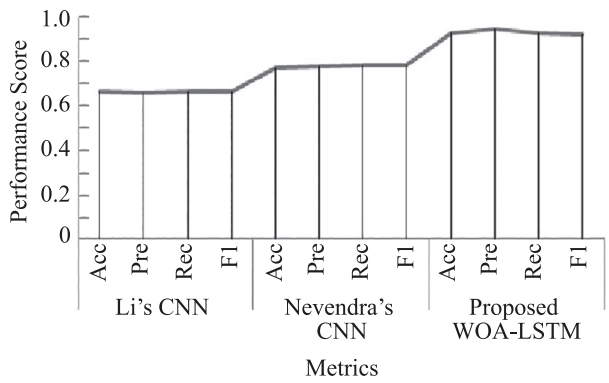


Fig. 6. Average performance score for all methods

the values: accuracy 0.666, precision 0.664, recall 0.67, and F1 0.666 (Li's CNN in Fig. 6); and existing CNN in [10] which achieved the values: accuracy 0.775, precision 0.782, recall 0.79, and F1 0.786 (Nevendra's CNN in Fig. 6).

Computational Complexity

The recommended model, WOA-LSTM, achieved the fastest run time of 112 s, beating 195 s in [6], and CNN 203 s in [10]. This means that the proposed technique significantly accelerated network training while also providing a more efficient DL model for early detection of software flaws. After ten separate runs, the average performance for the scenario of algorithm execution time is shown. The testing of the three techniques on DO2 software data is depicted in Fig. 7.

Discussion

This study presents an optimized DL technique, specifically the LSTM employing WOA, to improve the prediction performance of software problems.

Limitation

The research was limited to a simulation technique and did not cover model upgrades, integration with development tools, or developer cooperation. As a result, real-world deployment must be thoroughly investigated. Future research will look into the practical issues of deploying LSTM-based defect prediction models in real-world software development environments. Researchers might focus on making LSTM models more interpretable in the future, allowing developers and testers to understand why particular predictions are generated. The research relied on limited or specific datasets, which may have resulted in a lack of diversity in terms of software projects,

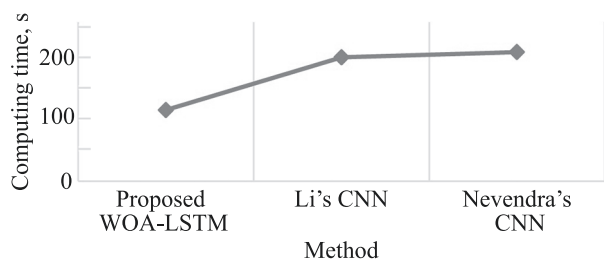


Fig. 7. Average converging time for all algorithms

programming languages, or sectors. This shortcoming may limit the suggested method applicability to numerous real-world settings. The study may have drawbacks due to the proposed method sensitivity to hyper parameters or specific setups. It may be necessary to investigate the method resilience in relation to different parameter values further.

The study provided an optimized DL methodology based on the WOA; however, it did not provide a full comparison to other state-of-the-art defect prediction models or approaches. The proposed method computing requirements may be a limitation. Future research could look at combining the proposed improved DL method with ensemble techniques. It would be possible to investigate how integrating various models could improve defect prediction accuracy and robustness. Future research should look on ways to make the model decisions more visible and intelligible, allowing software programmers to better grasp the reasoning behind defect predictions. An area of interest could be the development of a real-time defect prediction framework based on the optimal DL algorithm. LSTM could be used in SDP research to detect, mitigate, and assure fairness and ethical issues.

Recommendation

It is recommended in the future to look at transfer learning approaches that allow pretrained LSTM models (for example, on one project or domain) to be fine-tuned for defect prediction on various projects or domains. This may eliminate the requirement for large labeled datasets for each project. In the future, we should address the issue of imbalanced datasets in software prediction. Imbalanced datasets are widespread in this domain; therefore, research into how to employ LSTM networks successfully for such datasets is critical. This research also recommends investigating in the future how LSTM models may capture and use time-related features of software development. Understanding how historical data affects future defect prediction might be useful as software projects change over time. We also recommend in the future looking into incorporating diverse data modalities (for example, source code, bug reports, and version history) into LSTM-based models for defect prediction. Combining data from many sources has the potential to improve prediction accuracy.

Creating methods for estimating the uncertainty or confidence associated with LSTM-based predictions. Understanding when the model is uncertain might be essential for making decisions. The research also strongly recommends investigating ways to adapt LSTM models to changing software projects. In actuality, software projects grow, and models should be able to react to new data without retraining extensively. Look into approaches for protecting sensitive software data while utilizing LSTM models for fault prediction. It is critical to follow data protection regulations. Conduct comparative studies that compare LSTM-based approaches to other ML and classical defect prediction techniques in order to better understand the strengths and drawbacks of LSTM in various contexts. Investigate how LSTM models can be integrated into human-in-the-loop defect prediction systems, which combine machine predictions with human expertise.

Conclusion

The suggested system is an LSTM taught with the WOA to reduce training time while improving DL model efficacy and detection rate. In general, we can conclude that the suggested model runs in less than 2 minutes on the DO2 datasets. CNN was revealed to be the most sluggish [10] of all the algorithms tested. The WOA successfully limits premature convergence toward local optima and establishes the appropriate values for the LSTM weights and biases, which accounts for the technique's success. The results demonstrated that the WOA can increase convergence speed. The basic mechanism that helped this algorithm avoid the multiple local solutions to the difficulty of training DL algorithms was the random selection of prey in each selection. The property is inherited by the WOA-based trainer, which outperforms all classical CNN algorithms.

References

1. Wunsch A., Liesch T., Broda S. Groundwater level forecasting with artificial neural networks: a comparison of long short-term memory (LSTM), convolutional neural networks (CNNs), and non-linear autoregressive networks with exogenous input (NARX). *Hydrology and Earth System Sciences*, 2021, vol. 25, no. 3, pp. 1671–1687. https://doi.org/10.5194/hess-25-1671-2021
2. Conneau A., Schwenk H., Barrault L., Lecun Y. Very deep convolutional networks for text classification. *Proc. of the 15th Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics: Vol. 1, Long Papers*, 2017, pp. 1107–1116. https://doi.org/10.18653/v1/e17-1104
3. Aljarah I., Faris H., Mirjalili S. Optimizing connection weights in neural networks using the whale optimization algorithm. *Soft Computing*, 2018, vol. 22, no. 1, pp. 1–15. https://doi.org/10.1007/s00500-016-2442-1
4. Lipton Z.C., Berkowitz J., Elkan Ch. A critical review of recurrent neural networks for sequence learning. *arXiv*, 2015, arXiv:1506.00019. https://doi.org/10.48550/arXiv.1506.00019
5. Xu Z., Li S., Xu J., Liu J., Luo X., Zhang Y., Zhang T., Keung J., Tang Y. LDFR: Learning deep feature representation for software defect prediction. *Journal of Systems and Software*, 2019, vol. 158, pp. 110402. https://doi.org/10.1016/j.jss.2019.110402

Литература

1. Wunsch A., Liesch T., Broda S. Groundwater level forecasting with artificial neural networks: a comparison of long short-term memory (LSTM), convolutional neural networks (CNNs), and non-linear autoregressive networks with exogenous input (NARX) // Hydrology and Earth System Sciences. 2021. V. 25. N 3. P. 1671–1687. https://doi.org/10.5194/hess-25-1671-2021
2. Conneau A., Schwenk H., Barrault L., Lecun Y. Very deep convolutional networks for text classification // Proc. of the 15th Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics: Vol. 1, Long Papers, 2017. P. 1107–1116. https://doi.org/10.18653/v1/e17-1104
3. Aljarah I., Faris H., Mirjalili S. Optimizing connection weights in neural networks using the whale optimization algorithm // Soft Computing. 2018. V. 22. N 1. P. 1–15. https://doi.org/10.1007/s00500-016-2442-1
4. Lipton Z.C., Berkowitz J., Elkan Ch. A critical review of recurrent neural networks for sequence learning // arXiv. 2015. arXiv:1506.00019. https://doi.org/10.48550/arXiv.1506.00019
5. Xu Z., Li S., Xu J., Liu J., Luo X., Zhang Y., Zhang T., Keung J., Tang Y. LDFR: Learning deep feature representation for software defect prediction // Journal of Systems and Software. 2019. V. 158. P. 110402. https://doi.org/10.1016/j.jss.2019.110402

6. Li Z., Jing X.Y., Zhu X. Progress on approaches to software defect prediction. *IET Software*, 2018, vol. 12, no. 3, pp. 161–175. https://doi.org/10.1049/iet-sen.2017.0148
7. Dos Santos G.E., Figueiredo E. Failure of one, fall of many: An exploratory study of software features for defect prediction. *Proc. of the IEEE 20th International Working Conference on Source Code Analysis and Manipulation (SCAM)*, 2020, pp. 98–109. https://doi.org/10.1109/SCAM51674.2020.00016
8. Zain Z.M., Sakri S., Ismail N.H.A., Parizi R.M. Software defect prediction harnessing on multi 1-dimensional convolutional neural network structure. *Computers, Materials and Continua*, 2022, vol. 71, no. 1, pp. 1521. https://doi.org/10.32604/cmc.2022.022085
9. Chen L., Fang B., Shang Z., Tang Y. Tackling class overlap and imbalance problems in software defect prediction. *Software Quality Journal*, 2018, vol. 26, no. 1, pp. 97–125. https://doi.org/10.1007/s11219-016-9342-6
10. Nevendra M., Singh P. Software defect prediction using deep learning. *Acta Polytechnica Hungarica*, 2021, vol. 18, no. 10, pp. 173–189. https://doi.org/10.12700/aph.18.10.2021.10.9
11. Ahmad A., Musa K.I., Zambuk F.U., Lawal M.A. Optimizing connection weights in a Long Short-Term Memory (LSTM) using Whale Optimization Algorithm (WOA): A review. *Journal of Science, Technology and Education*, 2022, vol. 10, no. 3, pp. 362–373.
12. Hochreiter S., Schmidhuber J. Long short-term memory. *Neural computation*, 1997, vol. 9, no. 8, pp. 1735–1780. https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735

6. Li Z., Jing X.Y., Zhu X. Progress on approaches to software defect prediction // IET Software. 2018. V. 12. N 3. P. 161–175. https://doi.org/10.1049/iet-sen.2017.0148
7. Dos Santos G.E., Figueiredo E. Failure of one, fall of many: An exploratory study of software features for defect prediction // Proc. of the IEEE 20th International Working Conference on Source Code Analysis and Manipulation (SCAM). 2020. P. 98–109. https://doi.org/10.1109/SCAM51674.2020.00016
8. Zain Z.M., Sakri S., Ismail N.H.A., Parizi R.M. Software defect prediction harnessing on multi 1-dimensional convolutional neural network structure // Computers, Materials and Continua. 2022. V. 71. N 1 . P. 1521. https://doi.org/10.32604/cmc.2022.022085
9. Chen L., Fang B., Shang Z., Tang Y. Tackling class overlap and imbalance problems in software defect prediction // Software Quality Journal. 2018. V. 26. N 1. P. 97–125. https://doi.org/10.1007/s11219-016-9342-6
10. Nevendra M., Singh P. Software defect prediction using deep learning // Acta Polytechnica Hungarica. 2021. V. 18. N 10. P. 173–189. https://doi.org/10.12700/aph.18.10.2021.10.9
11. Ahmad A., Musa K.I., Zambuk F.U., Lawal M.A. Optimizing connection weights in a Long Short-Term Memory (LSTM) using Whale Optimization Algorithm (WOA): A review // Journal of Science, Technology and Education. 2022. V. 10. N 3. P. 362–373.
12. Hochreiter S., Schmidhuber J. Long short-term memory // Neural computation. 1997. V. 9. N 8. P. 1735–1780. https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735

Authors

Anes Aliyu Aihong — BSc, Abubakar Tafawa Balewa University (ATBU), Bauchi, 740272, Nigeria, https://orcid.org/0009-0009-5169-7593, Anesaliyu123@gmail.com

Badamasi Imam Ya'u — PhD, Senior Lecturer, Abubakar Tafawa Balewa University (ATBU), Bauchi, 740272, Nigeria, https://orcid.org/0000-0002-2710-8973, biyau@atbu.edu.ng

Usman Ali — PhD, Lecturer, Federal College of Education (Technical), Gomber, 760101, Nigeria, https://orcid.org/0000-0001-9645-3642, usmanali@fcetgombe.edu.ng

Abuzairu Ahmad — MSc, Abubakar Tafawa Balewa University (ATBU), Bauchi, 740272, Nigeria, https://orcid.org/0000-0003-0229-739X, Abuzairuahmad2020@gmail.com

Mustapha Abdulrahman Lawal — PhD, Principal Scientist, Abubakar Tafawa Balewa University (ATBU), Bauchi, 740272, Nigeria, https://orcid.org/0000-0002-1037-2022, musbaida@gmail.com

Авторы

Алию Айхонг Анес — студент, Университет Абубакара Тафавы Балева (ATBU), Баучи, 740272, Нигерия, https://orcid.org/0009-0009-5169-7593, Anesaliyu123@gmail.com

Имам Яу Бадамаси — PhD, старший преподаватель, Университет Абубакара Тафавы Балева (ATBU), Баучи, 740272, Нигерия, https://orcid.org/0000-0002-2710-8973, biyau@atbu.edu.ng

Али Усман — PhD, преподаватель, Федеральный педагогический колледж (технический), Гомбе, 760101, Нигерия, https://orcid.org/0000-0001-9645-3642, usmanali@fcetgombe.edu.ng

Ахмад Абузайру — студент, Университет Абубакара Тафавы Балева (ATBU), Баучи, 740272, Нигерия, https://orcid.org/0000-0003-0229-739X, Abuzairuahmad2020@gmail.com

Абдулрахман Лаваль Мустафа — PhD, главный научный сотрудник, Университет Абубакара Тафавы Балева (ATBU), Баучи, 740272, Нигерия, https://orcid.org/0000-0002-1037-2022, musbaida@gmail.com

Received 30.10.2023
Approved after reviewing 21.01.2024
Accepted 22.03.2024

Статья поступила в редакцию 30.10.2023
Одобрена после рецензирования 21.01.2024
Принята к печати 22.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-230-240
УДК 004.8

Гарантированное обнаружение структурных аномалий в потоковых данных с использованием метода RRCF: выбор параметров обнаружителя и его стабилизация в условиях аддитивных шумов

Андрей Владимирович Тимофеев✉

ТОО «Эквалайзум», Астана, 010000, Казахстан
timofeev.andrey@gmail.com✉, https://orcid.org/0000-0001-7212-5230

Аннотация
Введение. Предложены метод стабилизации обнаружения структурных аномалий в условиях аддитивных шумов, а также алгоритм формального выбора параметров решающего правила в обнаружителе структурных аномалий на основе метода Robust Random Cut Forest (RRCF). **Метод.** В рамках разработанного метода, для стабилизации процесса обнаружения структурных аномалий в условиях воздействия аддитивных шумов, предложено подавать на вход RRCF-обнаружителя поток данных, который предварительно обработан одним из методов цифровой фильтрации. При этом правило принятия решения об обнаружении аномалии строго формализовано и прозрачно интерпретируется. **Основные результаты.** Формализован выбор параметров стабилизированного методами предварительной фильтрации данных входного потока обнаружителя аномалий на базе RRCF. Параметр обнаружителя, выбранный в рамках предложенный схемы, гарантирует априорно заданную верхнюю границу для вероятности ложной тревоги при принятии решения об обнаружении структурной аномалии. Это свойство строго доказано и оформлено в виде теоремы. Эффективность работы стабилизированного RRCF-обнаружителя аномалий исследована численным методом. Достигнутые результаты подтверждают работоспособность рассмотренного подхода при условии выбора порога обнаружения предложенным способом. Приведен пример практического использования предложенного RRCF-обнаружителя. **Обсуждение.** Разработанный подход перспективен для обнаружения структурных аномалий в условиях зашумления наблюдений аддитивной помехой, в случае, когда важно гарантировать верхнюю границу для вероятности ложной тревоги. В частности, подход может найти применение при контроле технологических режимов прокачки жидкости в трубопроводных системах или в системах обнаружения предотказных состояний технологического оборудования.

Ключевые слова
Robust Random Cut Forest, обнаружение структурных аномалий, потоковая обработка данных, гарантированное обнаружение аномалий

Ссылка для цитирования: Тимофеев А.В. Гарантированное обнаружение структурных аномалий в потоковых данных с использованием метода RRCF: выбор параметров обнаружителя и его стабилизация в условиях аддитивных шумов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 230–240. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-230-240

Guarantee structural anomaly detection in streaming data using the RRCF model: selection of detector parameters and its stabilization under additive noise conditions

Andrey V. Timofeev✉

LLP “EqualiZoom”, Astana, 010000, Kazakhstan
timofeev.andrey@gmail.com✉, https://orcid.org/0000-0001-7212-5230

Abstract
A method for stabilizing structural anomaly detection under additive noise conditions as well as an algorithm for formal selection of the parameters of the solver rule in the structural anomaly detector based on the Robust Random Cut Forest

© Тимофеев А.В., 2024

(RRCF) method are proposed. In the framework of the developed approach, in order to stabilize the process of structural anomaly detection under the influence of additive noise, it is proposed to feed to the input of the RRCF-detector a data stream which is pre-processed by one of the digital filtering methods. In this case, the decision rule for anomaly detection is strictly formalized and transparently interpreted. The selection of parameters of the RRCF-based anomaly detector stabilized by pre-filtering methods of the input data stream is formalized. The RRCF-detector parameters choice within the proposed scheme guarantees a predetermined upper bound for the false alarm probability when deciding to detect a structural anomaly. This property is rigorously proved and formalized as a theorem. The performance of the stabilized RRCF-detector is investigated numerically. The achieved results confirm the performance of the proposed approach provided that the detection threshold is selected in the way proposed in this paper. An example of practical application of the proposed method is presented. The developed approach is promising for the detection of structural anomalies in conditions of observation additive noise, in a situation where it is important to guarantee an upper bound for the probability of false alarm. In particular, the approach can find application in monitoring technological regimes of liquid pumping in pipeline systems or in systems for detecting pre-failure states of technological equipment.

Keywords
Robust Random Cut Forest, structural anomaly detection, streaming data processing, guaranteed anomaly detection

For citation: Timofeev A.V. Guarantee structural anomaly detection in streaming data using the RRCF model: selection of detector parameters and its stabilization under additive noise conditions. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 230–240 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-230-240

Введение

Проблема оперативного обнаружения аномалий в непрерывном потоке данных часто встречается на практике, например, в системах контроля технологических процессов, при обнаружении мошенничества (fraud) в банковских транзакциях, для обеспечения безопасности телекоммуникационных сетей, а также в других прикладных областях [1–12]. В ряде случаев, практически приемлемый уровень показателей эффективности решения данной задачи обеспечивают классические методы, основанные на обнаружении разладки случайных процессов (change point detection), а также методы, основанные на использовании машинного обучения («one class SVM» и др.). Всем этим методам характерны как достоинства, так и недостатки. Основным недостатком этих методов является сравнительно низкая чувствительность к малоамплитудным структурным аномалиям, когда по амплитудно-частотным характеристикам аномалия отличается от нормы незначительно. Частично эти недостатки способен компенсировать сравнительно новый метод **ансамблевого обнаружения аномалий**, который называется Robust Random Cut Forest (RRCF) [13]. В настоящей работе исследовано несколько важных свойств данного метода, сформирована методика определения его параметров, а также изучены способы стабилизации процесса обнаружения аномалий в условиях аддитивных шумов, отличных от классического метода стабилизации «bagging» [14]. Под стабилизацией понимается внесение в метод RRCF определенных алгоритмических дополнений, которые обеспечивают сохранение способности данного метода к эффективному обнаружению структурных аномалий при наличии аддитивного центрированного шума наблюдений с конечной дисперсией.

Определения и постановка задачи

Пусть в моменты времени $T = (t_0, t_1, \ldots)$ выполнены измерения случайного процесса $z(t)$, $\forall t \in T$: $z(t) \in Z$, где множество Z — априорно задано. Существуют априорно неизвестные величины $\tau_1, \tau_2 \in T$ такие, что для некоторых функций ρ, g ($\rho \neq g$) допустима запись:

$$z(t) = \begin{cases} g(t) + \xi(t), \ t \notin [\tau_1, \tau_2] \\ \rho(t) + \xi(t), \ t \in [\tau_1, \tau_2] \end{cases}, \ t \in T,$$

где функции ρ, g — неизвестны; $\xi(t)$ — шумовой случайный процесс с неизвестным распределением; $\mathbf{E}\xi(t) = 0$, $\mathbf{E}\xi^2(t) = \sigma^2 < \infty$; $\underset{t \neq k}{\forall}\ \mathbf{E}\xi(t)\xi(k) = 0$; σ — величина неизвестна. Здесь и далее $\mathbf{E}(x)$ — математическое ожидание величины x, а $\mathbf{P}(\omega)$ — вероятность события ω.

Необходимо создать решающее правило $\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\})$ такое, что

$$[\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\}) = true] \Rightarrow [t \in \mathrm{o}_\varepsilon([\tau_1, \tau_2])],$$

$$[\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\}) = false] \Rightarrow [t \notin \mathrm{o}_\varepsilon([\tau_1, \tau_2])],$$

а для априорно заданной величины $\alpha \in \,]0, 1[$ имеет место следующее неравенство:

$$\mathbf{P}(\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\}) = true | t \notin \mathrm{o}_\varepsilon([\tau_1, \tau_2])) \leq \alpha, \quad (1)$$

где $\mathrm{o}_\varepsilon([\tau_1, \tau_2])$ — ε-окрестность замкнутого интервала $[\tau_1, \tau_2]$, где $\mathrm{o}_\varepsilon([\tau_1, \tau_2]) = \mathrm{o}_\varepsilon([\tau_1 - \varepsilon, \tau_2 + \varepsilon])$ для некоторой, достаточно малой величины $\varepsilon > 0$; θ — порог принятия решения, величина которого зависит от функции g и априорно неизвестной константы σ.

Процесс $\Phi_T = \{z(t) | t \notin [\tau_1, \tau_2]\}$ назовем **базовым** (фоновым) процессом, а процесс $\mathrm{A}_T = \{z(t) | t \in [\tau_1, \tau_2]\}$ — **аномалией**.

Robust Random Cut Forest для обнаружения аномалий

В основе метода RRCF лежит идея оперативного контроля сложности анализируемого фрагмента потока наблюдений, которая является новой для задач данного класса [13]. В последние годы метод RRCF часто используется на практике [15, 16]. Допустим, что аномалия представляет собой редкое событие, тогда

можно считать, что в основу функционирования RRCF положена следующая последовательность шагов.

1. Формируется лес F (F-ансамбль) из бинарных деревьев. Число деревьев и листьев в каждом дереве являются настроечными параметрами, которые адаптируются под анализируемый процесс.
2. При поступлении партии новых наблюдений (точек) формируется сдвигающееся окно, состоящее из точек, которые вставляются в каждое дерево из F-ансамбля с использованием формального метода — «вставка в бинарное дерево». Напомним, что каждый узел в бинарном дереве представляет собой «признак разделения», который является способом разделения пространства наблюдений на два подмножества. В случае бинарного дерева каждый узел может быть «левым» или «правым», что соответствует двум возможным значениям признака разделения. Когда реализуется операция вставки новой точки в бинарное дерево, всегда выбирается признак разделения для этой точки на основе некоторой стратегии. При использовании метода RRCF, признак разделения выбирается случайным образом из всех возможных вариантов. Такой метод выбора служит для обеспечения устойчивости к изменениям в данных, в рамках bagging-идеологии. Таким образом, операция «вставка в бинарное дерево» осуществляется для случайно выбранного признака разделения. В итоге все деревья из F-ансамбля модифицируются различным способом. Постепенно в структуре F-ансамбля отображается фоновая (нормальная) модель процесса Φ_T. Через некоторое время, в зависимости от темпа поступления входных данных, фоновая модель будет обучена инкрементальным методом. Другими словами, F-ансамбль будет настроен на норму Φ_T, причем сложность нормы известна и определена структурой инкрементально обученного F-ансамбля.
3. Окно из точек сдвигается на шаг по времени и производится оценка того, насколько изменилась сложность модели после добавления группы точек из окна? Если оцененная сложность модели превысила некоторый порог, считается, что в окне содержатся точки, соответствующие аномалии. Таким образом, сложность анализируемой порции точек (измерений) значимо отлична от сложности F-ансамбля и в результате можно сделать вывод о наличии аномалии.

В качестве функции, измеряющей сложность модели, используется некоторая функция, определенная для каждой вершины дерева и зависящая от его глубины, которая называется коллизионным перемещением (Collusive Displacement, *CoDisp*). В случае, если функция *CoDisp* определяется для группы точек, образующих сдвиговое окно, величина *CoDisp* сначала вычисляется для каждой точки (по всему F-ансамблю), а в качестве итога рассчитывается среднее значение по всем точкам. Фактически функция *CoDisp* представляет собой меру ранжирования вершин внутри дерева, которое в зависимости от величины некоторого порога θ, позволяет отделить аномальные измерения от нормальных. В рамках метода RRCF, при выборе порогового значения θ для величины *CoDisp* практически определяется то, какие вершины будут считаться аномалиями, в частности, к множеству аномальных относятся все вершины, для которых функция *CoDisp* > θ. Чем ниже порог θ, тем больше вершин считаются аномалиями, и наоборот. В ряде научных работ, где рассмотрен метод RRCF, **не приводится** методика выбора порога θ, поэтому данная методика представлена в настоящей работе.

Напомним, что операция insert_point (вставка новой точки в бинарное дерево *Tr*) описывается следующей последовательностью действий.

1. Процедура начинается с корня дерева.
2. Значение вставляемой точки сравнивается с текущим узлом. Если значение меньше, точка сдвигается влево (в направлении «левого» поддерева), если больше — вправо (в направление «правого» поддерева).
3. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет найден пустой узел (либо узел, в котором нет ни одного из потомков), куда и вставляется новая точка.

На практике операция insert_point означает создание нового узла и добавление его в дерево в соответствии с правилами бинарного дерева. Как следует из [13], в отличие от стандартного бинарного дерева поиска, RRCF использует механизм случайного выбора признака, по которому будет производиться разделение. При этом остальные признаки все равно участвуют в разделении, определяя какой узел будет являться родительским для новой точки. Такой подход делает метод RRCF более устойчивым к выбросам и менее чувствительным к выбору признаков. Когда новую точку данных вставляют в дерево из F-ансамбля, функция *CoDisp* вычисляет: насколько сильно включение этой точки меняет структуру дерева. Если включение новой точки значительно увеличивает сложность модели (увеличивает битовую глубину дерева), то аномальность этой точки считается более вероятной. Заметим, что для включения в бинарное дерево аномальной точки обязательно потребуется использование *большей* битовой глубины. И наоборот: для включения в бинарное дерево «нормальной» точки будет использована битовая глубина, характерная для инкрементально обученного дерева. Важно отметить и то, что вставляемые точки, которые находятся ближе к корню дерева, скорее всего не будут считаться выбросами. Это обусловлено тем, что точки ближние к корню обычно имеют больше общего с остальной частью данных, и поэтому менее вероятно то, что эти точки принадлежат аномальному процессу A_T.

Обратим внимание, что деревья в RRCF не обучаются в «традиционном» смысле: они обучаются на потоке данных по мере их поступления при условии, что поступающие данные являются нормальными (фоновыми). Иначе говоря, эти данные должны быть элементами процесса Φ_T. При этом каждая вставленная точка изменяет структуру дерева в F-ансамбле, что в свою очередь влияет на способность дерева классифицировать новые точки данных. Таким образом, вставка точки данных в дерево в RRCF является частью процесса *инкрементального обучения* модели. Из изложенного следует, что сложность модели можно представить как

сумму битовых глубин всех узлов дерева. При этом аномалия определяется как точка (группа точек), которая значительно увеличивает сложность модели при ее включении в дерево. Количественная оценка изменения сложности модели в методе RRCF может быть выражена как ожидаемое изменение битовой глубины всех листьев в дереве из F-ансамбля при удалении точки z. Такое изменение обозначим *Disp* (d-смещение). Изменение *Disp* является ключевым аспектом определения аномалий в RRCF и, согласно работе [3], принимая допущение о равновероятности деревьев $Tr \in \mathrm{F}$, определяется в виде:

$$Disp(z, Z) = \sum_{Tr, y \in Z - z} (f(y, Z, Tr) - f(y, Z - z, Tr)) \cdot |\mathrm{F}|^{-1}, \quad (2)$$

где $|\mathrm{F}|$ — мощность F-ансамбля; Z — множество измерений (точек); $f(y, Z, Tr)$ — глубина точки $y \in Z$ в бинарном дереве Tr.

В работе [3] рассмотрена важная концепция определения d-смещения, которая учитывает так называемые «дубликаты» или «близкие дубликаты» («colluders») измерений, существование которых способно маскировать наличие выбросов. Определения этих важных понятий будут даны далее по тексту. Данная концепция состоит в том, что если существует только один аномальный выброс (назовем его первым), то проблем с определением d-смещения, согласно формуле (2), нет: величина $Disp(z, Z)$ будет значительна. Проблема возникает в том случае, когда рядом с первым аномальным выбросом существует второй, близкий к первому. В этом случае d-смещение при удалении второго, в присутствии первого, будет сравнительно малым, так как при удалении из дерева второй выброс сдвинет первый внутри дерева. Такое поведение может привести к тому, что второй выброс будет *маскировать* наличие первого выброса, делая его **менее заметным** для метода RRCF. В этом случае первая и вторая аномалии называются «дубликатами» или «близкими дубликатами», для которых на английском языке используют термин «colluders». Чтобы нивелировать данную проблему, в [3] предложен концепт «Duplicate Resilience», в рамках которого осуществлена модификация формулы (2). При модификации также вычислено d-смещение (функция *CoDisp*), которое реализовано при одновременном удалении целого набора «colluders», представляющего собой множество $C_z \subseteq Z$ и находящихся рядом с целевой точкой $z \in Z$. В работе [1] функция *CoDisp* определена следующим образом:

$$CoDisp(z|Z|S|) = \\ = \mathbf{E}_{S \subseteq Z, T} \left(\max_{C_z \subseteq S} \frac{1}{|S|} \sum_{y \in S - C_z} (f(y, S, Tr) - f(y, S - C_z, Tr)) \right),$$

где $f(y, S, Tr)$ — глубина точки $y \in S \subseteq Z$ в бинарном дереве Tr, для некоторого (достаточно большого) $S \subseteq Z$; C_z — множество «colluders», соответствующих точке $z \in S \subseteq Z$. Отметим, что при условии концепта «Duplicate Resilience», элементы «colluders» соответствуют таким элементам данных, которые имеют схожую структуру или поведение, и поэтому могут быть рассмотрены в качестве *дубликатов* (или *близких дубликатов*) друг друга.

Определение функции $CoDisp(z|Z|S|)$ расширяет понятие модификации модели бинарного дерева Tr с учетом дубликатов удаляемой (добавляемой) точки, а также близких дубликатов, которые могут «замаскировать» наличие выбросов. При этом функция *CoDisp* вычисляется как ожидаемое изменение глубины точек в бинарном дереве Tr из F-ансамбля, когда набор точек C_z, содержащий интересующую нас точку z, удаляется из бинарного дерева Tr. Элементы «colluders» в этом контексте — элементы данных, которые удаляются вместе с элементом z.

Параметры и некоторые особенности метода RRCF

Основными параметрами метода RRCF являются:

— мощность F-ансамбля: $|\mathrm{F}|$;
— верхняя граница размера деревьев $Tr \in \mathrm{F}$: tree_size;
— длина сдвигового окна: shingle_size;
— порог принятия решения: θ.

Чем больше величина $|\mathrm{F}|$, тем устойчивее результат и выше вычислительные затраты. В ином случае, чем больше tree_size, тем устойчивее результат и выше вычислительные затраты. В свою очередь, чем больше shingle_size, тем больше чувствительность метода к слабовыраженным аномалиям, но при этом увеличивается величина $|o_\varepsilon([\tau_1, \tau_2])| - |\tau_1 - \tau_2| = 2\varepsilon$, т. е. падает точность оценивания интервала $[\tau_1, \tau_2]$. Выбор параметров $|\mathrm{F}|$, tree_size и shingle_size в основном определяется величинами ρ, g и σ, которые, как правило, на практике априорно неизвестны.

Однако важно то, что сам принцип построения величины *CoDisp* свидетельствует о том, что для $t \notin [\tau_1, \tau_2]$ распределение величин $CoDisp(z(t)|\cdot)$, для сравнительно небольших значений параметра σ, в общем случае должны иметь *почти стационарный* характер. Многочисленные вычислительные эксперименты подтверждают эту гипотезу.

Рассмотрим следующую модель для $CoDisp(z(t)|\cdot)$:

$$\forall t \notin [\tau_1, \tau_2]: CoDisp(z(t)|\cdot) = m(\rho, g, \sigma) + \varsigma(t). \quad (3)$$

Здесь для набора ρ, g, σ величина $m(\rho, g, \sigma) = \mathrm{const}(\rho, g, \sigma)$, а для величин $\{\varsigma(t)\}$ верно: $\mathbf{E}\varsigma(t) = 0$, $\mathbf{E}\varsigma^2(t) = \mathrm{const} < \infty$, $\forall_{k,l} \mathbf{E}\varsigma(k)\varsigma(l) = 0$. Случайная величина $\varsigma(t)$ зависит от $\{\xi(t)\}$ и ρ.

Для некоторого $\tau < \tau_1$ обозначим: $CoDisp(\tau) = \sum_{t \le \tau} CoDisp(z(t)|\cdot)\tau^{-1}$.

Теорема. Пусть:

1. допустимо представление (3);
2. для некоторого $P_c \in]0, 1[$: $\theta_\tau = CoDisp(\tau) + (1 + \tau^{-0,5}) \times \left(\frac{2\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)}{(1 - P_c)} \right)^{0,5}$.

Тогда $\mathbf{P}(CoDisp(\tau) < \theta_\tau) \ge P_c$.

Доказательство. Рассмотрим очевидное представление:

$$CoDisp(\tau) = m(\rho, g, \sigma) + \sum_{t \le \tau} \varsigma(t) \cdot \tau^{-1} = m(\rho, g, \sigma) + \varsigma(\tau).$$

На основании неравенства Чебышева имеет место следующее неравенство:

$$\mathbf{P}\left(m(\rho, g, \sigma) \le CoDisp(\tau) + \left(\frac{\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)}{\tau \cdot (1 - P_c)} \right)^{0,5} \right) \ge P_c.$$

Из которого следует неравенство:

$$\mathbf{P}\left(m(\rho, g, \sigma) \le CoDisp(\tau) + \left(\frac{2\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)}{\tau \cdot (1 - P_c)} \right)^{0,5} \right) \ge P_c.$$

Рассмотрим события w_m, $\overline{w_m}$, w_ς, $\overline{w_\varsigma}$ и w_θ, определенные следующим образом:

$$w_m\text{:} \left\{ m(\rho, g, \sigma) \le CoDisp(\tau) + \left(\frac{2\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)}{\tau \cdot (1 - P_c)} \right)^{0,5} \right\},$$

$$\overline{w_m}\text{:} \left\{ m(\rho, g, \sigma) > CoDisp(\tau) + \left(\frac{2\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)}{\tau \cdot (1 - P_c)} \right)^{0,5} \right\},$$

$$w_\varsigma\text{:} \left\{ |\varsigma(\tau)| \le \left(\frac{\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)}{(1 - P_c)} \right)^{0,5} \right\},$$

$$\overline{w_\varsigma}\text{:} \left\{ |\varsigma(\tau)| > \left(\frac{2\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)}{(1 - P_c)} \right)^{0,5} \right\},$$

$$w_\theta\text{:} \{CoDisp(\tau) < \theta_\tau\}.$$

На основании неравенства Чебышева имеют место неравенства:

$$\mathbf{P}(\overline{w_m}) \le (1 - P_c)/2,\ \mathbf{P}(\overline{w_\varsigma}) \le (1 - P_c)/2. \qquad (4)$$

Используя совместно неравенства Буля и (4), получим:

$$\begin{aligned} &\mathbf{P}(w_m w_\varsigma) \ge 1 - (\mathbf{P}(\overline{w_m}) + \mathbf{P}(\overline{w_\varsigma})) \ge \\ &\ge 1 - ((1 - P_c)/2 + (1 - P_c)/2) \ge P_c. \end{aligned} \qquad (5)$$

Очевидна импликация:

$$w_m w_\varsigma \Rightarrow w_\theta. \qquad (6)$$

Из выражений (5) и (6) следует доказываемое утверждение.□

Использование θ_τ в качестве параметра «порог принятия решения», согласно сделанным предположениям и доказательству Теоремы, гарантирует, что

$$\begin{aligned} &\mathbf{P}(\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\}) = true | t \notin o_\varepsilon([\tau_1, \tau_2])) = \\ &= \mathbf{P}(CoDisp(\tau) \ge \theta_\tau | \tau < \tau_1) \le 1 - P_c. \end{aligned}$$

Если для заданного значения α выбрать $P_c = 1 - \alpha$, то

$$\mathbf{P}(\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\}) = true | t \notin o_\varepsilon([\tau_1, \tau_2])) \le \alpha.$$

В результате выполнено условие (1) постановки задачи.

При этом правило принятия решения $\Psi(\cdot)$ имеет вид:

$$\begin{cases} (\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\}) = true) \text{ если } (CoDisp(\tau) \ge \theta_\tau) \\ (\Psi(t, \theta | \{z(t) | t \in T\}) = false) \text{ если } (CoDisp(\tau) < \theta_\tau) \end{cases}.$$

Таким образом, требования постановки задачи выполнены: правило принятия решения сформулировано, а следование этому правилу гарантирует заданную верхнюю границу для вероятности ложной тревоги.

Так как $\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)$ априорно неизвестно, эту величину следует оценить по доступным наблюдениям Φ_T. Для этих целей целесообразно использовать обычную выборочную, несмещенную оценку величины $\mathbf{E}\varsigma^2(\tau)$, которая эффективна для больших величин τ:

$$\begin{aligned} &\mathbf{Var}_\tau[CoDisp(\tau)] = \\ &= \sum_{t \le \tau} (CoDisp(\tau) - CoDisp(z(t) | \cdot))^2 (\tau - 1)^{-1}. \end{aligned}$$

В этом случае выражение для порога имеет следующий вид:

$$\tilde{\theta}_\tau = CoDisp(\tau) + (1 + \tau^{-0,5}) \left(\frac{2\mathbf{Var}_\tau[CoDisp(\tau)]}{(1 - P_c)} \right)^{0,5}. \qquad (7)$$

Для устранения негативного воздействия помех $\{\xi(t)\}$ и стабилизации метода RRCF, под которой подразумевается сохранение способности к обнаружению структурных аномалий в условиях искажения наблюдений аддитивным центрированным шумом с конечной дисперсией, предлагается применить цифровую фильтрацию к входному потоку данных. При этом, перед использованием метода RRCF, наблюдения $\{z(t)\}$ подвергаются обработке одним из заданного множества цифровых фильтров.

В качестве показателя, который характеризует стабильность RRCF при фиксированной дисперсии σ^2 аддитивного центрированного шума и использовании фильтра f предлагается использовать следующую метрику:

$$S^{(f)}(\sigma | P_\sigma^{(f)}, P_\sigma^{(0)}) = P_\sigma^{(f)} (\log_{10} 4) \log_{10} \left(\frac{2(1 + P_\sigma^{(f)})}{1 + P_\sigma^{(0)}} \right),$$

где $P_\sigma^{(f)}$ и $P_\sigma^{(0)}$ — вероятности обнаружения структурной аномалии методом RRCF в условиях искажения наблюдений аддитивным центрированным шумом с дисперсией σ^2 при использовании фильтра типа f и без использования фильтрации зашумленных наблюдений.

В дальнейшем, в том случае, когда это не вызывает неоднозначностей, вместо $S^{(f)}(\sigma | P_\sigma^{(f)}, P_\sigma^{(0)})$ будем использовать сокращенный вариант обозначения: $S^{(f)}(\sigma)$. С учетом того, что $P_\sigma^{(f)}, P_\sigma^{(0)} \in [0, 1]$ легко видеть, что $\forall_f: S^{(f)}(\sigma) \in [0, 1]$. Эта функция линейно зависит от $P_\sigma^{(f)}$ и ее величина пропорциональна логарифму величины $(1 + P_\sigma^{(f)})(1 + P_\sigma^{(0)})^{-1}$. Таким образом, величина $S^{(f)}(\sigma)$ тем больше, чем больше величина $P_\sigma^{(f)}$ превосходит $P_\sigma^{(0)}$, и наоборот. Другими словами, если вероятность обнаружения структурной аномалии с использованием фильтра f велика, и она выше, чем вероятность обнаружения этой аномалии без использования фильтра, то

показатель $S^{(f)}(\sigma)$ возрастает. Максимальное значение величины $S^{(f)}(\sigma)$ — единица. И наоборот, если вероятность обнаружения структурной аномалии с использованием фильтра f низка, и она ниже, чем вероятность обнаружения этой аномалии без использования фильтра, то показатель $S^{(f)}(\sigma)$ уменьшается. Минимальное значение величины $S^{(f)}(\sigma)$ — нуль. Таким образом, $S^{(f)}(\sigma)$ интерпретируемо характеризует эффективность использования фильтра f при стабилизации метода RRCF. Условимся называть эту метрику «обобщенным показателем стабилизации». В разделе «Численные исследования» показана иллюстрация использования различных типов фильтров f, а также предварительный анализ их эффективности.

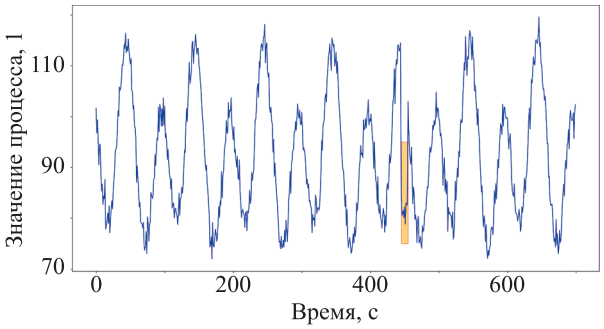


Рис. 1. Модельный процесс (при σ = 2) со слабо выраженной аномалией, которая выделена цветным прямоугольником

Fig. 1. Model process with a weak anomaly (highlighted by colored rectangle)

Численные исследования

Выбор конкретного фильтра зависит от специфики наблюдаемого процесса $\{z(t)\}$. Рассмотрим результаты использования технологии метода RRCF с параметрами: |F| = 120, tree_size = 140, shingle_size = 5. Выполним предварительную фильтрацию для следующего процесса:

— $\rho(t) = A\sin^2(Tt - T\varphi) + 0{,}5A\cos^2(T_1 t - T\varphi) + C + \xi(t)$, $A = 30$, $C = 70$, $\varphi = 20$, $T = 2\pi/100$, $T_1 = T/2$;

— $g(t) = G\cos^2(T_2 t) + \xi(t)$, $\tau_1 = 445$, $\tau_2 = 455$, $G = 90$, $T_2 = \pi/500$.

Здесь A, G — амплитудные параметры модели; t — время; C — константа уровня; T, T_1, T_2 и φ — параметры модели, определяющие ее частотно-фазовые характеристики.

Величины $\xi(t)$ распределены по нормальному закону с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением σ, σ ∈ {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. На рис. 1 представлен график этого процесса при σ = 2.

Как видно из рис. 1, аномалия **слабо выражена** и замаскирована аддитивным шумом. Исследуем распределение $CoDisp(z(t)|\cdot)$, $t \notin [\tau_1, \tau_2]$ для различных вариантов реализации цифрового фильтра. В данном эксперименте использованы следующие типы фильтров (табл. 1).

На рис. 2 представлены плотности распределения величины $CoDisp(\cdot)$ для всех вариантов фильтрации (табл. 1). Каждая секция полученных зависимостей содержит изображение плотностей распределения $CoDisp(\cdot)$, соответствующих конкретному фильтру f и σ ∈ {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Из рис. 2 видно, что плотности распределения величины $CoDisp(\cdot)$ всегда имеют унимодальный тип, с выраженной правой асимметрией (right-skewed distribution, positive skewness). С увеличением дисперсии помехи асимметрия данного типа увеличивается. Зависимости показали, что различные фильтры влияют на плотность распределения $CoDisp(\cdot)$ различным образом, с тенденцией к обострению функции распределения в области максимума. Иначе говоря: чем лучше работает фильтр, тем уже становится распределение вероятности.

Визуально, результаты работы фильтров median и order_filter выглядят предпочтительнее. Что полностью подтверждается результатами моделирования, которые показаны на рис. 3 и в табл. 2. Для получения сравнительных данных по эффективности стабилизации метода RRCF для различных фильтров выполнена серия вычислительных экспериментов, при которых для фильтров f осуществлена оценка величин $P_\sigma^{(f)}$, $P_\sigma^{(0)}$, соответствующих σ ∈ {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, а также вычислены значения $S^{(f)}(\sigma)$. Мощность каждой серии экспериментов, проводимой для уникальных f и σ, равна

Таблица 1. Используемые фильтры

Table 1. Digital filters used

Обозначение фильтра	Общие характеристики фильтра
symiirorder	сглаживающий IIR-фильтр (рекурсивный фильтр, БИХ-фильтр) с зеркально-симметричными граничными условиями с помощью каскада секций первого порядка. Параметры фильтра: C0: 2, Z1:0,01 [17]
lfilter	фильтр с конечной импульсной характеристикой (фильтр скользящего среднего). Размер гауссового окна: 4 [17]
order_filter	порядковый фильтр 4-го ранга. Маска фильтра: [–1, –1, –1, 0,1, 1,1] [17]
median	обычный медианный фильтр. Размер окна фильтра: 5 [17]
savgol	фильтр Savitzky-Golay, который применяется для сглаживания данных и устранения шума. Основан на использовании локальной полиномиальной аппроксимации. Параметры фильтра: длина окна — 12; порядок полинома — 10; режим расширения — nearest [18]
non	без фильтрации

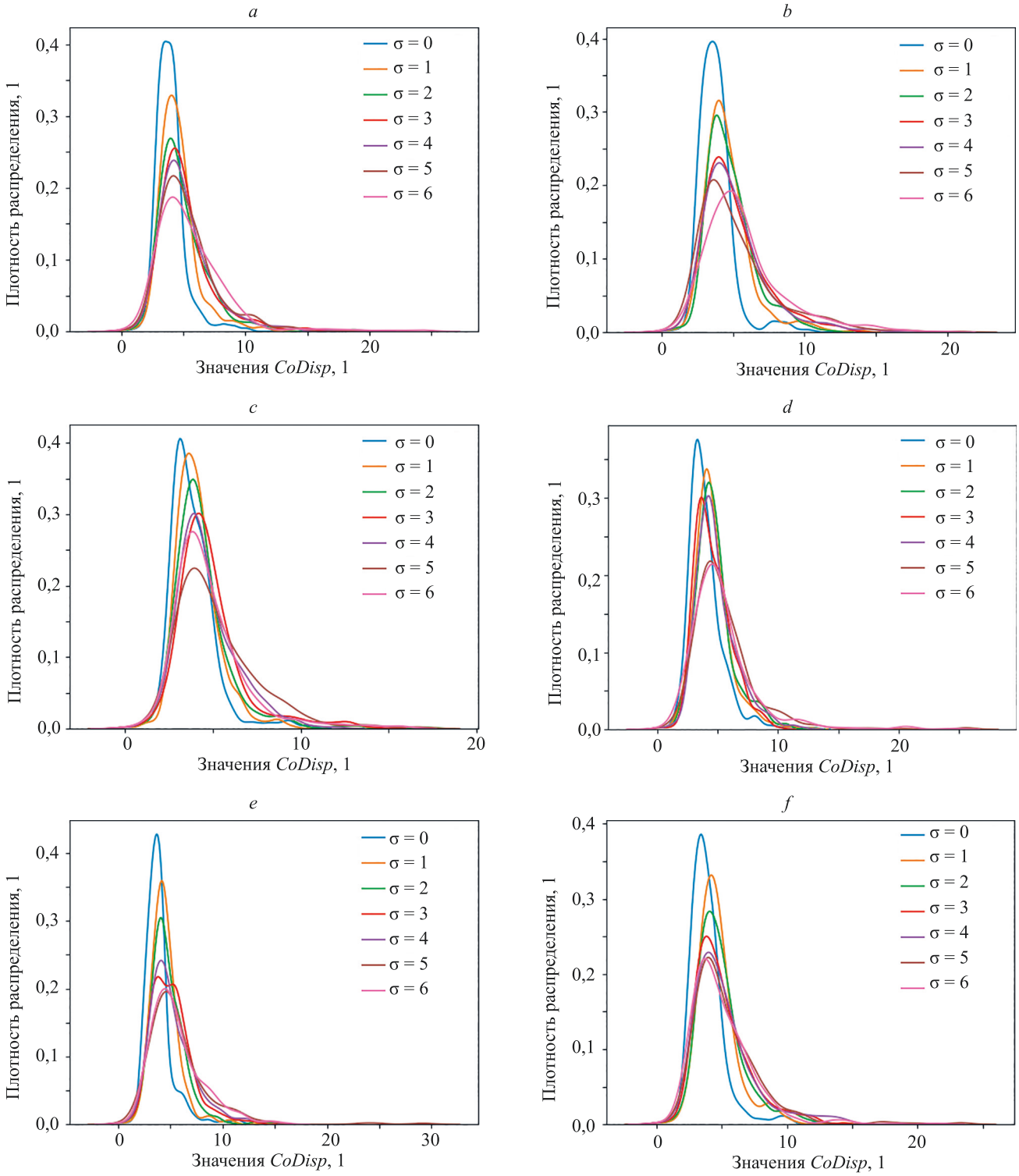


Рис. 2. Плотности распределения функции *CoDisp* при использовании различных фильтров для различных интенсивностей аддитивного шума, определяемых величиной σ: non (*a*); symiirorder (*b*); lfilter (*c*); order_filter (*d*); median (*e*); savgol (*f*)

Fig. 2. *CoDisp* distribution densities with different filters for various additive noise intensities defined by σ. Diagrams: no filters (*a*); symiirorder filter (*b*); lfilter filter (*c*); order_filter filter (*d*); median filter (*e*); savgol filter (*f*)

50. В табл. 2 представлены значения $P_{\sigma}^{(f)}$ для множества фильтров *Fs* = {non, savgol, lfilter, median, symiirorder, order_filter}, где non соответствует случаю отсутствия предварительной фильтрации. Зададим величину допустимой нижней границы $P_{per} \in [0, 1]$ для $P_{\sigma}^{(f)}$ на уровне 0,9, т. е. $P_{per} = 0{,}9$. В табл. 2 жирным шрифтом выделены значения $P_{\sigma}^{(f)}$, которые превышают P_{per}. Отметим, что данное представление результатов — одна из возможных форм представления факта обнаружения аномалии методом RRCF для разных вариантов реализации предобработки (фильтрации) входного потока измерений $\{z(t)\}$, соответствующих использованию

Таблица 2. Значения величины $P_{\sigma}^{(f)}$ для разных фильтров f и значений σ

Table 2. Values of $P_{\sigma}^{(f)}$ for various filters f and values of σ

Значение σ	Тип фильтра					
	non	savgol	lfilter	median	symiirorder	order_filter
0	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**
1	0,81	**0,98**	**0,98**	**0,98**	**0,99**	**1,00**
2	0,32	**0,95**	**0,90**	**0,97**	**0,98**	**0,99**
3	0,00	0,30	0,20	0,35	0,40	**0,98**
4	0,00	0,10	0,05	0,03	0,20	**0,96**
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,35
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

различных типов фильтров $f \in Fs$. Полученные данные свидетельствуют: результаты обнаружения аномалии данного типа для рассмотренных вариантов предобработки $f \in Fs$, при повышении интенсивности шума (величины σ), далеки от идеального. В первую очередь это обусловлено тем, что смоделированная структурная аномалия довольно слаба на фоне воздействия аддитивного шума $\{\xi(t)\}$. Тем не менее, использование фильтра order_filter позволило устойчиво обнаружить аномалию для всех $\sigma \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Ожидаемо наихудшие результаты соответствуют варианту non (полное отсутствие предобработки).

На рис. 3 представлены графики зависимостей $S^{(f)}(\sigma)$ от значений σ для фильтров $f \in Fs$. Серой пунктирной линией обозначена сглаженная допустимая нижняя граница величины обобщенного показателя стабилизации при $P_{per} = 0{,}9$ в виде $S_{per}^{(f)}(\sigma) = S^{(f)}(\sigma | P_{per}, P_{\sigma}^{(0)})$. Если $S^{(f)}(\sigma) \le S_{per}^{(f)}(\sigma)$, считается: при данном значении σ стабилизированный при помощи $f \in Fs$ метод RRCF — неэффективен. Из рис. 3 следует: наибольшую эффективность обеспечивает RRCF-обнаружитель, стабилизированный фильтром order_filter. В данном случае при $P_{per} = 0{,}9$ обеспечивается обнаружение структурной аномалии для всех $\sigma \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Фильтры savgol, lfilter, median и symiirorder показали приблизительно равную эффективность стабилизации метода, обеспечивая обнаружение аномалии для всех $\sigma \in \{0, 1, 2\}$.

В процессе выполненных расчетов порог принятия решения об обнаружении аномалии выбирался согласно выражению (7). На рис. 4 представлены варианты реализации случайной величины $CoDisp(\cdot)$, соответствующие различным фильтрам $f \in Fs$ и σ помехового процесса. Зеленая пунктирная линия обозначает порог принятия решения θ. Область реализации аномалии выделена розовым цветом.

Представленные результаты доказывают: использование фильтрации в качестве предварительной обработки данных стабилизирует метод RRCF в условиях воздействия аддитивной помехи высокой интенсивности.

Пример практического использования

Стабилизированный метод RRCF применен для обнаружения аномальных вибраций трубопроводной конструкции в системе отвода шахтных вод в криолитозоне. Давление рассола, который отводится через эту

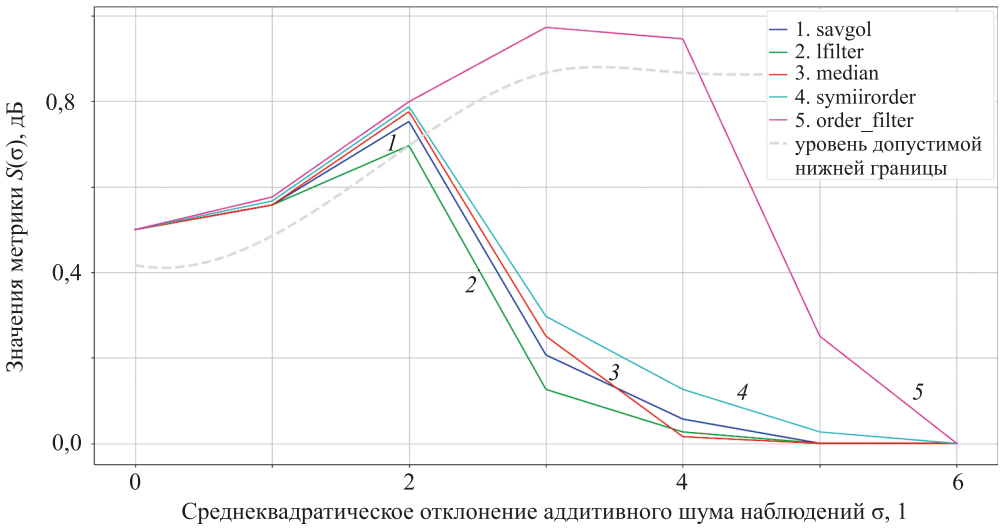


Рис. 3. Зависимости величины обобщенного показателя стабилизации $S^{(f)}(\sigma)$ от значений σ для фильтров $f \in Fs$

Fig. 3. Dependence $S^{(f)}(\sigma)$ vs. σ values for different $f \in Fs$

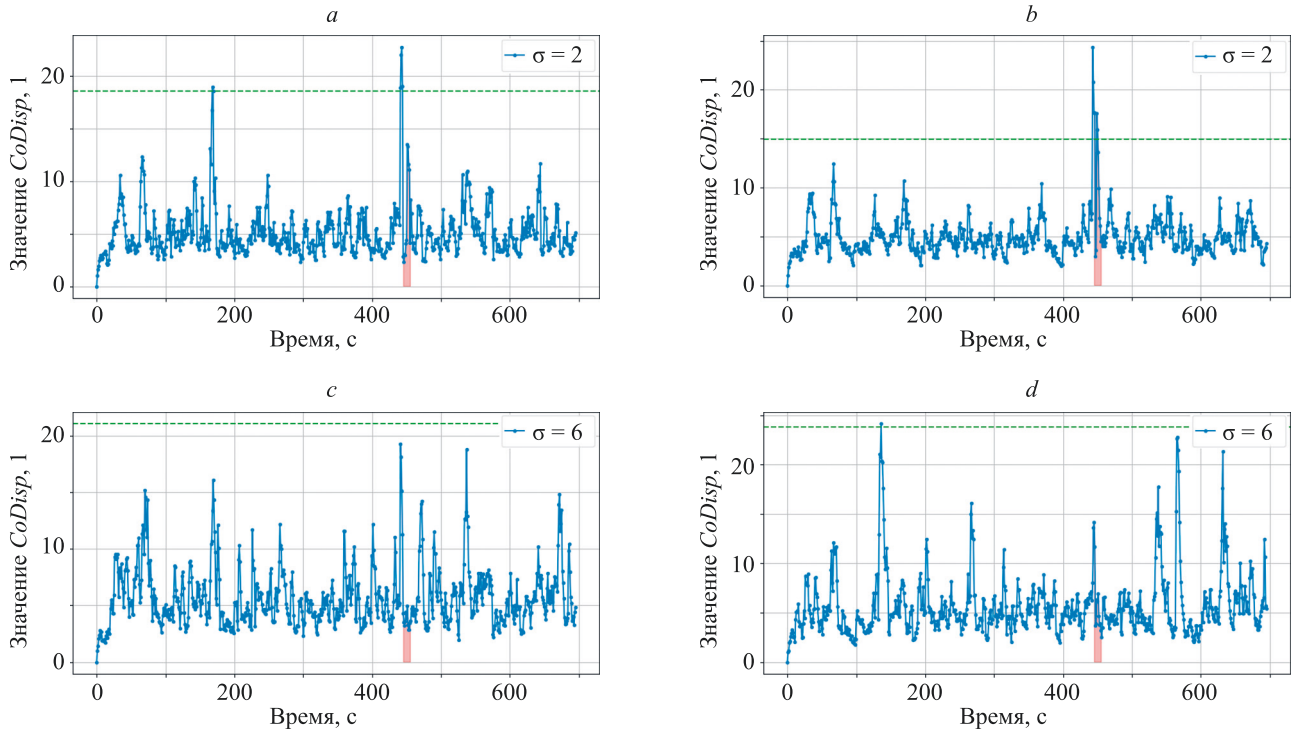


Рис. 4. Примеры реализации функции *CoDisp*, соответствующие различным значениям σ помехового процесса для фильтров: non, σ = 2 (*a*); order_filter, σ = 2 (*b*); median, σ = 6 (*c*); order_filter, σ = 6 (*d*)

Fig. 4. Examples of *CoDisp* realizations corresponding to different filters and different σ of the noise process: no filtering, σ = 2 (*a*); ordinal filter, σ = 2 (*b*); median filter, σ = 6 (*c*); ordinal filter, σ = 6 (*d*)

систему, в зимний период достигает 18 бар и более, а элементы трубопроводной конструкции часто расположены на неровной поверхности, с ярко выраженными спусками и подъемами. Общее напряженно-деформированное состояние конструкции изменяется в зависимости от состояния ее опор, степени изношенности элементов трубопроводной системы, технологических режимов перекачки, а также вследствие влияния иных факторов. О состоянии напряженно-деформированного состояния конструкции, согласно ГОСТ 57727-2007[1], можно объективно судить по характеру ее вибрации. В процессе оптоволоконного мониторинга вибрации трубопроводной конструкции [19] существует необходимость обнаруживать моменты смена режимов вибрации (МСРВ), которые происходят, например, из-за смены технологического режима прокачки рассола, в момент начала неуправляемого разрушения элемента конструкции или при изменении напряженно-деформированного статуса элемента конструкции во время проседания опоры на слабом грунте. Обнаружение МСРВ крайне важно для результатов мониторинга, поэтому эта задача выделяется в отдельный информационный процесс. При этом сами МСРВ, в зависимости от их причины, могут быть как достаточно частыми (регулярными), так и крайне редкими (проседание опоры или лавинообразный процесс разрушения конструкции). По этой причине, в базе данных наблюдений за динамикой вибрации конструкции трубопровода в основном присутствуют регулярные МСРВ. Именно для обнаружения этого типа МСРВ и был применен стабилизированный метод RRCF с конфигурацией |F| = 200 , tree_size = 150, shingle_size = 30, order_filter. Используются два независимых обнаружителя, периоды адаптации которых равны 30 мин, но сдвинуты друг относительно друга на 15 мин. Согласно используемым определениям, в процессе адаптации строится модель Φ_T. После окончания периода адаптации производится сброс настроек к начальным и процесс адаптации начинается вновь. Данная схема показала высокую практическую эффективность в условиях, когда вибрационные образы технологических режимов отличались сравнительно высокой нестабильностью вследствие специфики работы насосного оборудования и искажений, возникающих в измерительном канале. В результате многочисленных экспериментов было выяснено, что стабилизированный метод RRCF с вероятностью близкой к 100 % обнаруживает регулярные МСРВ, обеспечивая задержку принятия решения не хуже 10–15 с. Предложенный метод обеспечивал не более одного ложного срабатывания в сутки. Достигнутые показатели приемлемы практически и были достигнуты потому, что регулярные МСРВ, в отличие от ранее рассмотренного примера, соответствуют достаточно контрастным, скачкообразным изменениям множества параметров, характеризующих вибрацию конструкции и отражающихся в реализации наблюдаемого процесса $\{z(t)\}$.

[1] ГОСТ 57727-2007 Техническая диагностика. Акустико-эмиссионная диагностика. Общие требования. Введен 01.10.2007. М.: Издательство стандартов, 2007. 11 с.

Обсуждение

Как показали проведенные исследования, стабилизированный при помощи предварительной фильтрации метод RRCF представляет собой мощный метод для обнаружения аномалий в потоке данных, обладая способностью обнаруживать слабо выраженные аномалии структурного типа в потоке данных, искаженном аддитивной помехой высокой интенсивности. В рамках данного исследования был строго обоснован выбор порога принятия решения θ. Возможно, порог θ, вычисляемый в рамках предложенной процедуры, является чрезмерно осторожным, так как алгоритм выбора этого параметра основан на использовании неравенства Чебышева. Предположительно, чтобы выбрать порог θ более оптимально, необходимо вместо неравенства Чебышева использовать P_c-квантиль, построенный по выборочному распределению Φ_T. С другой стороны, стабилизация RRCF на базе фильтрации, несмотря на ее кажущуюся очевидность, должна быть изучена более глубоко: оптимально было бы сформулировать более формальные правила настройки фильтров в зависимости от статистических свойств Φ_T. Эти вопросы являются предметом дальнейших исследований.

Заключение

В работе исследована стабилизация и выбор параметров метода Robust Random Cut Forest (RRCF) для обнаружения аномальностей в потоке зашумленных данных. Предложенные методы позволяют сделать RRCF-обнаружитель более устойчивым к воздействию аддитивных помех, а также формализовать процедуру определения порога принятия решения, обеспечивающую верхнюю границу для вероятности ложной тревоги. Предложенная модификация метода RRCF была апробирована при решении реальной задачи, результаты апробации подтвердили ее практическую эффективность.

Литература

1. Gomes H.M., Read J., Bifet A. Streaming random patches for evolving data stream classification // Proc. of the IEEE International Conference on Data Mining (ICDM). 2019. P. 240–249. https://doi.org/10.1109/ICDM.2019.00034
2. Pang Z., Cen J., Yi M. Unsupervised concept drift detection method based on robust random cut forest // International Journal of Machine Learning and Cybernetics. 2023. V. 14. N 12. P. 4207–4222. https://doi.org/10.1007/s13042-023-01890-x
3. Zheng M., Geng L., Zuo B., Nakata T. A dynamic thresholds based anomaly detection algorithm in energy consumption process of industrial equipment // Proc. of the 2023 7th International Conference on Big Data and Internet of Things. 2023. P. 201–209. https://doi.org/10.1145/3617695.3617706
4. Marathe A. LRZ convolution: An algorithm for automatic anomaly detection in time-series data // Proc. of the 32nd International Conference on Scientific and Statistical Database Management. 2020. P. 1–12. https://doi.org/10.1145/3400903.3400904
5. Bohlke-Schneider M., Kapoor S., Januschowski T. Resilient neural forecasting systems // Proc. of the Fourth International Workshop on Data Management for End-to-End Machine Learning. 2022. P. 1–5. https://doi.org/10.1145/3399579.3399869
6. Тимофеев А.В. Обнаружение сигналов случайной формы при непараметрической априорной неопределенности относительно распределения наблюдений // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1991. № 7. С. 64–68.
7. Timofeev A.V., Denisov V.M. Multimodal heterogeneous monitoring of super-extended objects: modern view. recent advances in systems safety and security // Studies in Systems, Decision and Control. 2016. V. 62. P. 97–116. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32525-5_6
8. Gomes H., Read J., Bifet A., Barddal J., Gama J. Machine learning for streaming data: state of the art, challenges, and opportunities // ACM SIGKDD Explorations Newsletter. 2019. V. 21. N 2. P. 6–22. https://doi.org/10.1145/3373464.3373470
9. Tatbul N., Lee T., Zdonik S., Alam M., Gottschlich J. Precision and recall for time series // Advances in Neural Information Processing Systems. 2018. V. 31. P. 1924–1934.
10. Siddiqui M., Fern A., Dietterich T., Wright R., Theriault A., Archer D. Feedback-guided anomaly discovery via online optimization // Proc. of the 24th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining. 2018. P. 2200–2209. https://doi.org/10.1145/3219819.3220083
11. Hariri S., Kind M. Batch and online anomaly detection for scientific applications in a Kubernetes environment // Proc. of the 9th Workshop on Scientific Cloud Computing. 2018. P. 1–7. https://doi.org/10.1145/3217880.3217883
12. Salehi M., Rashidi L. A survey on anomaly detection in evolving data // ACM SIGKDD Explorations Newsletter. 2018. V. 20. N 1. P. 13–23. https://doi.org/10.1145/3229329.3229332

References

1. Gomes H.M., Read J., Bifet A. Streaming random patches for evolving data stream classification. *Proc. of the IEEE International Conference on Data Mining (ICDM)*, 2019, pp. 240–249. https://doi.org/10.1109/ICDM.2019.00034
2. Pang Z., Cen J., Yi M. Unsupervised concept drift detection method based on robust random cut forest. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2023, vol. 14, no. 12, pp. 4207–4222. https://doi.org/10.1007/s13042-023-01890-x
3. Zheng M., Geng L., Zuo B., Nakata T. A dynamic thresholds based anomaly detection algorithm in energy consumption process of industrial equipment. *Proc. of the 2023 7th International Conference on Big Data and Internet of Things*, 2023, pp. 201–209. https://doi.org/10.1145/3617695.3617706
4. Marathe A. LRZ convolution: An algorithm for automatic anomaly detection in time-series data. *Proc. of the 32nd International Conference on Scientific and Statistical Database Management*, 2020, pp. 1–12. https://doi.org/10.1145/3400903.3400904
5. Bohlke-Schneider M., Kapoor S., Januschowski T. Resilient neural forecasting systems. *Proc. of the Fourth International Workshop on Data Management for End-to-End Machine Learning*, 2022, pp. 1–5. https://doi.org/10.1145/3399579.3399869
6. Timofeev A.V. Detection of randomly shaped signals under nonparametric a priori uncertainty about the distribution of observations. *Izvestija vuzov. Radiojelektronika*, 1991, no. 7, pp. 64–68. (in Russian)
7. Timofeev A.V., Denisov V.M. Multimodal heterogeneous monitoring of super-extended objects: modern view. recent advances in systems safety and security. *Studies in Systems, Decision and Control*, 2016, vol. 62, pp. 97–116. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32525-5_6
8. Gomes H., Read J., Bifet A., Barddal J., Gama J. Machine learning for streaming data: state of the art, challenges, and opportunities. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 2019, vol. 21, no. 2, pp. 6–22. https://doi.org/10.1145/3373464.3373470
9. Tatbul N., Lee T., Zdonik S., Alam M., Gottschlich J. Precision and recall for time series. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2018, vol. 31, pp. 1924–1934.
10. Siddiqui M., Fern A., Dietterich T., Wright R., Theriault A., Archer D. Feedback-guided anomaly discovery via online optimization. *Proc. of the 24th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining*, 2018, pp. 2200–2209. https://doi.org/10.1145/3219819.3220083
11. Hariri S., Kind M. Batch and online anomaly detection for scientific applications in a Kubernetes environment. *Proc. of the 9th Workshop on Scientific Cloud Computing*, 2018, pp. 1–7. https://doi.org/10.1145/3217880.3217883
12. Salehi M., Rashidi L. A survey on anomaly detection in evolving data. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 2018, vol. 20, no. 1, pp. 13–23. https://doi.org/10.1145/3229329.3229332

13. Guha S., Mishra N., Roy G., Schrijvers O. Robust random cut forest based anomaly detection on streams // Proceedings of Machine Learning Research. 2016. V. 46. P. 2712–2721.
14. Breiman L. Bagging predictors // Machine Learning. 1996. V. 24. N 2. P. 123–140. https://doi.org/10.1007/bf00058655
15. Putina A., Rossi D. Online anomaly detection leveraging stream-based clustering and real-time telemetry // IEEE Transactions on Network and Service Management. 2021. V. 18. N 1. P. 839–854. https://doi.org/10.1109/TNSM.2020.3037019
16. Vardhan H., Sztipanovits J. Reduced robust random cut forest for out-of-distribution detection in machine learning models // ArXiv. 2022. arXiv:2206.09247. https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.09247
17. Arce G.R. Nonlinear Signal Processing: A Statistical Approach. Wiley, 2005. 480 p.
18. Savitzky A., Golay M.J.E. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures // Analytical Chemistry. 1964. V. 36. N 8. P. 1627–1639. https://doi.org/10.1021/ac60214a047
19. Тимофеев А.В., Максимов П.Н., Грознов Д.И. Применение оптоволоконной технологии для мониторинга трубопроводных систем отведения шахтных вод в криолитозоне // Гидротехника. 2023. № 3. С. 34–43. https://doi.org/10.55326/22278400_2023_3_34

13. Guha S., Mishra N., Roy G., Schrijvers O. Robust random cut forest based anomaly detection on streams. *Proceedings of Machine Learning Research*, 2016, vol. 46, pp. 2712–2721.
14. Breiman L. Bagging predictors. *Machine Learning*, 1996, vol. 24, no. 2, pp. 123–140. https://doi.org/10.1007/bf00058655
15. Putina A., Rossi D. Online anomaly detection leveraging stream-based clustering and real-time telemetry. *IEEE Transactions on Network and Service Management*, 2021, vol. 18, no. 1, pp. 839–854. https://doi.org/10.1109/TNSM.2020.3037019
16. Vardhan H., Sztipanovits J. Reduced robust random cut forest for out-of-distribution detection in machine learning models. *ArXiv*, 2022, arXiv:2206.09247. https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.09247
17. Arce G.R. *Nonlinear Signal Processing: A Statistical Approach*. Wiley, 2005, 480 p.
18. Savitzky A., Golay M.J.E. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. *Analytical Chemistry*, 1964, vol. 36, no. 8, pp. 1627–1639. https://doi.org/10.1021/ac60214a047
19. Timofeev A.V., Maksimov P.N., Groznov D.I. Application of fiber optic technology for monitoring the mine water drainage pipeline system in the permafrost zone. *The Hydrotechnika*, 2023, no. 3, pp. 34–43. (in Russian). https://doi.org/10.55326/22278400_2023_3_34

Автор

Тимофеев Андрей Владимирович — доктор технических наук, научный директор, ТОО «Эквалайзум», Астана, 010000, Казахстан, sc 56689367600, https://orcid.org/0000-0001-7212-5230, timofeev.andrey@gmail.com

Author

Andrey V. Timofeev — D.Sc., Chief Scientific Officer, LLP “EqualiZoom”, Astana, 010000, Kazakhstan, sc 56689367600, https://orcid.org/0000-0001-7212-5230, timofeev.andrey@gmail.com

Статья поступила в редакцию 15.01.2024
Одобрена после рецензирования 04.02.2024
Принята к печати 14.03.2024

Received 15.01.2024
Approved after reviewing 04.02.2024
Accepted 14.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-241-248

ViSL One-shot: generating Vietnamese sign language data set

Khanh Dang[1]✉, Igor A. Bessmertny[2]

[1,2] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] dangkhanhmta.2020@gmail.com✉, https://orcid.org/0009-0009-5882-7653
[2] bessmertny@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0001-6711-6399

Abstract
The development of methods for automatic recognition of objects in a video stream, in particular, recognition of sign language, requires large amounts of video data for training. An established method of data enrichment for machine learning is distortion and noise. The difference between linguistic gestures and other gestures is that small changes in posture can radically change the meaning of a gesture. This imposes specific requirements for data variability. The novelty of the method lies in the fact that instead of distorting frames using affine image transformations, vectorization of the sign language speaker's pose is used, followed by noise in the form of random deviations of skeletal elements. To implement controlled gesture variability using the MediaPipe library, we convert to a vector format where each vector corresponds to a skeletal element. After this, the image of the figure is restored from the vector representation. The advantage of this method is the possibility of controlled distortion of gestures, corresponding to real deviations in the postures of the sign language speaker. The developed method for enriching video data was tested on a set of 60 words of Indian Sign Language (common to all languages and dialects common in India), represented by 782 video fragments. For each word, the most representative gesture was selected and 100 variations were generated. The remaining, less representative gestures were used as test data. The resulting word-level classification and recognition model using the GRU-LSTM neural network has an accuracy above 95 %. The method tested in this way was transferred to a corpus of 4364 videos in Vietnamese Sign Language for all three regions of Northern, Central and Southern Vietnam. Generated 436,400 data samples, of which 100 data samples represent the meaning of words that can be used to develop and improve Vietnamese sign language recognition methods by generating many variations of gestures with varying degrees of deviation from the standards. The disadvantage of the proposed method is that the accuracy depends on the error of the MediaPipe library. The created video dataset can also be used for automatic sign language translation.

Keywords
Vietnamese sign language, Indian Sign Language, sign language recognition, MediaPipe, coordinate transformation, vector space, random noise, GRU-LSTM, one-shots, data augmentation

For citation: Dang Khanh, Bessmertny I.A. ViSL One-shot: generating Vietnamese sign language data set. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 241–248. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-241-248

УДК 004.932.72'1, 004.852

ViSL One-shot: генерация набора данных вьетнамского языка жестов

Хань Данг[1]✉, Игорь Александрович Бессмертный[2]

[1,2] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] dangkhanhmta.2020@gmail.com✉, https://orcid.org/0009-0009-5882-7653
[2] bessmertny@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0001-6711-6399

Аннотация
Введение. Разработка методов автоматического распознавания объектов в видеопотоке, в частности распознавания жестового языка, требует больших объемов видеоданных для обучения. Устоявшимся методом обогащения данных для машинного обучения является искажение и зашумление. Отличие языковых жестов от других жестов состоит в том, что небольшие изменения позы могут радикально менять смысл жеста. Это накладывает специфические требования к вариативности данных. **Метод.** Новизна метода состоит в том, что

© Dang Khanh, Bessmertny I.A., 2024

вместо искажений кадров с помощью афинных преобразований изображений используется векторизация позы сурдодиктора с последующим зашумлением в виде случайных отклонений элементов скелета. Для реализации управляемой вариативности жестов с помощью библиотеки MediaPipe жест преобразуется в векторный формат, где каждый вектор соответствует элементу скелета. Далее выполняется восстановление изображения фигуры из векторного формата. Достоинством предложенного метода является возможность управляемого искажения жестов, соответствующего реальным отклонениям поз сурдодиктора. **Основные результаты.** Разработанный метод обогащения видеоданных протестирован на наборе из 60 слов индийского языка жестов (общего для всех языков и диалектов, распространенных на территории Индии), представленных 782 видеофрагментами. Для каждого слова выбран наиболее репрезентативный жест и сгенерировано 100 вариаций. Остальные, менее репрезентативные жесты, использованы в качестве тестовых данных. В результате получена модель классификации и распознавания на уровне слов с использованием нейронной сети GRU-LSTM с точностью выше 95 %. Метод апробирован на наборе данных из 4364 видео на вьетнамском языке жестов для трех регионов Северного, Центрального и Южного Вьетнама. Сгенерировано 436 400 образцов данных, из которых 100 образцов представляют значения слов, которые могут использоваться для разработки и совершенствования методов распознавания языка жестов на вьетнамском языке за счет генерации множества вариаций жестов с разной степенью отклонения от эталонов. **Обсуждение.** Недостатком предложенного метода является зависимость точности от ошибки библиотеки MediaPipe. Создаваемый набор видеоданных может также использоваться для автоматического сурдоперевода.

Ключевые слова
вьетнамский язык жестов, индийский язык жестов, распознавание языка жестов, MediaPipe, преобразование координат, векторное пространство, GRU-LSTM, обогащение данных

Ссылка для цитирования: Данг Х., Бессмертный И.А. ViSL One-shot: генерация набора данных вьетнамского языка жестов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 241–248 (на англ. яз.). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-241-248

Introduction

Artificial intelligence technology used to solve sign language processing problems, such as sign language recognition or sign language interpretation, has deep humanistic significance in order to reduce communication distances between people with hearing impairments and society. The main problem here is the lack of representative training datasets. Popular and published sign language video datasets include: Word-Level American Sign Language [1, 2], including 2000 American Sign Language signs; RWTH-PHOENIX-Weather 2014T [3] — dataset of German Sign Language. The most representative dataset is the Indian Sign Language dataset [4] which contains 4287 videos depicting 263 words with 15 different word categories that will be further used to test the method developed by the authors.

It should be noted that all available video data with gestures is formed in the form of a sign language dictionary and is intended primarily for training deaf people and sign language interpreters and cannot be used for training automatic gesture recognition systems because the number of samples is too small and will lead to overfitting [5]. To create a dataset for use in a deep learning model for a sign language recognition task, you can use the following methods:

— Manual method involving a large number of actors who speak sign language, with different body sizes at different ages. This method produces very good data sets, but requires a lot of time and effort. There is currently no published sign language dataset that meets the above standards.
— Automatic method based on Generative Adversarial Network (GAN), including discriminatory and generative networks [6], where the discriminatory network is responsible for trying to distinguish real data from fake ones, and the generative network generates fake data, and the goal is to generate data that is most similar to the real ones, which makes the discriminator indistinguishable [7]. GAN technology allows you to generate another face from the original face [8], various human poses [9], learn modeling from individual images and videos [10], and create new data samples containing invisible objects [11]. These techniques implement affine transformations and do not reflect the real variability of sign language gestures where the deflection angles of skeletal elements and movement trajectories play a decisive role.
— The method for generating simulations of poses and gesture forms uses calculations of vector coordinate transformations in space and the addition of random noise based on the features of frame coordinate points extracted from the MediaPipe library. This method generates a large number of data samples, reduces computation time, and is not complex but very efficient. The characteristic of this method is that data samples are generated from an initial data sample (one-shots). The details of the method are presented in the next section.

Presentation of the Research Problem

Extracting coordinate features of gestures in sign language videos using the MediaPipe library

MediaPipe[1] is a fast, compact and powerful solution for solving artificial intelligence problems, such as object detection, hand landmark detection, gesture recognition, image generation, etc. [12–16]. In our study, the MediaPipe library will be used to extract the coordinates of objects associated with sign language gestures. Fig. 1, *a*, *b* describes the location coordinates of the characteristic

[1] Available at: https://developers.google.com/mediapipe (accessed: 22.11.2023).

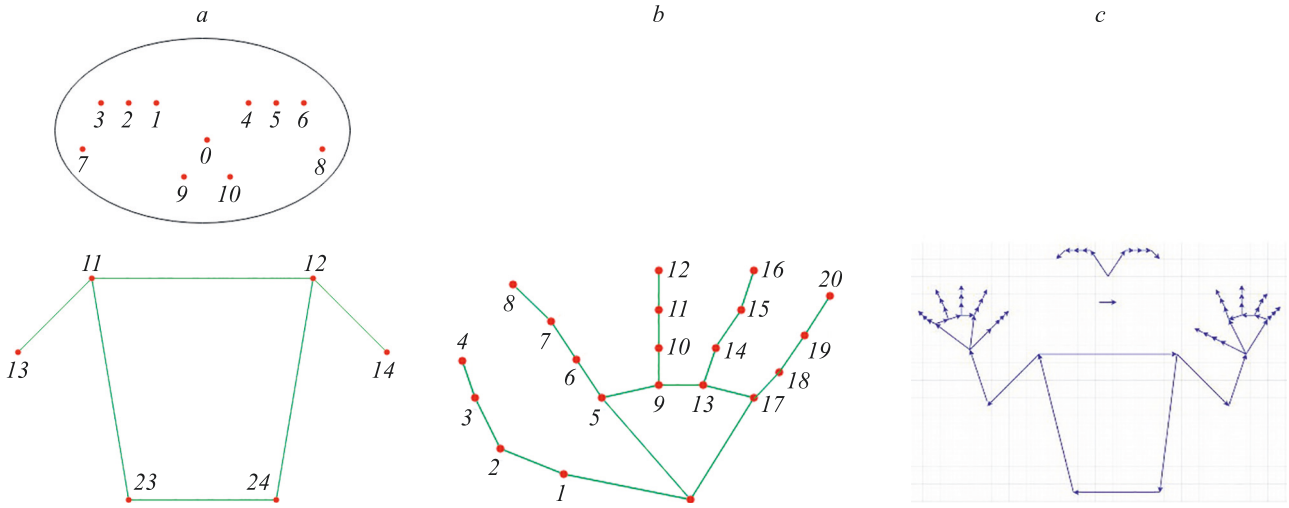


Fig. 1. Extraction of coordinate features of sign language gestures in video (*a*, *b*) and representation in vector space (*c*).
1–24 — skeleton key points

points of interest to us. Fig. 1, *c* converts coordinate objects into vector space.

We can summarize the main research problem of creating a dataset from one-off data as follows (Fig. 2).

The input sign language video sample will be processed on every frame. At time t, corresponding to the ith frame, the MediaPipe library will extract the coordinates $[x, y, z]$, where the X, Y coordinates are local to the region of interest and range from [0.0, 255.0]. The Z coordinate is measured in "image pixels" as the X and Y coordinates and represents the distance relative to the subject's hip plane which is the origin of the Z axis. A K-means clustering model is used to ensure consistency in the number of frames characterizing gestures in a sign language video, and to set the input parameters for a neural network model processing time series data. After obtaining data frames typical of a video, we proceed to compute a vector coordinate transformation in space to generate video samples that mimic the original standard video. The problem with generating multiple video samples that mimic the original standard video is the following.

Available data. A sign language dictionary with the meaning of each word provided by a sign language expert. We consider these to be standard sign language gestures. To resemble the process of simulating real-life activities, the original sample video was named "teacher video". The created video samples are video simulators.

Task. It is necessary to create videos of imitators imitating the teacher's gestures.

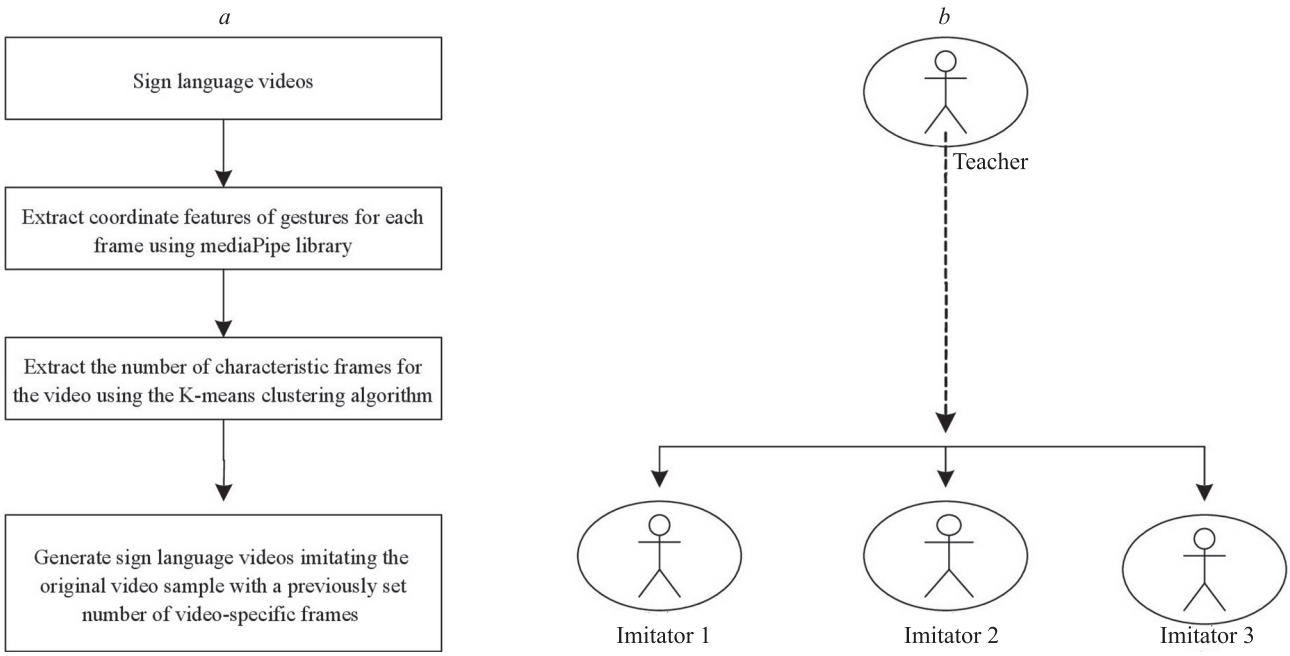


Fig. 2. Summary of the process of generating sign language data samples from an input video sample (*a*) and simulating the generation of gestures that imitate the teacher's gestures (*b*)

Data samples have the following two important properties:

Property 1. Different physical parameters of sign language speakers;

Property 2. Different amplitudes of deviations of skeletal elements.

Based on the above two properties, to generate a data sample according to property 1, we will use the method of calculating and transforming coordinates in vector space. To generate a data sample according to property 2, we need to add random noise to the characteristic coordinate points obtained after building properties 1 & 2. In the next section, we will analyze and present this method in detail.

Generating multiple samples of sign language video data from the original sample

Generating imitator gesture samples based on the original standard gesture samples by computing coordinate transformations in vector space

Let $\mathbf{A}_t$ be the point space of gesture feature locations in the sign language video, extracted at the tth frame in the input video. $\mathbf{\Phi}$ is the selected association map that turns 2 points into vector $\mathbf{A}_{i,j}$.

We can then write in general form:

$$\mathbf{\Phi}: \mathbf{A}_t \times \mathbf{A}_t \rightarrow \mathbf{V}_t,$$

where $\mathbf{V}_t$ is the vector space at the tth frame.

According to the rule for selecting linked coordinate points in the vector space at the tth frame, every 2 consecutive points in the index order set in the MediaPipe library are listed in Fig. 1, *a* will form a vector. Then, choosing *k* consecutive points will represent a geometric feature of a sign language gesture. In fact, this geometric feature characterizes the movement tendency of an object in space.

The $(\mathbf{v}_{t'}^0, \mathbf{v}_{t'}^1, \mathbf{v}_{t'}^2, \ldots, \mathbf{v}_{t'}^k \in \mathbf{V}_{t'})$ are vectors in the vector space $\mathbf{V}_t$, and $(\mathbf{v}_t^0, \mathbf{v}_t^1, \mathbf{v}_t^2, \ldots, \mathbf{v}_t^k \in \mathbf{V}_t)$ are vectors in the vector space $\mathbf{V}_{t'}$ at the t and t'^{th} frames extracted from the given standard sample video.

There exist the mappings $\mathbf{F} = (f_{tt'}^0, f_{tt'}^1, f_{tt'}^2, \ldots, f_{tt'}^k)$ with linear transformations:

$$f^i(\mathbf{v}_t^i) \mapsto \mathbf{v}_{t'}^i.$$

Similar to the sign language gesture video of the generated imitator, we also have: $(\mathbf{u}_{t'}^0, \mathbf{u}_t^0, \mathbf{u}_t^0, \ldots, \mathbf{u}_t^0 \in \mathbf{U}_t)$ which are vectors in the vector space $\mathbf{U}_t$, and $(\mathbf{u}_{t'}^0, \mathbf{u}_{t'}^0, \mathbf{u}_{t'}^0, \ldots, \mathbf{u}_{t'}^0 \in \mathbf{U}_{t'})$ are vectors in the vector space $\mathbf{U}_{t'}$ at the tth frame and t' are generated based on the tth and t'^{th} frames of the input standard video. There exist the mappings $\mathbf{G} = (g_{tt'}^0, g_{tt'}^1, g_{tt'}^2, \ldots, g_{tt'}^k)$ with linear transformations: $g^i(\mathbf{u}_t^i) \mapsto \mathbf{u}_{t'}^i$.

We need to generate a video of the imitator with the number of frames and frame order being the same as the typical number and frame order of the teacher's video. Considering at the tth frame, choose *n* consecutive vectors in one frame of the teacher's video and the imitator video to form a geometric shape. When having the same viewing angle and the same linear transformation, the property of distance between two points is preserved. So, to compare the geometrical similarity of the teacher and the imitator, we will compare the angular deviation between pairs of corresponding vectors. The error in geometric similarity is calculated according to the following formula:

$$£ = \left[1 + \frac{abs((\mathbf{v}_{t'}^0, \mathbf{v}_t^1) - (\mathbf{u}_{t'}^0, \mathbf{u}_t^1))}{(\mathbf{v}_{t'}^0, \mathbf{v}_t^1)}\right] \times$$

$$\times \left[1 + \frac{abs((\mathbf{v}_{t'}^1, \mathbf{v}_t^2) - (\mathbf{u}_{t'}^1, \mathbf{u}_t^2))}{(\mathbf{v}_{t'}^1, \mathbf{v}_t^2)}\right] \ldots$$

$$\ldots \left[1 + \frac{abs((\mathbf{v}_{t'}^{n-1} \mathbf{v}_t^n) - (\mathbf{u}_{t'}^{n-1} \mathbf{u}_t^n))}{(\mathbf{v}_{t'}^{n-1} \mathbf{v}_t^n)}\right],$$

where $(\mathbf{v}_t^0, \mathbf{v}_t^1)$ is the angle between two vectors ($\mathbf{v}_t^0$ and $\mathbf{v}_t^1$); $abs((\mathbf{v}_t^0, \mathbf{v}_t^1) - (\mathbf{u}_t^0, \mathbf{u}_t^1))$ is the absolute value of the angle difference between $(\mathbf{v}_t^0, \mathbf{v}_t^1)$ and $(\mathbf{u}_t^0, \mathbf{u}_t^1)$.

Maximum geometric similarity is achieved when $(\mathbf{u}_t^i, \mathbf{u}_t^{i+1}) = (\mathbf{v}_t^i, \mathbf{v}_t^{i+1})$ then:

$$\mathbf{u}_t^{i+1} = \lambda \mathbf{v}_t^{i+1}, \lambda > 0. \quad (1)$$

Calculate the value of coefficient λ. According to the property of preserving the length relationship between vector $\mathbf{u}_t^i$ and $\mathbf{v}_t^i$ we have:

$$\frac{|\mathbf{u}_t^i|}{|\mathbf{u}_t^{i+1}|} = \frac{|\mathbf{v}_t^i|}{|\mathbf{v}_t^{i+1}|}, \quad (2)$$

where $|\mathbf{u}_t^i|$ is the length of vector $\mathbf{u}_t^i$.

From (1) and (2) we can calculate:

$$\lambda = \frac{|\mathbf{u}_t^i|}{|\mathbf{v}_t^i|}.$$

Adding a noise to each point after the calculation

The task is performed in three-dimensional coordinate space *Oxyz*. Adding noise is intended to bring the calculation results closer to reality. Noise is the error between the MediaPipe library point detection prediction accuracy, the similarity between the simulator and the original standard gesture, and the error due to perspective changes. Noise will be added to the point $M(x, y, z)$ and the point $M'(x + \varepsilon, y + \varepsilon, z + \varepsilon)$ will be formed, where ε = random $(-\sigma, \sigma)$, σ is the threshold value of adding random noise. A larger threshold value means a larger discrepancy.

Testing and results

To evaluate the effectiveness of the proposed method, we build a word-level sign language recognition model with a set of input data in the form of videos in Indian Sign Language and a Gated Recurrent Unit-Long Short-Term Memory (GRU-LSTM) neural network [17] used for sign language recognition in time series. The choice of the Indian data set (the same for all languages and dialects in India) for testing is due to its greatest representativeness.

The MediaPipe library was used to extract the coordinate features of the data points. The data set is published on the website zenodo.org[1].

We randomly select 60 words to test. Each segment is a video of one ISL sign recorded by deaf students from St. Louis School for the Deaf, Adyar, Chennai. For each word there are 15–20 data samples. For each word, we take only one data sample corresponding to one video. The remaining input videos are used as the test set. We consider the video selection as a given standard gesture.

Training data set. We use the MediaPipe library to extract 75 sign language gesture features for each frame. Each object point is given as x, y, z coordinates, so the data size is $75 \times 3 = 225$. 20 frames will be extracted from each video using K-means clustering method. We generate 100 data samples for each word. To generate data samples for a word, we include images to obtain the initial source frame size for the simulator. Then we calculate the vector transformation in space to create the next frames. In addition, we also set random scale values to increase the amount of data in the model. So the size of the training dataset is (6000, 20, 225).

Test dataset. The MediaPipe library is used to extract sign language features from videos and is stored as a numpy file. Since the number of videos collected varies, the total number of videos we tested was 782 videos of 60 Indian Sign Language words. Test data set size: (782, 20, 225).

We use the GRU neural network to train a model to recognize Indian Sign Language at the word level. The GRU-LSTM neural network is a compressed variation that improves the computation speed faster than the LSTM neural network [18–20]. When processing time series data in a GRU network structure, the deleted element helps to capture short-term dependencies in the time series, and the update element helps to capture long-term dependencies in the time series. The training and testing results are shown in Fig. 3 and Fig. 4.

The graph shows a big difference in the changes in the values of the training data and test data. This is not overfitting. The reason is that the test set data is very small compared to the training set data, in addition, the data in the test set is not evenly distributed in quantity. During training, we choose the batch size value to be 256. This

[1] Available at: https://zenodo.org/records/4010759 (accessed: 22.11.2023).

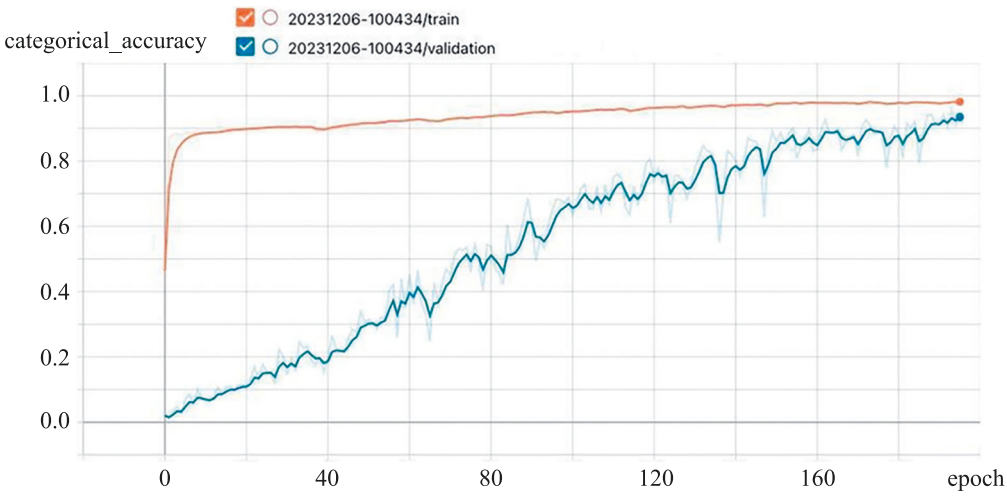


Fig. 3. Accuracy of the model training process over each epoch

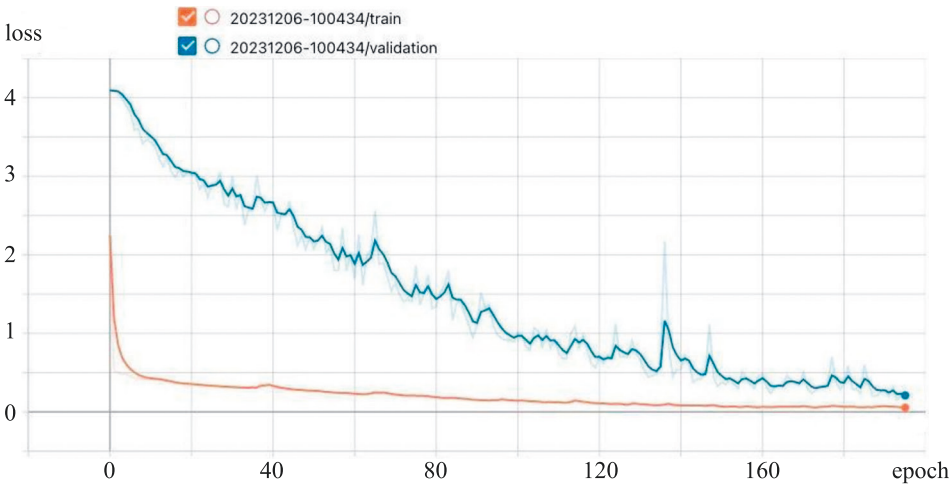


Fig. 4. Value of loss over each epoch during model training

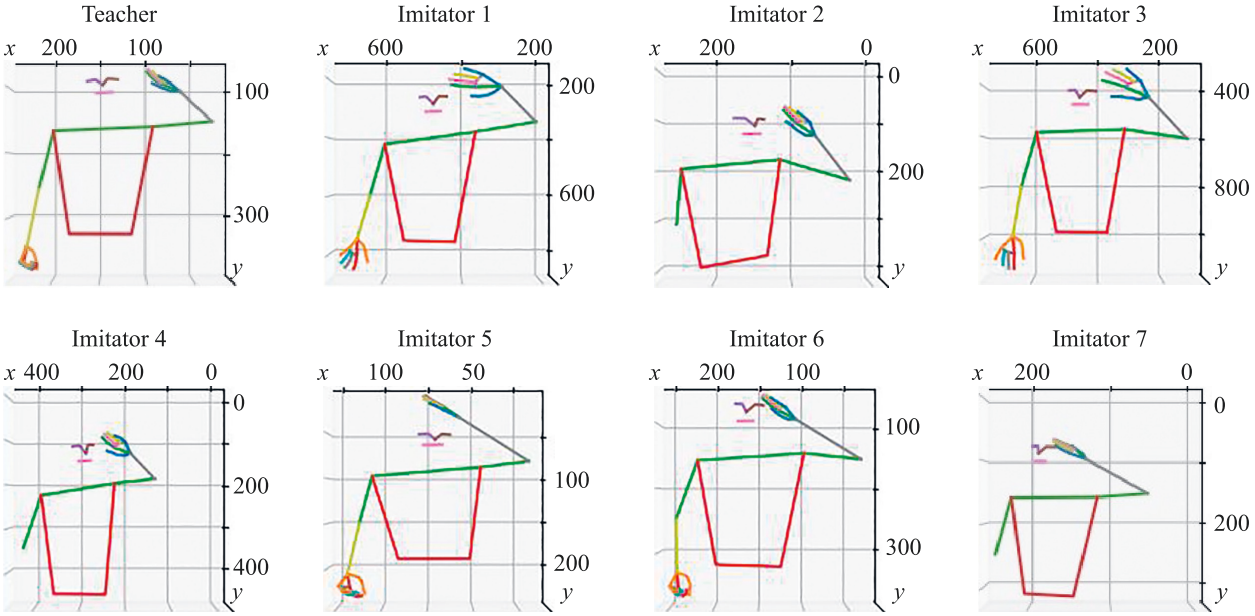


Fig. 5. Example showing different samples for the same gesture in the Vietnamese sign language data set

value is much larger than the number of class samples in the test set. The result of the model accuracy evaluation is that 745 videos were correctly classified out of a total of 782 input videos, which is equivalent to 95.26 %. Detailed information about the training process is provided in the following link[1].

The method tested in this way allows us to generate multiple data samples for the Vietnamese Sign Language (ViSL) dataset. The Vietnamese Sign Language dictionary contains 4364 words, each word contains a sample of data. We enriched the dataset by generating 100 data samples from each word. The Vietnamese Sign Language dataset contains 436,400 samples describing the meanings of 4,364 words in Vietnamese Sign Language, the data samples are stored as numpy files. Fig. 5 example shows different samples for the same gesture "Hello!" in the Vietnamese sign language data set.

Vietnamese Sign Language dataset and code downloaded and updated here[2].

[1] Available at: https://github.com/DangKhanhITMO/oneshotsViSL/blob/main/ViSL_v2.ipynb (accessed: 22.11.2023).

[2] Available at: https://github.com/DangKhanhITMO/oneshotsViSL (accessed: 06.12.2023).

Conclusion and discussion

In this study, the MediaPipe library was used to vectorize sign language gestures in videos which then became the basis for generating similar data samples. The advantage of this method is that it does not require large computing resources or computer configuration. Using the method described above, it is possible to create an unlimited number of data samples of different sizes, which corresponds replacing people when creating many data samples of different sizes and ages. In this study, we only consider data generation for sign language. This approach can be extended to other tasks related to human actions and postures. The disadvantage of this method is that determining the additional noise for the calculation process requires several samples to adjust the error threshold accordingly. The accuracy of the problem solution largely depends on the similarity of the geometric position of the input image compared to the first frame in the input video after selecting the function and depends on the error of the MediaPipe library. Future research direction: creating a machine translation application for Vietnamese Sign Language based on the created dataset. In addition, the above method, combined with automatic pose generation, can generate realistic videos from input sample images and videos.

References

1. Li D., Yu X., Xu C., Petersson L., Li H. Transferring Cross-domain Knowledge for Video Sign Language Recognition. *Proc. of the 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2020, pp. 6204–6213. https://doi.org/10.1109/cvpr42600.2020.00624
2. Li D., Opazo C.R., Yu X., Li H. Word-level deep sign language recognition from video: A new large-scale dataset and methods comparison. *Proc. of the IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV)*, 2020, pp. 1448–1458. https://doi.org/10.1109/WACV45572.2020.9093512

Литература

1. Li D., Yu X., Xu C., Petersson L., Li H. Transferring Cross-domain Knowledge for Video Sign Language Recognition // Proc. of the 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2020. P. 6204–6213. https://doi.org/10.1109/cvpr42600.2020.00624
2. Li D., Opazo C.R., Yu X., Li H. Word-level deep sign language recognition from video: A new large-scale dataset and methods comparison // Proc. of the IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV). 2020. P. 1448–1458. https://doi.org/10.1109/WACV45572.2020.9093512

3. Camgoz N.C., Hadfield S., Koller O., Ney H., Bowden R. Neural sign language translation. *Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2018, pp. 7784–7793. https://doi.org/10.1109/CVPR.2018.00812
4. Sridhar A., Ganesan R.G., Kumar P., Khapra M. INCLUDE: A large scale dataset for indian sign language recognition. *Proc. of the 28th ACM International Conference on Multimedia*, 2020, pp. 1366–1375. https://doi.org/10.1145/3394171.3413528
5. Ying X. An overview of overfitting and its solutions. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1168, no. 2, pp. 022022. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1168/2/022022
6. Creswell A., White T., Dumoulin V., Arulkumaran K., Sengupta B., Bharath A. Generative adversarial networks: An overview. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2018, vol. 35, no. 1, pp. 53–65. https://doi.org/10.1109/MSP.2017.2765202
7. Gupta K., Singh S., Shrivastava A. PatchVAE: Learning local latent codes for recognition. *Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2020, pp. 4745–4754. https://doi.org/10.1109/CVPR42600.2020.00480
8. Karras T., Aila T., Laine S., Lehtinen J. Progressive growing of GANs for improved quality, stability, and variation. *Proc. of the ICLR 2018 Conference Blind Submission*, 2018.
9. Ma L., Jia X., Sun Q., Schiele B., Tuytelaars T., Van Gool L. Pose guided person image generation. *Proc. of the 31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017)*, 2017.
10. Sushko V., Gall J., Khoreva A. One-shot GAN: Learning to generate samples from single images and videos. *Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW)*, 2021, pp. 2596–2600. https://doi.org/10.1109/CVPRW53098.2021.00293
11. Li J., Jing M., Lu K., Ding Z., Zhu L., Huang Z. Leveraging the invariant side of generative zero-shot learning. *Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2019, pp. 7394–7403. https://doi.org/10.1109/CVPR.2019.00758
12. Madrid G.K.R., Villanueva R.G.R., Caya M.V.C. Recognition of dynamic Filipino Sign language using MediaPipe and long short-term memory. *Proc. of the 13th International Conference on Computing Communication and Networking Technologies (ICCCNT)*, 2022. https://doi.org/10.1109/ICCCNT54827.2022.9984599
13. Adhikary S., Talukdar A.K., Sarma K.K. A vision-based system for recognition of words used in Indian Sign Language using MediaPipe. *Proc. of the 2021 Sixth International Conference on Image Information Processing (ICIIP)*, 2021, pp. 390–394. https://doi.org/10.1109/ICIIP53038.2021.9702551
14. Zhang S., Chen W., Chen C., Liu Y. Human deep squat detection method based on MediaPipe combined with Yolov5 network. *Proc. of the 2022 41st Chinese Control Conference (CCC)*, 2022, pp. 6404–6409. https://doi.org/10.23919/CCC55666.2022.9902631
15. Quiñonez Y., Lizarraga C., Aguayo R. Machine learning solutions with MediaPipe. *Proc. of the 11th International Conference on Software Process Improvement (CIMPS)*, 2022, pp. 212–215. https://doi.org/10.1109/CIMPS57786.2022.10035706
16. Ma J., Ma L., Ruan W., Chen H., Feng J. A Wushu posture recognition system based on MediaPipe. *Proc. of the 2nd International Conference on Information Technology and Contemporary Sports (TCS)*, 2022, pp. 10–13. https://doi.org/10.1109/TCS56119.2022.9918744
17. Cho K., Merriënboer B., Gulcehre C., Bahdanau D., Bougares F., Schwenk H., Bengio Y. Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation. *Proc. of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP)*, 2014, pp. 1724–1734. https://doi.org/10.3115/v1/D14-1179
18. Dey R., Salem F.M. Gate-variants of Gated Recurrent Unit (GRU) neural networks. *Proc. of the IEEE 60th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*, 2017, pp. 1597–1600. https://doi.org/10.1109/MWSCAS.2017.8053243
19. Kothadiya D., Bhatt C., Sapariya K., Patel K., Gil-González A.-B., Corchado J.M. Deepsign: Sign language detection and recognition using deep learning. *Electronics*, 2022, vol. 11, no. 11, pp. 1780. https://doi.org/10.3390/electronics11111780
20. Verma U., Tyagi P., Kaur M. Single input single head CNN-GRU-LSTM architecture for recognition of human activities. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Informatics (IJEEI)*, 2022, vol. 10, no. 2, pp. 410–420. https://doi.org/10.52549/ijeei.v10i2.3475

3. Camgoz N.C., Hadfield S., Koller O., Ney H., Bowden R. Neural sign language translation // Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2018. P. 7784–7793. https://doi.org/10.1109/CVPR.2018.00812
4. Sridhar A., Ganesan R.G., Kumar P., Khapra M. INCLUDE: A large scale dataset for indian sign language recognition // Proc. of the 28th ACM International Conference on Multimedia. 2020. P. 1366–1375. https://doi.org/10.1145/3394171.3413528
5. Ying X. An overview of overfitting and its solutions // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1168. N 2. P. 022022. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1168/2/022022
6. Creswell A., White T., Dumoulin V., Arulkumaran K., Sengupta B., Bharath A. Generative adversarial networks: An overview // IEEE Signal Processing Magazine. 2018. V. 35. N 1. P. 53–65. https://doi.org/10.1109/MSP.2017.2765202
7. Gupta K., Singh S., Shrivastava A. PatchVAE: Learning local latent codes for recognition // Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2020. P. 4745–4754. https://doi.org/10.1109/CVPR42600.2020.00480
8. Karras T., Aila T., Laine S., Lehtinen J. Progressive growing of GANs for improved quality, stability, and variation // Proc. of the ICLR 2018 Conference Blind Submission. 2018.
9. Ma L., Jia X., Sun Q., Schiele B., Tuytelaars T., Van Gool L. Pose guided person image generation // Proc. of the 31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017). 2017.
10. Sushko V., Gall J., Khoreva A. One-shot GAN: Learning to generate samples from single images and videos // Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW). 2021. P. 2596–2600. https://doi.org/10.1109/CVPRW53098.2021.00293
11. Li J., Jing M., Lu K., Ding Z., Zhu L., Huang Z. Leveraging the invariant side of generative zero-shot learning // Proc. of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2019. P. 7394–7403. https://doi.org/10.1109/CVPR.2019.00758
12. Madrid G.K.R., Villanueva R.G.R., Caya M.V.C. Recognition of dynamic Filipino Sign language using MediaPipe and long short-term memory // Proc. of the 13th International Conference on Computing Communication and Networking Technologies (ICCCNT). 2022. https://doi.org/10.1109/ICCCNT54827.2022.9984599
13. Adhikary S., Talukdar A.K., Sarma K.K. A vision-based system for recognition of words used in Indian Sign Language using MediaPipe // Proc. of the 2021 Sixth International Conference on Image Information Processing (ICIIP). 2021. P. 390–394. https://doi.org/10.1109/ICIIP53038.2021.9702551
14. Zhang S., Chen W., Chen C., Liu Y. Human deep squat detection method based on MediaPipe combined with Yolov5 network // Proc. of the 41st Chinese Control Conference (CCC). 2022. P. 6404–6409. https://doi.org/10.23919/CCC55666.2022.9902631
15. Quiñonez Y., Lizarraga C., Aguayo R. Machine learning solutions with MediaPipe // Proc. of the 11th International Conference on Software Process Improvement (CIMPS). 2022. P. 212–215. https://doi.org/10.1109/CIMPS57786.2022.10035706
16. Ma J., Ma L., Ruan W., Chen H., Feng J. A Wushu posture recognition system based on MediaPipe // Proc. of the 2nd International Conference on Information Technology and Contemporary Sports (TCS). 2022. P. 10–13. https://doi.org/10.1109/TCS56119.2022.9918744
17. Cho K., Merriënboer B., Gulcehre C., Bahdanau D., Bougares F., Schwenk H., Bengio Y. Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation // Proc. of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP). 2014. P. 1724–1734. https://doi.org/10.3115/v1/D14-1179
18. Dey R., Salem F.M. Gate-variants of Gated Recurrent Unit (GRU) neural networks // Proc. of the IEEE 60th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS). 2017. P. 1597–1600. https://doi.org/10.1109/MWSCAS.2017.8053243
19. Kothadiya D., Bhatt C., Sapariya K., Patel K., Gil-González A.-B., Corchado J.M. Deepsign: Sign language detection and recognition using deep learning // Electronics. 2022. V. 11. N 11. P. 1780. https://doi.org/10.3390/electronics11111780
20. Verma U., Tyagi P., Kaur M. Single input single head CNN-GRU-LSTM architecture for recognition of human activities // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Informatics (IJEEI). 2022. V. 10. N 2. P. 410–420. https://doi.org/10.52549/ijeei.v10i2.3475

Authors

Khanh Dang — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0009-5882-7653, dangkhanhmta.2020@gmail.com
Igor A. Bessmertny — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 36661767800, https://orcid.org/0000-0001-6711-6399, bessmertny@itmo.ru

Авторы

Данг Хань — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0009-5882-7653, dangkhanhmta.2020@gmail.com
Бессмертный Игорь Александрович — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 36661767800, https://orcid.org/0000-0001-6711-6399, bessmertny@itmo.ru

Received 08.12.2023
Approved after reviewing 06.02.2024
Accepted 14.03.2024

Статья поступила в редакцию 08.12.2023
Одобрена после рецензирования 06.02.2024
Принята к печати 14.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-249-255
УДК 004. 942

Оценка вероятностно-временных характеристик компьютерной системы с контейнерной виртуализацией

Ван Кю Фунг[1], Владимир Анатольевич Богатырев[2]✉, Николай Сергеевич Кармановский[3], Ван Хиеу Лэ[4]

[1,2,3,4] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
[2] Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

[1] phungvanquy97@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-3278-1106
[2] vladimir.bogatyrev@gmail.com✉, https://orcid.org/0000-0003-0213-0223
[3] karmanov50@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-0533-9893
[4] dragon220294@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-9413-5138

Аннотация
Введение. Для компьютерных систем с контейнерной виртуализацией исследована зависимость задержки обслуживания запросов от числа развертываемых контейнеров. Искомая зависимость обусловлена разделением ограниченных вычислительных ресурсов компьютерной системы между активными и неактивными контейнерами, загруженными в системе. **Метод.** В проведенном исследовании предложено комплексное сочетание аналитической модели массового обслуживания, имитационного моделирования и натурных экспериментов. Исследуемая компьютерная система интерпретируется многоканальной системой массового обслуживания с неограниченной очередью. Особенностью предлагаемого подхода является исследование влияния числа сформированных в системе контейнеров на задержки в очереди и интенсивность обслуживания запросов. Каждому контейнеру сопоставляется канал обслуживания, причем для функционирования контейнера в активном и неактивном состояниях требуется использование части общих ресурсов вычислительной системы. При построении модели предполагается, что входной поток простейший, а обслуживание экспоненциальное. Интенсивность обслуживания зависит от числа развернутых контейнеров и от числа запросов в системе. **Основные результаты.** Экспериментально установлена зависимость интенсивности обслуживания от числа активных контейнеров. Исследование выполнено на платформе, основанной на технологии виртуализации Proxmox с фиксированными ресурсами. Для изучения влияния числа активных контейнеров на интенсивность обслуживания в рамках эксперимента развернут однопоточный веб-сервер в виде нескольких контейнеров, управляемый с помощью портативной расширяемой платформы Kubernetes k3s. Результаты расчетов с применением аналитической модели подтверждены результатами имитационного моделирования, реализованного с использованием библиотеки моделирования SimPy на языке программирования Python. На основе проведенных исследований показана необходимость решения задачи оптимизации числа развертываемых в компьютерной системе контейнеров с учетом влияния их числа на задержки обслуживания запросов. **Обсуждение.** Проведенные исследования могут найти применение при проектировании кластерных систем реального времени, критичных к допустимым задержкам ожидания обслуживания запасов, к обеспечению непрерывности вычислительного процесса и к сохранению уникальных данных, накопленных в процессе работы системы. Предложенные подходы могут быть применены при создании отказоустойчивых распределенных компьютерных систем, в том числе функционирующих при накоплении отказов и реконфигурации системы с перераспределением нагрузки (запросов) при динамической миграции и с репликацией контейнеров.

Ключевые слова
система массового обслуживания, контейнер, виртуальная машина, интенсивностью обслуживание, среднее время ожидания, контейнерная виртуализация

Ссылка для цитирования: Фунг В.К., Богатырев В.А., Кармановский Н.С., Лэ В.Х. Оценка вероятностно-временных характеристик компьютерной системы с контейнерной виртуализацией // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 249–255. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-249-255

© Фунг В.К., Богатырев В.А., Кармановский Н.С., Лэ В.Х., 2024

Evaluation of probabilistic-temporal characteristics of a computer system with container virtualization

Van Quy Phung[1], Vladimir A. Bogatyrev[2]✉, Nikolay S. Karmanovskiy[3], Van Hieu Le[4]

[1,2,3,4] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[2] Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, 190000, Russian Federation

[1] phungvanquy97@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-3278-1106

[2] vladimir.bogatyrev@gmail.com✉, https://orcid.org/0000-0003-0213-0223

[3] karmanov50@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-0533-9893

[4] dragon220294@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-9413-5138

Abstract

The dependence of request servicing delay on the number of deployed containers is investigated for computer systems with container virtualization. The sought-after dependency is due to the allocation of limited computational resources of the computer system between active and inactive containers loaded in the system. The conducted research proposes a comprehensive combination of analytical queuing model, simulation modeling, and natural experiments. The studied computer system is interpreted as a multi-channel queuing system with an unlimited queue. The peculiarity of the proposed approach is the study of the influence of the number of containers formed in the system on queue delays and request servicing rate. Each container is associated with a service channel, and for the operation of a container in active and inactive states, the use of part of the common resources of the computing system is required. When constructing the model, it is assumed that the input flow is simple, and the service is exponential. The service rate depends on the number of deployed containers and the number of requests in the system. The experimental dependence of service rate on the number of active containers has been established. The experimental study was carried out on a platform based on Proxmox virtualization technology with fixed resources. To study the influence of the number of active containers on service rate within the experiment, a single-threaded web server was deployed in the form of several containers managed using the portable extensible Kubernetes k3s platform. The results of calculations using the analytical model are confirmed by the results of simulation modeling implemented using the SimPy modeling library in the Python programming language. Based on the conducted research, the need to solve the optimization problem of the number of deployable containers in a computer system regarding the influence of this number on request servicing delays is shown. The conducted research can find application in the design of real-time cluster systems critical to acceptable wait service delays, ensuring the continuity of the computational process, and preserving unique data accumulated during the system operation. The proposed approaches can be applied in the creation of fault-tolerant distributed computer systems, including those operating with failure accumulation and system reconfiguration with load (request) redistribution during dynamic container migration and replication.

Keywords

queuing system, container, virtual machine, intensive maintenance, average waiting time, container virtualization

For citation: Phung V.Q., Bogatyrev V.F., Karmanovskiy N.S., Le V.H. Evaluation of probabilistic-temporal characteristics of a computer system with container virtualization. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 249–255 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-249-255

Введение

Проектирование отказоустойчивых распределенных компьютерных систем, особенно функционирующих в реальном времени, требует разработки мер по обеспечению надежности и снижению задержек передачи и обработки данных [1–3]. Обеспечение надежности и отказоустойчивости распределенных систем предполагает введение резервирования при передаче, хранении и обработке данных, с консолидацией резервированных ресурсов в кластеры. Современные тенденции в обеспечении высокой производительности, отказоустойчивости и надежности компьютерных систем при требовании и сохранении непрерывности вычислительных процессов, в том числе в реальном времени [4–7], во многом опираются на технологии виртуализации и контейнеризации [1]. Контейнеризация — метод виртуализации на уровне операционной системы, который позволяет упаковать и изолировать приложения в легковесные, мобильные контейнеры. Каждый контейнер содержит все необходимое для запуска приложения, включая код, библиотеки и другие зависимости. Контейнеризация предполагает широкое применение микросервисных архитектур [8], при котором каждая функция или сервис системы реализуется как отдельный компонент, упакованный в контейнер и развертываемый в контейнерной среде. Для управления и развертывания контейнеров могут использоваться платформы Docker [9], Containerd и другие средства.

Для повышения производительности и надежности [10] системы может создаваться множество реплик контейнеров одного и того же сервиса. Однако использование излишнего числа контейнеров может привести к избыточному потреблению ресурсов, а их увеличение выше определенного порога — отрицательно повлиять на производительность и задержки обслуживания в системе. Все это вызывает потребность решения оптимизационной задачи, которое может опираться на сочетание аналитического и имитационного моделирований при натурных экспериментах на объекте.

Моделирование кластерных и облачных систем представляет собой сложную задачу из-за множества аспектов взаимодействия систем обработки, хранения и передачи данных. Математическая модель облачной

системы с контейнерными технологиями представлена в работе [11], а их устойчивость к DDoS-атакам проанализирована в [12]. В работе [13] предложен метод минимизации времени ожидания обслуживания в облачной системе с использованием модели и очереди ограниченной длины. В вышеперечисленных работах использовалась модель многоканальной системы массового обслуживания (СМО) с неограниченной очередью [14]. Отметим, что данная модель не учитывает функциональную зависимость снижения интенсивности обработки запросов из-за разделения ограниченных ресурсов компьютерной системы между контейнерами. Настоящая работа направлена на решение данного упущения путем разработки аналитической модели СМО с переменной интенсивностью обработки запросов, зависящей от общего числа загруженных заданных контейнеров и количества активных контейнеров, задействованных в обслуживании поступающего в компьютерную систему потока запросов. Разработка таких моделей важна для поддержки проектирования кластерных систем реального времени, критичных к допустимым задержкам ожидания обслуживания запасов, в том числе при накоплении отказов и реконфигурации системы с перераспределением нагрузки (запросов), миграцией и репликацией контейнеров, а также уникальных данных, накопленных в процессе функционирования системы.

Модель компьютерной системы с учетом влияния числа загруженных контейнеров

Рассмотрим компьютерную систему с контейнерной виртуализацией. Исследуемая система считается многоканальной СМО неограниченной очереди [15].

Особенностью предлагаемого подхода является исследование влияния на интенсивность обслуживания запросов чисел, сформированных в системе контейнеров, каждый из которых в активном или неактивном состоянии требует часть общих ресурсов вычислительной системы.

Каждому из n каналов обслуживания сопоставим один контейнер. Предположим, что входной поток простейший, а обслуживание экспоненциальное.

Диаграмма состояний и переходов исследуемой системы представлена на рис. 1, на котором состояния при наличии в системе k запросов обозначены как S_k. Очередь неограниченна, поэтому число запросов в системе может быть меньше или больше числа контейнеров. При интенсивности поступления заявок λ, если число запросов в системе k не больше числа каналов (контейнеров), то интенсивность обслуживания будет $k\mu(n, k)$ (при этом очередь пуста, а число активных контейнеров m равно числу запросов в системе k, $m = k$). Если число запросов k в системе больше числа каналов n, то образуется очередь, а интенсивность обслуживания в независимости от числа запросов в очереди $r = k - n$ будет равно $n\mu(n, n)$ (при этом число активных контейнеров m равно общему числу контейнеров в системе n, $m = n$).

Следует отметить, при виртуализации производится разделение общих вычислительных ресурсов компьютерной системы между контейнерами. Таким образом, для оценки вероятностно-временных характеристик обслуживания необходимо установить вид зависимости $\mu(n, m)$, которая характеризует интенсивности обслуживания запросов одним активным контейнером с учетом ее снижения из-за разделения общих вычислительных ресурсов системы между активными контейнерами. Экспериментальное решение этой задачи будет рассмотрено в следующем разделе.

По представленной диаграмме (рис. 1) состояний и переходов определим основные вероятностно-временные характеристики рассматриваемой системы. В результате получим вероятность отсутствия в системе запросов:

$$p_0 = \left(1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda^i}{i!\prod_{j=1}^{i}\mu(n,j)} + \frac{\lambda^n}{n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} \frac{\lambda}{n\mu(n,n) - \lambda}\right)^{-1}. \quad (1)$$

Формула (1) выведена из условия стационарного состояния:

$$\frac{\lambda}{n\mu(n,n)} < 1.$$

Вероятность нахождения в системе k запросов имеет вид:

$$p_k = \begin{cases} \dfrac{\lambda^k}{k!\prod_{i=1}^{k}\mu(n,i)} p_0, \text{ при } k \le n, \\ \dfrac{\lambda^k}{(n\mu(n,n))^{k-n} n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} p_0, \text{ при } k > n. \end{cases}$$

Рассчитаем среднее количество запросов в системе $L_{\text{сист}}$:

$$L_{\text{сист}} = L_{\text{оч}} + L_{\text{об}}, \quad (2)$$

где $L_{\text{оч}}$ и $L_{\text{об}}$ — среднее число запросов в очереди и на обслуживании.

Вычислим значение $L_{\text{об}}$, которое равно среднему числу занятых контейнеров:

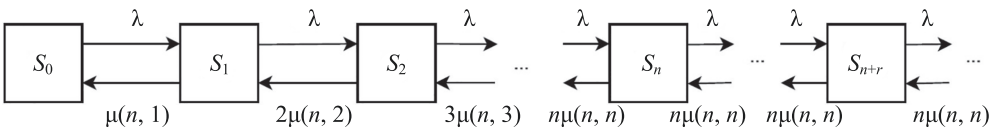


Рис. 1. Граф состояния и переходов исследуемой системы

Fig. 1. State transition graph of the investigated system

$$L_{\text{об}} = \sum_{k=1}^{n} p_k k + \sum_{k=n+1}^{\infty} p_k n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k\lambda^k}{k!\prod_{i=1}^{k}\mu(n,i)} p_0 +$$

$$+ n\sum_{r=1}^{\infty} \frac{\lambda^{n+r}}{(n\mu(n,n))^r n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} p_0 = \sum_{k=1}^{n} \frac{k\lambda^k}{k!\prod_{i=1}^{k}\mu(n,i)} p_0 + \quad (3)$$

$$+ \frac{\lambda^{n+1}}{(n-1)!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} \frac{1}{n\mu(n,n)-\lambda} p_0.$$

Значение $L_{\text{оч}}$ определим как математическое ожидание количества запросов в очереди r:

$$L_{\text{оч}} = \sum_{r=1}^{\infty} r p_{n+r} = \sum_{r=1}^{\infty} r \frac{\lambda^{n+r}}{(n\mu(n,n))^r n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} p_0 =$$

$$= \frac{\lambda^{n+1}}{n\mu(n,n)n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} p_0 \sum_{r=1}^{\infty} r \frac{\lambda^{r-1}}{(n\mu(n,n))^{r-1}} =$$

$$= \frac{\lambda^{n+1}}{n\mu(n,n)n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} p_0 \sum_{r=1}^{\infty} \frac{d\left(\frac{\lambda}{n\mu(n,n)}\right)^r}{d\left(\frac{\lambda}{n\mu(n,n)}\right)} =$$

$$= \frac{\lambda^{n+1}}{n\mu(n,n)n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} p_0 \frac{d}{d\left(\frac{\lambda}{n\mu(n,n)}\right)} \left(\frac{\frac{\lambda}{n\mu(n,n)}}{1-\frac{\lambda}{n\mu(n,n)}} \right) =$$

$$= \frac{\lambda^{n+1}}{n\mu(n,n)n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} p_0 \frac{(n\mu(n,n))^2}{(n\mu(n,n)-\lambda)^2}.$$

Тогда получим:

$$L_{\text{оч}} = \frac{\lambda^{n+1}}{n\mu(n,n)n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} \left(\frac{n\mu(n,n)}{n\mu(n,n)-\lambda} \right)^2 p_0. \quad (4)$$

Из (2)–(4) по формуле Литтла определим среднее время ожидания в системе:

$$T_{\text{сист}} = \frac{L_{\text{сист}}}{\lambda} = \frac{L_{\text{об}}}{\lambda} + \frac{L_{\text{оч}}}{\lambda},$$

$$T_{\text{сист}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{k\lambda^{k-1}}{k!\prod_{i=1}^{k}\mu(n,i)} p_0 +$$

$$+ \frac{\lambda^n}{(n-1)!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} \frac{1}{n\mu(n,n)-\lambda} + \quad (5)$$

$$+ \frac{\lambda}{n\mu(n,n)n!\prod_{i=1}^{n}\mu(n,i)} \left(\frac{n\mu(n,n)}{n\mu(n,n)-\lambda} \right)^2 p_0.$$

Экспериментальное определение зависимости интенсивности обслуживания от числа активных контейнеров

Определим зависимость функции интенсивности обслуживания одним активным контейнером $\mu(n, m)$ от общего числа загруженных контейнеров n и количества активных контейнеров m. Искомую функциональную зависимость установим экспериментально. Эксперименты реализованы в лабораторной инфраструктуре, включающей следующие конфигурационные элементы:

— аппаратное обеспечение: 4 × Intel(R) Core(TM) i5-4570 @ 3,20 ГГц;
— версия ядра: Linux 6.2.16-3-pve;
— виртуализация и управление серверами: Proxmox;
— конфигурация и управление контейнером: кластер k3s;
— конфигурация виртуального сервера: одно виртуальное ядро, один виртуальный сокет, 4 ГБ оперативной памяти.

Эксперимент выполнен для однопоточного веб-сервера, упакованного в контейнер и развернутого в нескольких репликах на одном узле кластера Kubernetes k3s (рис. 2).

В результате эксперимента (рис. 3) видно, что изменение числа загруженных (n) и активных контейнеров (m) оказало влияние на интенсивность обслуживания запросов.

Для определения зависимости интенсивности обслуживания одного активного контейнера $\mu(n, m)$ от количества имеющихся n и активных m контейнеров можно использовать различные алгоритмы машинного обучения, спроектированные для решения задачи регрессии. В данной работе такая зависимость найдена с использованием алгоритма Gradient Boosting [16]. Набор данных для обучения имеет следующий вид ($[\mathbf{X}_1,\mathbf{X}_2],\mathbf{Y}$), где $\mathbf{Y}$ — вектор значения интенсивности обслуживания, $\mathbf{X}_1$ и $\mathbf{X}_2$ — векторы со значениями числа заданных контей-

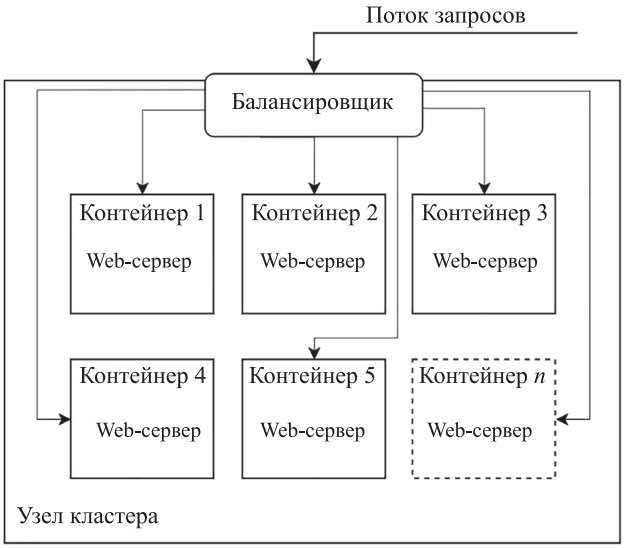


Рис. 2. Схема экспериментальной установки веб-сервера в Kubernetes k3s

Fig. 2. Experimental setup of a web server in Kubernetes k3s

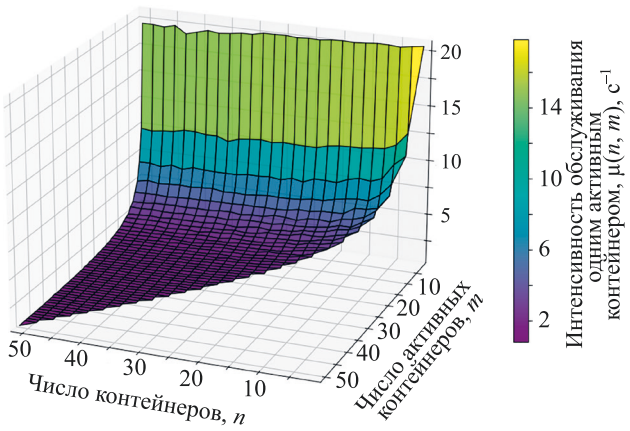


Рис. 3. Результаты эксперимента: корреляция между интенсивностью обслуживания и числом контейнеров

Fig. 3. Experiment results: correlation between service rate and the number of containers

неров и количества активных контейнеров. Алгоритм регрессии выполнен с использованием программы на языке Python с применением библиотеки Sklearn.

График остатков (рис. 4, *b*) отражает разницу между фактическими значениями зависимой переменной и значениями, предсказанными моделью. Красная пунктирная линия, которая проходит через значение «0» оси абсцисс, введена для наглядности представления точности результатов моделирования.

Представленный набор данных случайно разделен на две части: обучающий и тестовый, при этом тестовый набор составляет 20 % от общего объема данных. Результаты регрессии (рис. 4) на тестовом наборе свидетельствуют о высокой точности алгоритма (R-squared: 0,989).

Предел интенсивности запросов для существования стационарного режима обслуживания $\lambda < f(n) = n\mu(n, n)$ получен (рис. 5) из условия $\lambda/n\mu(n, n) < 1$.

Из рис. 5 видно, что при увеличении числа контейнеров способность системы эффективно обрабатывать большие нагрузки возрастает только до определенного предела (примерно 20 контейнеров).

Сравнение результатов аналитического и имитационного моделирований

Для имитационного моделирования исследуемой системы использован инструмент SimPy [17]. SimPy — библиотека для дискретного событийного моделирования, написанная на языке программирования Python. Она предоставляет инструменты для создания и симуляции дискретных событийных моделей, что полезно при исследовании и оптимизации систем, где процессы происходят в дискретные моменты времени. SimPy использует генераторы Python для представления событий и позволяет моделировать процессы, такие как ожидание, обработка задач, переходы состояний и другие дискретные события.

При создании объекта моделирования (многоканальной СМО) в программе симуляции учет для зависимости интенсивности обслуживания от общего

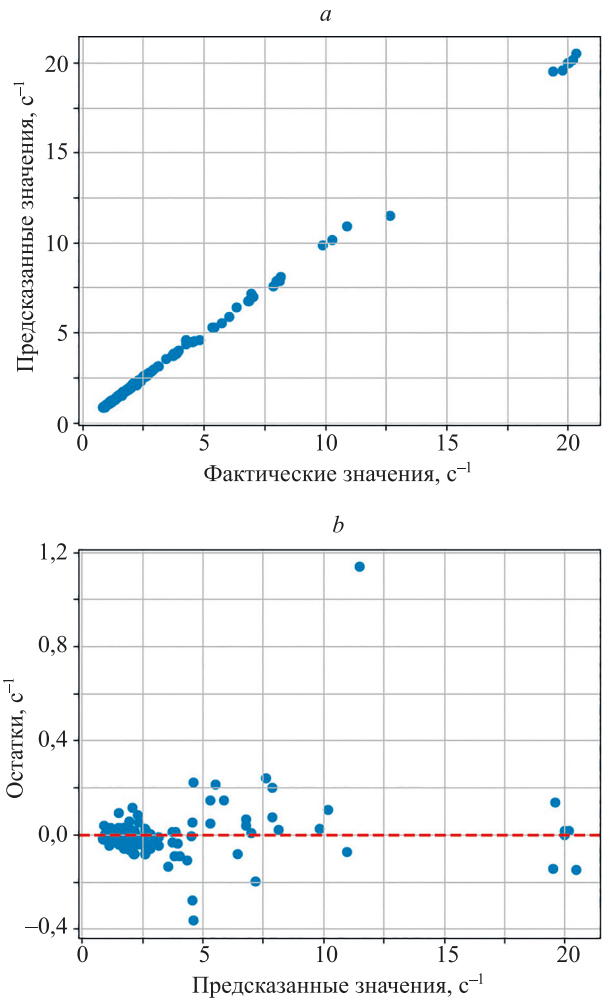


Рис. 4. Результаты тестирования регрессии. Точечные диаграммы фактических и предсказанных значений (*a*); график остатков регрессии (*b*)

Fig. 4. Regression test results: graph of actual and predicted values (*a*); residual plot (*b*)

числа контейнеров и количества активных контейнеров используется функция $\mu(n, m)$, найденная в предыдущем разделе.

На рис. 6 представлен график сравнения результатов симуляции и теоретических расчетов разработанной модели (5) при $\lambda = 15$ с$^{-1}$.

В результате анализа выполненного сравнения данных, представленных на рис. 6, в течение продол-

Рис. 5. Предел интенсивности запросов

Fig. 5. Request rate limit

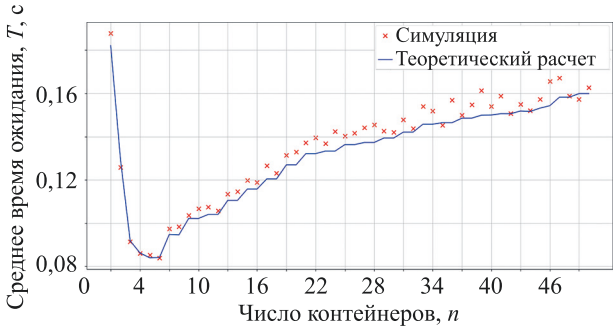


Рис. 6. Сравнение результатов симуляции и теоретического расчета

Fig. 6. Comparison of simulation results and theoretical calculation

жительности временного интервала симуляции, равного 1000 единицам времени, можно отметить, что точность симуляции стремительно приближается к теоретическим предсказаниям (средняя абсолютная ошибка: 2,98 %). В идеальных условиях, при стремлении времени симуляции к бесконечности, точность симуляции практически достигает единицы. Результаты (рис. 6) подтвердили наличие зависимости задержек от числа развертываемых в системе контейнеров, а также существование границы эффективности количества развертываемых машин. До границы при увеличении числа развертываемых контейнеров происходит снижение задержек обслуживания запросов, а после — к их увеличению. Такая закономерность подтверждает необходимость решения задачи оптимизации числа развертываемых контейнеров в зависимости от стоимости и скорости развертывания, а также оценки влияния их числа на надежность энергопотребления компьютерной системы и возникновения задержек обслуживания запросов в ней. Предложенные модели могут быть применены при обосновании построения отказоустойчивых распределенных компьютерных систем, в том числе кластеров, функционирующих в реальном времени при накоплении отказов и реконфигурации системы [18–21].

Заключение

Для компьютерных систем с контейнерной виртуализацией проанализирована зависимость задержки обслуживания запросов вследствие разделения ограниченных ресурсов системы между развернутыми в ней контейнерами. Показано, что по мере увеличения числа загружаемых в систему контейнеров вначале наблюдается снижение задержек обслуживания до некоторой границы, после которой это увеличение приводит к росту задержек обслуживания запросов.

Предложена аналитическая модель компьютерной системы при ее представлении многоканальной системой обслуживания с бесконечной очередью, учитывающей зависимость интенсивности обслуживания от числа представленных и активных контейнеров, разворачиваемых в системе. Зависимость интенсивности обслуживания от количества активных контейнеров установлена экспериментально.

Показана необходимость решения задачи оптимизации числа развертываемых в компьютерной системе контейнеров с учетом влияния этого числа на задержки обслуживания запросов, надежность, энергопотребление, стоимость построения и эксплуатации системы.

Литература

1. Dua R., Raja A.R. Kakadia D. Virtualization vs containerization to support PaaS // Proc. of the 2014 IEEE International Conference on Cloud Engineering. 2014. P. 610–614. https://doi.org/10.1109/IC2E.2014.41
2. Burkov A.A., Rachugin R.O., Turlikov A.M. Analyzing and stabilizing multichannel aloha with the use of the preamble-based exploration phase // Информационно-управляющие системы. 2022. № 5(120). С. 49–59. https://doi.org/10.31799/1684-8853-2022-5-49-59
3. Татарникова Т.М., Архипцев Е.Д. Алгоритм контроллера нечеткой логики для размещения файлов в системе хранения данных // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23. № 6. С. 1171–1177. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-6-1171-1177
4. Астахова Т.Н., Верзун Н.А., Касаткин В.В., Колбанев М.О., Шамин А.А. Исследование моделей связности сенсорных сетей // Информационно-управляющие системы. 2019. № 5(102). С. 38–50. https://doi.org/10.31799/1684-8853-2019-5-38-50
5. Bogatyrev V.A. Increasing the fault tolerance of a multi-trunk channel by means of inter-trunk packet forwarding // Automatic Control and Computer Sciences. 1999. V. 33. N 2. P. 70–76.
6. Татарникова Т.М., Архипцев Е.Д., Кармановский Н.С. Определение размера кластера и числа реплик высоконагруженных информационных систем // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2023. Т. 66. № 8. С. 646–651. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2023-66-8-646-651
7. Bogatyrev V.A. An interval signal method of dynamic interrupt handling with load balancing // Automatic Control and Computer Sciences. 2000. V. 34. N 6. P. 51–57.
8. Hasselbring W., Steinacker G. Microservice architectures for scalability, agility and reliability in E-commerce // Proc. of the 2017

References

1. Dua R., Raja A.R. Kakadia D. Virtualization vs containerization to support PaaS. *Proc. of the 2014 IEEE International Conference on Cloud Engineering*, 2014, pp. 610–614. https://doi.org/10.1109/IC2E.2014.41
2. Burkov A.A., Rachugin R.O., Turlikov A.M. Analyzing and stabilizing multichannel aloha with the use of the preamble-based exploration phase. *Information and Control Systems*, 2022, no. 5(120), pp. 49–59. https://doi.org/10.31799/1684-8853-2022-5-49-59
3. Tatarnikova M.T., Arkhiptsev E.D. Fuzzy logic controller algorithm for placing files in a data storage system. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 6, pp. 1171–1177. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-6-1171-1177
4. Astakhova T.N., Verzun N.A., Kasatkin V.V., Kolbanev M.O., Shamin A.A. Sensor network connectivity models. *Information and Control Systems*, 2019, no. 5, pp. 38–50. (in Russian). https://doi.org/10.31799/1684-8853-2019-5-38-50
5. Bogatyrev V.A. Increasing the fault tolerance of a multi-trunk channel by means of inter-trunk packet forwarding. *Automatic Control and Computer Sciences*, 1999, vol. 33, no. 2, pp. 70–76.
6. Tatarnikova T.M., Arkhiptsev E.D., Karmanovskiy N.S. Determining the cluster size and the number of replicas of highly loaded information systems. *Journal of Instrument Engineering*, 2023, vol. 66, no. 8, pp. 646–651. (in Russian). https://doi.org/10.17586/0021-3454-2023-66-8-646-651
7. Bogatyrev V.A. An interval signal method of dynamic interrupt handling with load balancing. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2000, vol. 34, no. 6, pp. 51–57.
8. Hasselbring W., Steinacker G. Microservice architectures for scalability, agility and reliability in E-commerce. *Proc. of the 2017*

IEEE International Conference on Software Architecture Workshops (ICSAW). 2017. P. 243–246. https://doi.org/10.1109/ICSAW.2017.11
9. Hardikar S., Ahirwar P., Rajan S. Containerization: Cloud computing based inspiration technology for adoption through docker and kubernetes // Proc. of the 2021 Second International Conference on Electronics and Sustainable Communication Systems (ICESC). 2021. P. 1996–2003. https://doi.org/10.1109/ICESC51422.2021.9532917
10. Богатырев В.А., Богатырев С.В., Богатырев А.В. Оценка готовности компьютерной системы к своевременному обслуживанию запросов при его совмещении с информационным восстановлением памяти после отказов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23. № 3. С. 608–617. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-3-608-617
11. Srivastava A., Kumar N. Queueing model based dynamic scalability for containerized cloud // International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA). 2023. V. 14. N 1. P. 465–472.
12. Li Z., Jin H., Zou D., Yuan B. Exploring new opportunities to defeat low-rate DDoS attack in container-based cloud environment // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. 2020. V. 31. N 3. P. 695–706. https://doi.org/10.1109/TPDS.2019.2942591
13. Pal S., Pattnaik P.K. A simulation-based approach to optimize the execution time and minimization of average waiting time using queuing model in cloud computing environment // International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE). 2016. V. 6. N 2. P. 743–750. https://doi.org/10.11591/ijece.v6i2.9060
14. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания: учебное пособие. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
15. Marshall A.W., Olkin I. A multivariate exponential distribution // Journal of the American Statistical Association. 1967. V. 62. N 317. P. 30–44.
16. Friedman J.H. Greedy function approximation: a gradient boosting machine // The Annals of Statistics. 2001. V. 29. N 5. P. 1189–1132. https://doi.org/10.1214/aos/1013203451
17. Matloff N. Introduction to Discrete-Event Simulation and the SimPy Language. February 13, 2008. 33 p.
18. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Efficiency of servicing heterogeneous traffic when allocating cluster nodes for redundant execution of latency-critical requests // CEUR Workshop Proceedings. 2021. V. 3057. P. 266–273.
19. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Control of multipath transmissions in the nodes of switching segments of reserved paths // Proc. of the 2022 International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT). 2022. P. 1–5. https://doi.org/10.1109/icct56057.2022.9976839
20. Tatarnikova T.M., Sikarev I.A., Bogdanov P.Yu., Timochkina T.V. Botnet attack detection approach in IoT networks // Automatic Control and Computer Sciences. 2022. V. 56. N 8. P. 838–846. https://doi.org/10.3103/s0146411622080259
21. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V., Bogatyrev S.V. Multipath transmission of heterogeneous traffic in acceptable delays with packet replication and destruction of expired replicas in the nodes that make up the path // Communications in Computer and Information Science. 2023. V. 1748. P. 104–121. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30648-8_9

IEEE International Conference on Software Architecture Workshops (ICSAW), 2017, pp. 243–246. https://doi.org/10.1109/ICSAW.2017.11
9. Hardikar S., Ahirwar P., Rajan S. Containerization: Cloud computing based inspiration technology for adoption through docker and kubernetes. *Proc. of the 2021 Second International Conference on Electronics and Sustainable Communication Systems (ICESC)*, 2021, pp. 1996–2003. https://doi.org/10.1109/ICESC51422.2021.9532917
10. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Assessment of the readiness of a computer system for timely servicing of requests when combined with information recovery of memory after failures. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 3, pp. 608–617. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-3-608-617
11. Srivastava A., Kumar N. Queueing model based dynamic scalability for containerized cloud. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA)*, 2023, vol. 14, no. 1, pp. 465–472.
12. Li Z., Jin H., Zou D., Yuan B. Exploring new opportunities to defeat low-rate DDoS attack in container-based cloud environment. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2020, vol. 31, no. 3, pp. 695–706. https://doi.org/10.1109/TPDS.2019.2942591
13. Pal S., Pattnaik P.K. A simulation-based approach to optimize the execution time and minimization of average waiting time using queuing model in cloud computing environment. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, 2016, vol. 6, no. 2, pp. 743–750. https://doi.org/10.11591/ijece.v6i2.9060
14. Kleinrock L. *Queueing Systems. Vol. 1. Theory*. Wiley, 1974, 448 p.
15. Marshall A.W., Olkin I. A multivariate exponential distribution. *Journal of the American Statistical Association*, 1967, vol. 62, no. 317, pp. 30–44.
16. Friedman J.H. Greedy function approximation: a gradient boosting machine. *The Annals of Statistics*, 2001, vol. 29, no. 5, pp. 1189–1132. https://doi.org/10.1214/aos/1013203451
17. Matloff N. *Introduction to Discrete-Event Simulation and the SimPy Language*. February 13, 2008. 33 p.
18. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Efficiency of servicing heterogeneous traffic when allocating cluster nodes for redundant execution of latency-critical requests. *CEUR Workshop Proceedings*, 2021, vol. 3057, pp. 266–273.
19. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Control of multipath transmissions in the nodes of switching segments of reserved paths. *Proc. of the 2022 International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT)*, 2022, pp. 1–5. https://doi.org/10.1109/icct56057.2022.9976839
20. Tatarnikova T.M., Sikarev I.A., Bogdanov P.Yu., Timochkina T.V. Botnet attack detection approach in IoT networks. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2022, vol. 56, no. 8, pp. 838–846. https://doi.org/10.3103/s0146411622080259
21. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V., Bogatyrev S.V. Multipath transmission of heterogeneous traffic in acceptable delays with packet replication and destruction of expired replicas in the nodes that make up the path. *Communications in Computer and Information Science*, 2023, vol. 1748, pp. 104–121. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30648-8_9

Авторы

Фунг Ван Кю — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0006-3278-1106, phungvanquy97@gmail.com

Богатырев Владимир Анатольевич — доктор технических наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; профессор, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация, sc 7006571069, https://orcid.org/0000-0003-0213-0223, vladimir.bogatyrev@gmail.com

Кармановский Николай Сергеевич — кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57192385103, https://orcid.org/0000-0002-0533-9893, karmanov50@mail.ru

Лэ Ван Хиеу — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0000-0002-9413-5138, dragon220294@gmail.com

Authors

Van Quy Phung — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0006-3278-1106, phungvanquy97@gmail.com

Vladimir A. Bogatyrev — D.Sc., Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; Professor, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, 190000, Russian Federation, sc 7006571069, https://orcid.org/0000-0003-0213-0223, vladimir.bogatyrev@gmail.com

Nikolay S. Karmanovskiy — PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57192385103, https://orcid.org/0000-0002-0533-9893, karmanov50@mail.ru

Van Hieu Le — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0000-0002-9413-5138, dragon220294@gmail.com

Статья поступила в редакцию 02.02.2024
Одобрена после рецензирования 15.02.2024
Принята к печати 17.03.2024

Received 02.02.2024
Approved after reviewing 15.02.2024
Accepted 17.03.2024

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
март–апрель 2024 Том 24 № 2 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
March–April 2024 Vol. 24 No 2 http://ntv.ifmo.ru/en/
ISSN 2226-1494 (print) ISSN 2500-0373 (online)

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И КОГНИТИВНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND COGNITIVE INFORMATION TECHNOLOGIES

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-256-266

A new method for countering evasion adversarial attacks on information systems based on artificial intelligence

Alisa A. Vorobeva[1]✉, Maxim A. Matuzko[2], Dmitry I. Sivkov[3], Roman I. Safiullin[4], Alexander A. Menshchikov[5]

[1,2,3,4,5] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] vorobeva@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6691-6167
[2] mxmmtzk@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-2179-6847
[3] 485280@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-3008-3789
[4] romsaaf@mail.ru, https://orcid.org/0009-0004-8635-9432
[5] menshikov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-2287-4310

Abstract

Modern artificial intelligence (AI) technologies are being used in a variety of fields, from science to everyday life. However, the widespread use of AI-based systems has highlighted a problem with their vulnerability to adversarial attacks. These attacks include methods of fooling or misleading an artificial neural network, disrupting its operations, and causing it to make incorrect predictions. This study focuses on protecting image recognition models against adversarial evasion attacks which have been recognized as the most challenging and dangerous. In these attacks, adversaries create adversarial data that contains minor perturbations compared to the original image, and then send it to a trained model in an attempt to change its response to the desired outcome. These distortions can involve adding noise or even changing a few pixels. In this paper, we consider the most relevant methods for generating adversarial data: the Fast Gradient Sign Method (FGSM), the Square Method (SQ), the predicted gradient descent method (PGD), the Basic Iterative Method (BIM), the Carlini-Wagner method (CW) and Jacobian Saliency Map Attack (JSMA). We also study modern techniques for defending against evasion attacks through model modification, such as adversarial training and pre-processing of incoming data, including spatial smoothing, feature squeezing, jpeg compression, minimizing total variance, and defensive distillation. While these methods are effective against certain types of attacks, to date, there is no single method that can be used as a universal defense. Instead, we propose a new method that combines adversarial learning with image pre-processing. We suggest that adversarial training should be performed on adversarial samples generated from common attack methods which can then be effectively defended against. The image preprocessing aims to counter attacks that were not considered during adversarial training. This allows to protect the system from new types of attacks. It is proposed to use jpeg compression and feature squeezing on the pre-processing stage. This reduces the impact of adversarial perturbations and effectively counteracts all types of considered attacks. The evaluation of image recognition model (based on convolutional neural network) performance metrics based was conducted. The experimental data included original images and adversarial images created using attack FGSM, PGD, BIM, SQ, CW, and JSMA methods. At the same time, adversarial training of the model was performed in experiments on data containing only adversarial examples for the FGSM, PGD, and BIM attack methods. Dataset used in experiments was balanced. The average accuracy of image recognition was estimated with crafted adversarial imaged datasets. It was concluded that adversarial training is effective only in countering attacks that were used during model training, while methods of pre-processing incoming data are effective only against more simple attacks. The average recognition accuracy using the developed method was 0.94, significantly higher than those considered methods for countering attacks. It has been shown that the accuracy without using any counteraction methods is approximately 0.19, while with adversarial learning it is 0.79. Spatial smoothing provides an accuracy of 0.58, and feature squeezing results in an accuracy of 0.88. Jpeg compression provides an accuracy of 0.37, total variance minimization — 0.58 and defensive distillation — 0.44. At the same time, image recognition accuracy provided by developed method for FGSM, PGD, BIM, SQ, CW, and JSMA attacks is 0.99, 0.99, 0.98, 0.98, 0.99 and 0.73, respectively. The developed method is a more universal solution for countering all types of attacks and works quite effectively against complex adversarial attacks such as CW and JSMA. The developed method makes it possible to increase accuracy of image recognition model for adversarial images. Unlike adversarial learning, it also increases recognition accuracy on adversarial data generated using attacks not used on training stage. The results are useful for researchers and practitioners in the field of machine learning.

© Vorobeva A.A., Matuzko M.A., Sivkov D.I., Safiullin R.I., Menshchikov A.A., 2024

Keywords
machine learning methods, adversarial attacks, defense mechanisms, AI-based information systems, adversarial learning

For citation: Vorobeva A.A., Matuzko M.A., Sivkov D.I., Safiullin R.I., Menshchikov A.A. A new method for countering evasion adversarial attacks on information systems based on artificial intelligence. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 256–266. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-256-266

УДК 004.056

Новый метод противодействия состязательным атакам уклонения на информационные системы, основанные на искусственном интеллекте

Алиса Андреевна Воробьева[1]✉, Максим Александрович Матузко[2], Дмитрий Игоревич Сивков[3], Роман Ильшатович Сафиуллин[4], Александр Алексеевич Менщиков[5]

[1,2,3,4,5] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] vorobeva@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6691-6167
[2] mxmmtzk@gmail.com, https://orcid.org/0009-0006-2179-6847
[3] 485280@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-3008-3789
[4] romsaaf@mail.ru, https://orcid.org/0009-0004-8635-9432
[5] menshikov@itmo.ru, https://orcid.org/0000-0002-2287-4310

Аннотация
Введение. Современные технологии искусственного интеллекта находят применение в различных областях науки и повседневной жизни. Повсеместное внедрение систем, основанных на методах искусственного интеллекта, выявило проблему их уязвимости перед состязательными атаками, включающими методы обмана искусственной нейронной сети и нарушения ее работы. В работе основное внимание уделено защите моделей распознавания изображений от состязательных атак уклонения, признанных в настоящее время наиболее опасными. При таких атаках создаются состязательные данные, содержащие незначительные искажения относительно исходных, и происходит отправка их на обученную модель с целью изменения ее «ответа» на вариант, необходимый злоумышленнику. Искажения могут включать добавление шума или изменение нескольких пикселов изображения. Рассмотрены наиболее актуальные подходы к созданию состязательных данных: метод быстрого градиента (Fast Gradient Sign Method, FGSM), метод квадрата (Square Method, SQ), метод прогнозируемого градиентного спуска (Predicted Gradient Descent, PGD), базовый итеративный метод (Basic Iterative Method, BIM), метод Карлини и Вагнера (Carlini-Wagner, CW), метод карт значимости Якобиана (Jacobian Saliency Map Attack, JSMA). Исследованы современные методы противодействия атакам уклонения, основанные на модификации модели — состязательное обучение и предварительная обработка поступающих данных: пространственное сглаживание, сжатие признаков, JPEG-сжатие, минимизация общей дисперсии, оборонительная дистилляция. Эти методы эффективны только против определенных видов атак. На сегодняшний день ни один метод противодействия не может быть применен в качестве универсального решения. **Метод.** Предложен новый метод, сочетающий состязательное обучение с предварительной обработкой изображений. Состязательное обучение выполнено на основе состязательных данных, создаваемых с распространенных атак, что позволяет эффективно им противодействовать. Предварительная обработка изображений предназначена для противодействия атакам, которые не учитывались при состязательном обучении, что дает возможность защитить систему от атак новых типов. Обработка осуществлена методом JPEG-сжатия и сжатия признаков для уменьшения влияния состязательных искажений и более эффективного противодействия всем видам рассмотренных атак. **Основные результаты.** Проведена оценка показателей качества распознавания изображений на основе искусственной нейронной сети. Экспериментальные данные включали оригинальные и измененные изображения, созданные с использованием методов атак типов FGSM, PGD, BIM, SQ, CW, JSMA. При этом состязательное обучение модели в экспериментах выполнено на данных, содержащих состязательные примеры только для методов атак FGSM, PGD, BIM. Набор данных, использованный в экспериментах, являлся сбалансированным. Оценена средняя точность распознавания изображений, в условиях отправки на модель изображений, созданных с использованием указанных видов атак. Сделаны выводы, что состязательное обучение эффективно только для противодействия атакам, которые использовались во время обучения модели, а методы предварительной обработки поступающих данных эффективны только против более простых атак. Средняя точность распознавания в случае применения разработанного метода составила 0,94, что существенно выше рассмотренных методов противодействия атакам. Показано, что точность без применения методов противодействия составляет величину около 0,19, а при состязательном обучении — 0,79, пространственном сглаживании — 0,58, сжатии признаков — 0,88, JPEG-сжатии — 0,37, минимизации общей дисперсии — 0,58, оборонительной дистилляция — 0,44. При этом точность распознавания при атаках FGM, PGD, BIM, SQ, CW, JSMA составила соответственно 0,99, 0,99, 0,98, 0,98, 0,99, 0,73. Разработанный метод представляет более универсальное решение по противодействию всем видам атак, а также достаточно эффективно работает при противодействии сложным состязательным атакам, таким как атаки CW и JSMA. **Обсуждение.** Разработанный метод позволяет повысить точность распознавания с применением машинного обучения при атаках уклонения и, в отличие от состязательного обучения, повышает точность распознавания на состязательных данных, создаваемых с применением атак, не использованных при обучении. Полученные результаты полезны исследователям и специалистам в области машинного обучения.

Ключевые слова
методы машинного обучения, состязательные атаки, защитные механизмы, информационные системы на базе искусственного интеллекта, состязательное обучение

Ссылка для цитирования: Воробьева А.А., Матузко М.А., Сивков Д.И., Сафиуллин Р.И., Менщиков А.А. Новый метод противодействия состязательным атакам уклонения на информационные системы, основанные на искусственном интеллекте // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 256–266 (на англ. яз.). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-256-266

Introduction

Artificial Intelligence (AI) and Machine Learning (ML) methods are constantly being improved and applied in the most diverse areas of modern life. AI-based systems are vulnerable to attacks, so called adversarial attacks [1].

An adversarial attack is a generalized name for attacks on AI systems including methods of deceiving a Neural Network (NN) to change the system "response" to what the attacker needs and disrupt its performance. These attacks can be performed both at the stage of training the model, and at the stage of its operation [2]. They can be carried out on image recognition systems (photo, video, audio) and are implemented using adversarial samples — data samples in which minor perturbations have been introduced, leading to incorrect recognition [3]. Such perturbations can include adding noise or changing several pixels in the image. The important fact is that the distortions are invisible to humans.

For example, in biometric systems, adding noise or pixels to a person's face image can cause the system to misidentify them. This manipulation increases the security risks for information systems and allows attackers to gain unauthorized access. NN are most susceptible to these attacks, but some classical ML methods are also vulnerable, such as the support vector machine.

The relevance of this research is due to the increasing use of information systems powered by AI, and the rise in security risks associated with adversarial attacks on these systems.

The goal of this study is to improve the accuracy of an image recognition model based on a convolutional NN under conditions of adversarial evasion attacks.

The image recognition problem considered in this work is a multi-class classification task where an image must be categorized into three or more classes. In adversarial evasion attack images are perturbed in such a way that the model is unable to correctly classify them. So, the image recognition task in conditions of adversarial attacks is to correctly classify both normal images and adversarial images.

The practical significance of this study lies in the development of a new method for countering adversarial evasion attacks in information systems based on AI. This method, which we refer to as Counter-Evasion Adversarial Attack (CEAA), will help to protect AI-based systems from these attacks.

The research aims to create and integrate a method that can counter adversarial evasive attacks targeting AI-based information systems. It involves the development and theoretical description of a specific algorithm designed for this purpose. This method is then integrated into the AI-based system. Experimental studies are conducted to evaluate the quality and effectiveness of the method as well as to compare it to other state-of-the-art methods.

Related research

The first who discovered the susceptibility of NN to adversarial attacks were Christian Szegedy, Wojciech Zaremba et al. [1]. They proposed a rather controversial explanation for this phenomenon linking it with the extreme nonlinearity of deep NN in combination with insufficient model averaging and insufficient regularization of the controlled learning task. Then Carlini et al. [4] and Zhang et al. [5] independently found vulnerabilities in automatic speech recognition and voice control systems. Kurakin et al. [6] have shown attacks on autonomous vehicles where an adversarial attack manipulates road signs to trick a trained NN. Since Shegedi's discovery, scientists have focused on Adversarial Learning (AL) to improve the security of NN. Also in recent years, various methods of protection against adversarial attacks have been proposed. All the proposed defense mechanisms proved to be effective against certain classes of attacks, but none of them can be used as a universal solution for all types of attacks. In addition, the implementation of protection methods can lead to a decrease in the performance and efficiency of the NN.

In this study, we have considered adversarial attacks on information systems that perform image recognition tasks. These include systems for biometric identification, medical image classification [7], and countering the distribution of illegal content [8].

This paper focuses on the following types of evasion attacks which are the most common due to the ease of their implementation for the attacker (software implementation in many well-known software libraries and low requirements for computing resources):

— Fast Gradient Sign Method Attack (FGSM) [3];
— Square Method Attack (SQ) [9];
— The Projected Gradient Descent Attack (PGD) [10, 11];
— The Basic Iterative Method Attack (BIM) [12];
— Carlini and Wagner Attack (CW) [13];
— Jacobian Saliency Map Attack (JSMA) [14].

Important to note that these attacks have a high success rate, do not require information about the target model, and are resource efficient from the attacker's point of view.

The increasing threat of the adversarial attacks is widely known and described in reports from the IT-companies[1], the government[2], and the intelligence services [2]. However,

[1] IBM, Trustworthy AI [Electronic resource]. Available at: https://research.ibm.com/topics/trustworthy-ai, free. In Russian (accessed: 19.02.2024).

[2] National Cyber Security Centre NCSC, Annual Review 2023 [Electronic resource]. Available at: https://www.ncsc.gov.uk/collection/annual-review-2023/technology/case-study-cyber-security-ai, free. In Russian (accessed: 19.02.2024).

for the moment, most of scientific research focuses on attacks itself, not on the countermeasures.

Depending on the measures taken, it is possible to classify the protection methods into modification of training or input data, models modification, and using auxiliary tools.

Data modification can be performed during model training or when the model is deployed within the system. This does not require any additional configuration of the model or extensive calculations. Methods within this category include AL, portability blocking, data randomization, data transformation, and data compression.

In model modification, changes are made to the original model architecture or model parameters (by adding extra layers or sub-networks, changing the loss or activation function). This does not require modifying the input data or generating Adversarial Examples (AEs) for training, but it does affect the complexity of model training and the architecture of the model. Examples of methods in this group include gradient masking, defensive distillation, feature squeezing, Deep Contract Network, model masking, and the use of Parseval Networks.

Using auxiliary tools helps to keep the original model intact while adding external models to defend against attacks. These techniques are quite effective in the face of black-box and white-box attacks. However, the main limitation of these tools is that they are quite complex to set up and configure. Some examples of such tools include Defense-GAN and MagNet.

An analytical review of relevant papers in this research has allowed us to identify the most effective methods for countering the attacks mentioned above. These include:

- Data modification:
  - adversarial Learning (AL) [15];
  - JPEG Compression (JC) [16];
  - total Variance Minimization (TVM) [17];
  - feature Squeezing with reducing the color bit depth (FS) [18];
  - spatial Smoothing (SS) [18].
- Model modification:
  - defensive Distillation (DD) [19].

One of the promising methods for countering adversarial attacks is AL. The basis of this method is the addition of AEs to the training dataset, which leads to an increase in the model accuracy on adversarial data. This allows the model to correctly classify both original images and adversarial examples. However, there is no way to account for adversarial attacks of unknown types, which limits the effectiveness of AL. The method is only effective against adversarial attacks that were included in the training process. Additionally, it is not resilient to black-box attacks where the attacker creates AEs using a locally trained model.

The main idea behind the JC is that the input data is transformed into a more condensed form which is then passed on to the model for processing. This process aims to preserve the structure of the input data while making it more challenging or impossible for an attacker to attack the model directly. Compression can help reduce the model sensitivity to minor changes in the input, which can be exploited by an adversary to carry out an adversarial attack. The JC has several benefits when it comes to defending against such attacks. By reducing the model reliance on small changes in input data and reducing the amount of available information to an attacker, the attack becomes less effective.

An alternative approach to address adversarial perturbations is the TVM method which uses a compressed sensing technique that combines pixel dropout and minimization of total variation. In this method, a small subset of pixels is randomly selected, and then an image corresponding to those pixels is reconstructed. The resulting image is free of adversarial perturbations. The JC and TVM methods are quite effective against FGSM and SQ adversarial attacks, but they still cannot provide effective protection against more powerful adversarial attacks such as CW attacks.

The main idea behind FS is to simplify the data representation thus reducing the impact of low-sensitivity attacks. If models are trained on the same data but with different levels of FS, the results of their work will be similar. Meanwhile, an AE that works successfully on the original model is unlikely to work on another model. By calculating the pairwise difference between the outputs of the original and additional models, selecting the maximum value from them, and comparing it to a predetermined threshold, it can be concluded that an input example is adversarial. There are two heuristics methods: reducing the color depth, which means encoding the color with fewer values, and using a smooth filter on an image (SS).

SS (also known as blurring) is a set of techniques used in image processing to reduce noise in images or to create a less pixelated output. Smoothing techniques are either local (using nearby pixels to smooth each individual pixel) or non-local (using larger areas instead of nearby pixels). However, the SS method itself has some limitations. This method is not very effective against certain types of attacks, and using it alone to counter adversarial attacks may not result in an acceptable level of model performance when implementing attacks. While FS and SS methods can effectively prevent certain attacks, they can also reduce the accuracy on real-world data.

DD uses two-stage data processing through distillation. Distillation is a training procedure in which a model is trained to predict probabilities obtained from another model that has previously been trained. The advantage of this approach is that it provides a smoother loss function that is more generalizable for an unknown dataset and has higher accuracy even with AEs. However, with the rise of black-box attacks, DD methods can be easily bypassed due to the robustness of AEs against all models.

The developed CEAA method combines both the AL approach and processes the images provided as input to the model in order to reduce the impact of adversarial perturbations on the model.

A new method for countering evasion adversarial attacks on information systems based on artificial intelligence

In general, an information system based on AI has the following components:
— a source of input data;
— an input data processor which prepares the data for transfer to the ML model (this could be any type of NN or "classical" ML algorithms);
— the ML model itself;
— a model output handler.

The input data processor is responsible for cleaning and transforming the raw data into a format that is suitable for the ML model. This could involve removing outliers, normalizing data, or performing other pre-processing steps. Once the data is prepared, it is passed on to the ML model which uses algorithms such as deep learning or statistical models to analyze it. The model then generates predictions or outputs based on the input data. Finally, the model output is processed by the output handler, which may involve further refinement or interpretation of the results. This ensures that the information system provides accurate and reliable output.

The generalized scheme of an information system based on AI is shown in Fig. 1.

The proposed CEAA method is designed to create image recognition models (NN or ML-model) that are resistant to adversarial evasion attacks. It aims to counter these attacks by changing the existing model and adding a data processing unit to the input.

The CEAA method includes two stages: AL of a model (*M*) and preprocessing data supplied to the input of the model. A flowchart of the developed CEAA method is shown in Fig. 2.

At the stage 1 the following steps are performed:
— import of a dataset (*data*) containing original images without adversarial attacks;
— generation of an adversarial dataset (*advData*) by implementing adversarial attacks on the original dataset;
— training the model *M* on an *advData*;
— validation of the model *M* on *advData*;
— saving the model *M*.

The stage 2 involves preprocessing the data that is fed into a model, *M*. This stage is based on techniques for modifying the data to protect against adversarial attacks. Specifically, it involves transforming an image in order to reduce the impact of adversarial perturbations on the classification outcome. This process involves the following steps:
1) obtaining an image (*sample*);
2) *sample* transformation to obtain *sampleB* using:
   a) feature squeezing method;
   b) JPEG compression method;
3) transferring the *sampleB* to the input of the model *M* prepared at the stage 1;
4) recognition of *sampleB*, that is equivalent of the input *sample*, with model *M*.

The scientific novelty of the method is characterized by the original combination of methods for countering adversarial attacks: AL of a model and data transformation.

Integration of the developed method for countering adversarial evasion attacks with information systems based on artificial intelligence

Thus, the method consists of the following blocks: input data processing and training resistant ML model on AEs.

The input data preprocessing stage performs image modification functions in order to reduce the effect of adversarial perturbations on the model. The model trained on AEs performs the function of classifying input data.

After embedding the proposed method for counteracting adversarial attacks, the general block diagram of a data-driven AI-based information system will take the form shown in Fig. 3.

Thus, after integrating the proposed method of countering adversarial evasion attacks into the information system, the system would operate in the following way:
— collection of input data from sensors or data stores;
— transformation of input data to ensure correct work with the model;
— transformation of the image to minimize the impact of adversarial distortions on model operation;
— processing of the transformed data using the model to generate the output;
— taking action based on the output from the model.

A generalized scheme of the AI-based system, after the integration of CEAA, is shown in Fig. 4.

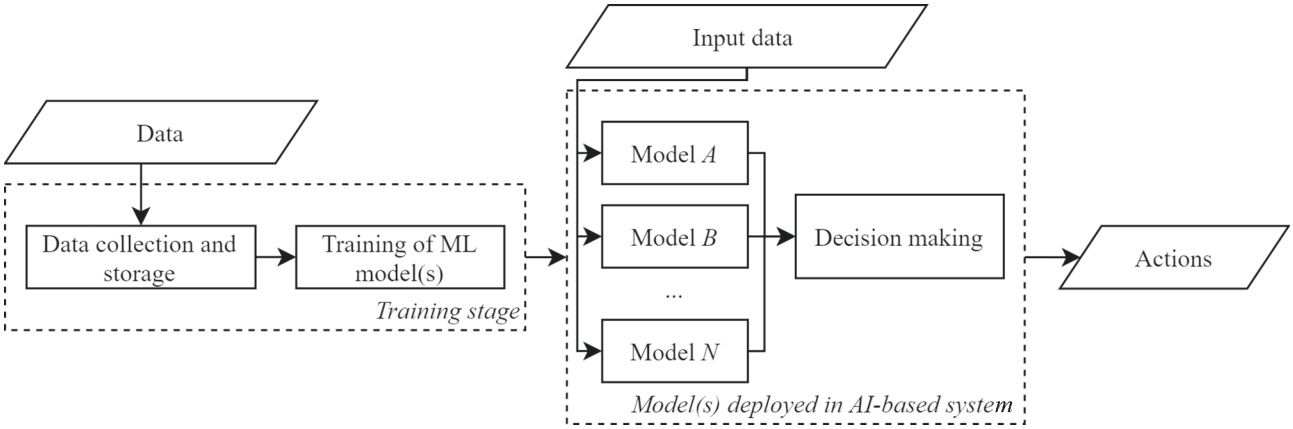


Fig. 1. Generalized scheme of AI-based system

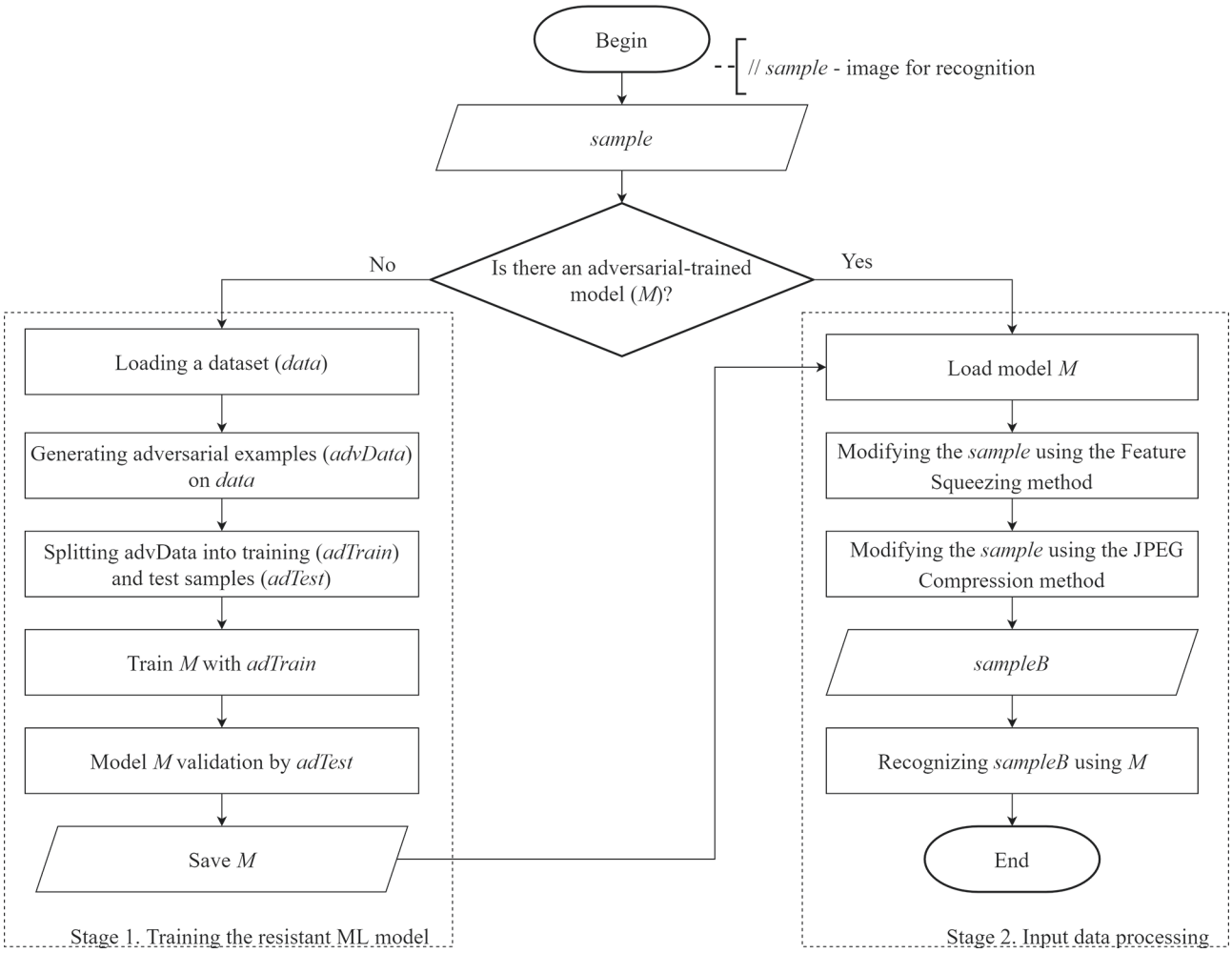


Fig. 2. Flowchart of the developed method for countering adversarial evasion attacks on information systems based on AI

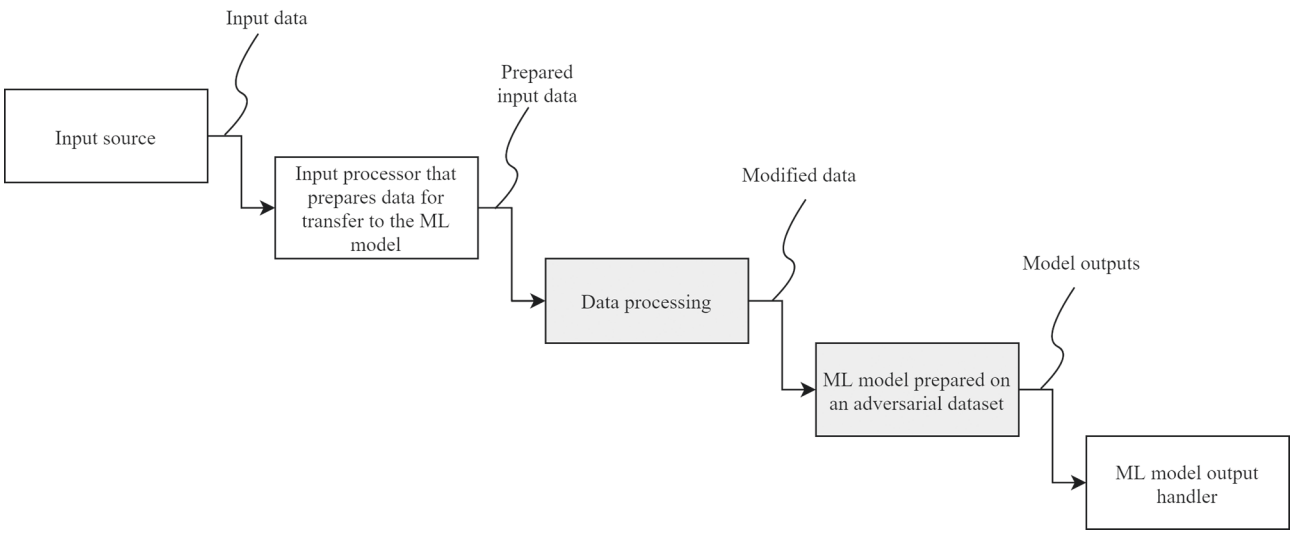


Fig. 3. Generalized block diagram of an information system based on AI, with the integration of the proposed method for countering adversarial evasion attacks

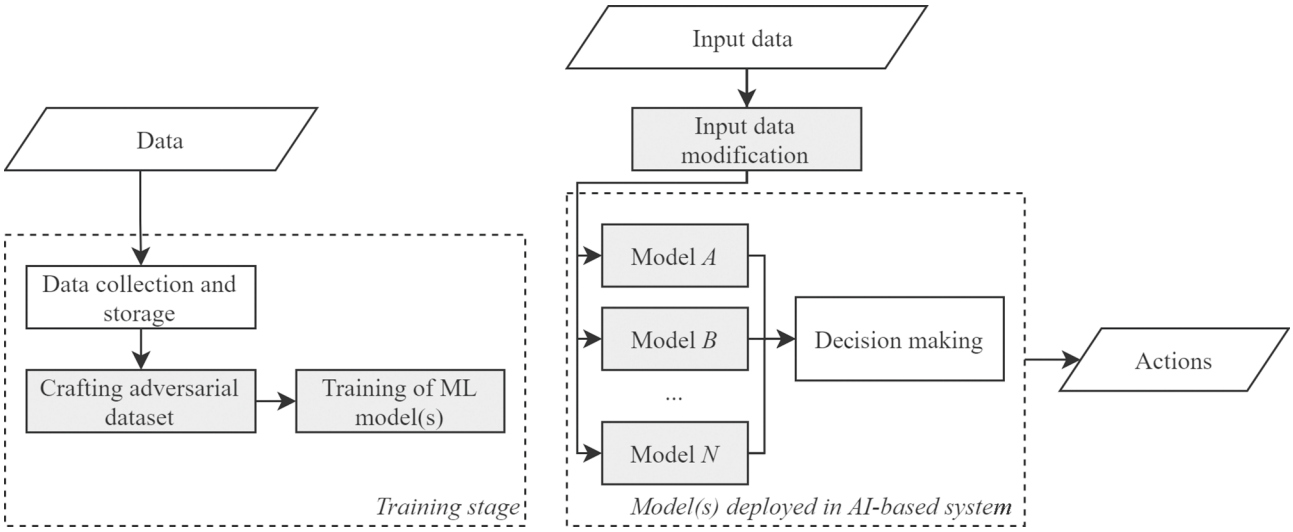


Fig. 4. Generalized scheme of AI-based system after integration of CEAA

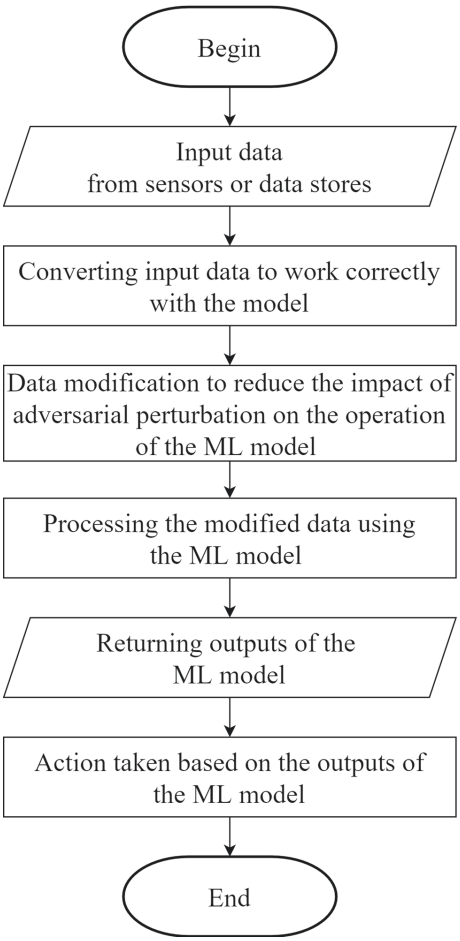


Fig. 5. Flowchart of the information system after the integration of the proposed method

The algorithm of the information system after the integration of the proposed method is shown in Fig. 5.

Experimental studies to assess the quality of the developed method for countering adversarial evasion attacks on AI-based systems

There are two main objectives of the experimental research. The first is to evaluate the impact of the proposed CEAA method on the accuracy, precision, and recall of image recognition using a ML model (Convolutional Neural Network, CNN) under adversarial evasion attacks. The second is to assess the effectiveness of CEAA compared to other existing methods for countering adversarial attacks.

Experimental setup

As mentioned above, the image recognition task that is considered in this paper is a multiclass classification task. In order to evaluate the performance of a classification model, it is common practice to use the following metrics: accuracy, precision, and recall.

The accuracy is calculated using the formula

$$\text{Accuracy} = \frac{\text{TP} + \text{TN}}{\text{TP} + \text{TN} + \text{FP} + \text{FN}}. \quad (1)$$

The calculation of precision is made according to the formula

$$\text{Precision} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}}. \quad (2)$$

The recall is calculated using the formula

$$\text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}. \quad (3)$$

Where TP (True Positive) — correctly classified objects of a positive class, TN (True Negative) — correctly classified objects of a negative class, FP (False Positive) — incorrectly classified objects classified by the classifier as positive, FN (False Negative) — incorrectly classified objects, classified by the classifier as negative.

For experimental purposes, a CNN with the architecture shown in Table 1 was developed. The selection of this type of NN is based on its high accuracy in recognizing and classifying images, as well as its smaller number of

Table 1. Architecture of the CNN model used in experiments

Layer	Output shape	Activation function
Conv2D	(None, 26, 26, 32)	relu
MaxPooling2D	(None, 13, 13, 32)	—
Conv2D	(None, 11, 11, 64)	relu
MaxPooling2	(None, 5, 5, 64)	—
Flatten	(None, 1600)	—
Dropout	(None, 1600)	—
Dense	(None, 10)	softmax

adjustable parameters and its resistance to rotation and translation of the recognized images. The choice of this particular architecture is justified by its high accuracy rates on test data, with only a small number of layers in the network.

During the preparation of the experiments, the following requirements were formed for the dataset: all images must be square and have the same size in pixels in order for them to work correctly with the NN; the data must be labeled; the minimum number of images for one class is 500, and it should allow us to assess the accuracy of image recognition in conditions of adversarial attacks, before and after applying the CEAA method.

To train the model, the Modified National Institute of Standards and Technology (MNIST) image dataset was chosen as it is the most efficient in terms of model preparation and is widely used by the scientific community for experimental evaluation of protection methods against adversarial attacks.

The dataset was balanced, meaning that each class has approximately the same number of training and testing samples as the other classes. There are 10 classes in the dataset, with approximately 1,000 images per class, resulting in a total of 10,000 samples. In all of the experiments, the dataset was divided into training and testing sets in a ratio of 80:20.

At first the CNN was trained on a prepared dataset that did not contain adversarial attacks. The following parameters were used: batch size — 128, number of epochs — 15. The model was given the following name: Image Recognition Model (IRM). The performance of IRM was then evaluated according to formula (1), the accuracy obtained was 0.9922.

Then based on the prepared dataset and the IRM model, adversarial examples for FGSM, SQ, PGD, BIM, CW and JSMA attacks were crafted, six independent adversarial datasets were created.

After that to implement the AL stage of the developed CEAA method, a second model was trained on data containing only AEs for FGSM, PGD and BIM attacks. The model was not trained on all considered attacks for the purpose of evaluating the developed CEAA method objectively. The performance of this model was evaluated according to formula (1), the accuracy obtained was 0.9911.

Evaluation of the quality of the image recognition model under FGSM, SQ, PGD, BIM evasion attacks before and after implementation of the developed method

The aim of the experimental research is to determine the accuracy, precision and recall of the image recognition model, both before and after implementing the CEAA method.

In two series of experiments the accuracy, precision, and recall of image recognition were assessed using formulas (1)–(3):

1) for the base IRM without any evasion attacks countermeasures on normal images and adversarial images;
2) for the image recognition model with the implementation of the developed CEAA method on normal images and adversarial images.

The inputs to the base IRM model and the model prepared with CEAA were fed with images from the generated datasets including images that had been subjected to adversarial attacks, such as FGSM, PGD, and BIM. The results of these experiments are presented in Table 2.

The results of the first set of experiments demonstrate the vulnerability of the original model to adversarial attacks. Although the model performance indicators on the initial dataset are high, it would be easy for an attacker to “trick” such a model with adversarial examples.

In the second set of experiments, the accuracy, precision, and recall of the IRM after implementing of the developed CEAA method were evaluated. The results of these experiments showed that the values of the performance metrics of the image recognition model slightly decreased on the initial data after applying the CEAA method. But at the same time, they increased significantly in conditions of the implemented adversarial attacks. It is worth noting that the model performance

Table 2. Comparison of accuracy, precision and recall of the image recognition using CNN under FGSM, SQ, PGD, BIM evasion attacks before and after implementation of the developed method

Attack method	Accuracy		Precision		Recall	
	Base IRM	CEAA	Base IRM	CEAA	Base IRM	CEAA
No attack	0.9922	0.9887	0.9921	0.9886	0.9921	0.9886
FGSM	0.3754	0.9854	0.4563	0.9853	0.3764	0.9852
PGD	0.0735	0.9862	0.0811	0.9861	0.0747	0.9861
BIM	0.0671	0.9824	0.0671	0.9822	0.0686	0.9824
SQ	0.1695	0.9800	0.2155	0.9798	0.1721	0.9798
Average for all attacks	0.1714	0.9835	0.2050	0.9834	0.1730	0.9834

Table 3. Comparison of the image recognition accuracy before and after implementation of the developed CEAA method with other existing defense methods for various attack types

Attack method	Adversarial attacks defense method							
	IRM (NM)	**CEAA**	AL	SS	FS	JC	TVM	DD
	Accuracy							
NA	0.9922	**0.9887**	0.9911	0.9686	0.9896	0.9921	0.7952	0.9916
FGSM	0.3754	**0.9854**	0.9871	0.7548	0.9659	0.4478	0.6508	0.5268
PGD	0.0735	**0.9862**	0.9872	0.1649	0.9284	0.0736	0.4772	0.0735
BIM	0.0671	**0.9824**	0.9827	0.1589	0.8301	0.0671	0.4749	0.0671
SQ	0.1695	**0.9800**	0.7992	0.5637	0.9766	0.4934	0.4021	0.6527
CW	0.4417	**0.9873**	0.9876	0.8930	0.8538	0.5651	0.7503	0.7406
JSMA	0.0011	**0.7284**	0.0010	0.9290	0.7410	0.5669	0.7175	0.5812
Average for all attacks	0.1881	**0.9416**	0.7908	0.5774	0.8826	0.3690	0.5788	0.4403

NOTE. IRM (NM) — without using any adversarial attack countermeasures, NA — normal images (without attacks).

remained acceptable even in the presence of adversarial attacks, thus proving the effectiveness of the developed CEAA method in counteracting adversarial attacks.

Evaluation the effectiveness of the developed method of countering adversarial evasion attacks in comparison with other existing methods

The aim of this experimental study is to compare the developed CEAA method with the existing methods in terms of accuracy.

In the series of experiments, the image recognition accuracy was evaluated using formula (1) on adversarial data, crafted with FGSM, SQ, PGD, BIM, CW, JSMA attacks. Developed CEAA method was compared on accuracy with various methods of countering adversarial attacks (AL, SS, FS, JC, TVM, DD).

Normal and adversarial images were fed to the model input:

— for the base IRM without any evasion attacks countermeasures;
— for the image recognition model with the implementation of the developed CEAA method;
— for the image recognition model with the AL, SS, FS, JC, TVM, DD countermeasures;
— the results of the series of experiments are presented in Table 3 and in Fig. 6.

It is worth noting the differences in indicators between the CEAA method and the AL method. There is a slight difference in accuracy between CEAA and AL for attacks FGSM, PGD, BIT that were used to train the model in AL method. However, at the same time, the developed CEAA method produces much better results for attacks that were not included during the AL, which can be clearly seen in attacks such as SQ and JSMA. The accuracy for the CW attack is approximately the same.

Average image recognition accuracy of the adversarial data without any defense is around 0.19, and after implementation of the developed method — 0.94. Method performs better than the existing methods, accuracy of the image recognition model only with Adversarial Learning is 0.79, Spatial Smoothing — 0.58, Feature Squeezing — 0.88, JPEG compression — 0.37, Total Variance Minimization — 0.58, Defensive Distillation — 0.44.

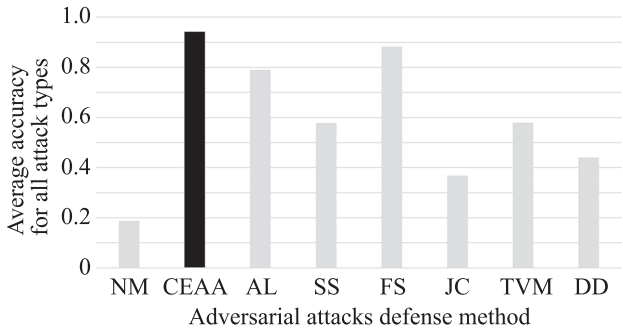


Fig. 6. Average image recognition accuracy on adversarial data for various countermeasures

The experimental results indicate that the proposed CEAA method is more effective in countering adversarial evasion attacks than other methods analyzed. It provides better image recognition accuracy compared to existing methods. Therefore, the developed CEAA approach allows for high performance indicators of a model, even when adversarial attacks are present, which were not taken into account when creating the adversarial model.

Conclusion and future work

In conclusion, the study on the development of a method to counter adversarial evasion attacks in AI-based information systems has shown promising results. When using the novel method, there was a slight decrease in model performance on initial data, but it significantly improved resilience and accuracy against adversarial attacks. Interestingly, performance remains acceptable even under attacks highlighting the effectiveness of the method.

Comparative experiments also revealed that this method outperformed existing techniques, especially against novel adversarial attacks not considered during model training. The significant improvement in model performance against such unexpected attacks demonstrates the method robustness and adaptability.

The developed method can counteract adversarial evasion attacks. The novelty of the solution lies in the

combination of adversarial learning and the preprocessing of input data for the model. This approach has practical value in improving the accuracy of the model under the impact of adversarial attacks.

Future research will focus on optimizing information systems based on artificial intelligence in order to enhance resilience against a wider range of attacks, while maintaining performance and enhancing real-time defensive capabilities, as well as ensuring adaptability to different models.

References

1. Szegedy C., Zaremba W., Sutskever I., Bruna J., Erhan D., Goodfellow I., Fergus R. Intriguing properties of neural networks. *arXiv*, 2013, arXiv:1312.6199. https://doi.org/10.48550/arXiv.1312.6199
2. Tabassi E., Burns K.J., Hadjimichael M., Molina-Markham A.D., Sexton J.T. *A taxonomy and terminology of adversarial machine learning: NIST IR*, 2019, pp. 1–29.
3. Goodfellow I.J., Shlens J., Szegedy C. Explaining and harnessing adversarial examples. *arXiv*, 2015, arXiv:1412.6572. https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.6572
4. Carlini N., Mishra P., Vaidya T., Zhang Y., Sherr M., Shields C., Wagner D., Zhou W. Hidden voice commands. *Proc. of the 25th USENIX Security Symposium*, 2016, pp. 513–530.
5. Zhang G., Yan C., Ji X., Zhang T., Zhang T., Xu W. Dolphinattack: Inaudible voice commands. *Proc. of the 2017 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security*, 2017, pp. 103–117. https://doi.org/10.1145/3133956.3134052
6. Kurakin A., Goodfellow I.J., Bengio S. Adversarial machine learning at scale. *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2017.
7. Li X., Zhu D. Robust detection of adversarial attacks on medical images. *Proc. of the 2020 IEEE 17th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, 2020, pp. 1154–1158. https://doi.org/10.1109/isbi45749.2020.9098628
8. Imam N.H., Vassilakis V.G. A survey of attacks against twitter spam detectors in an adversarial environment. *Robotics*, 2019, vol. 8, no. 3, pp. 50. https://doi.org/10.3390/robotics8030050
9. Andriushchenko M., Croce F., Flammarion N., Hein M. Square attack: a query-efficient black-box adversarial attack via random search. *Lecture Notes in Computer Science*, 2020, vol. 12368, pp. 484–501. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58592-1_29
10. Deng Y., Karam L.J. Universal adversarial attack via enhanced projected gradient descent. *Proc. of the 2020 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, 2020, pp. 1241–1245. https://doi.org/10.1109/icip40778.2020.9191288
11. Madry A., Makelov A., Schmidt L., Tsipras D., Vladu A. Towards deep learning models resistant to adversarial attacks. *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2018.
12. Kurakin A., Goodfellow I.J., Bengio S. Adversarial examples in the physical world. *Artificial Intelligence Safety and Security*, 2018, pp. 99–112. https://doi.org/10.1201/9781351251389-8
13. Carlini N., Wagner D. Towards evaluating the robustness of neural networks. *Proc. of the 2017 IEEE Symposium on Security and Privacy (SP)*, 2017, pp. 39–57. https://doi.org/10.1109/sp.2017.49
14. Papernot N., McDaniel P., Jha S., Fredrikson M., Celik Z.B., Swami A. The limitations of deep learning in adversarial settings. *Proc. of the 2016 IEEE European Symposium on Security and Privacy (EuroS&P)*, 2016, pp. 372–387. https://doi.org/10.1109/eurosp.2016.36
15. Lowd D., Meek C. Adversarial learning. *Proc. of the eleventh ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery in data mining*, 2005, pp. 641–647. https://doi.org/10.1145/1081870.1081950
16. Das N., Shanbhogue M., Chen S.-T., Hohman F., Chen L., Kounavis M.E., Chau D.H. Keeping the bad guys out: Protecting and vaccinating deep learning with JPEG compression. *arXiv*, 2017, arXiv:1705.02900. https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.02900
17. Guo C., Rana M., Cisse M., van der Maaten L. Countering adversarial images using input transformations. *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2018.
18. Xu W., Evans D., Qi Y. Feature squeezing: detecting adversarial examples in deep neural networks. *Proc. of the 2018 Network and Distributed System Security Symposium*, 2018. https://doi.org/10.14722/ndss.2018.23198

Литература

1. Szegedy C., Zaremba W., Sutskever I., Bruna J., Erhan D., Goodfellow I., Fergus R. Intriguing properties of neural networks // arXiv. 2013. arXiv:1312.6199. https://doi.org/10.48550/arXiv.1312.6199
2. Tabassi E., Burns K.J., Hadjimichael M., Molina-Markham A.D., Sexton J.T. A taxonomy and terminology of adversarial machine learning: NIST IR. 2019. P. 1–29.
3. Goodfellow I.J., Shlens J., Szegedy C. Explaining and harnessing adversarial examples // arXiv. 2015. arXiv:1412.6572. https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.6572
4. Carlini N., Mishra P., Vaidya T., Zhang Y., Sherr M., Shields C., Wagner D., Zhou W. Hidden voice commands // Proc. of the 25th USENIX Security Symposium. 2016. P. 513–530.
5. Zhang G., Yan C., Ji X., Zhang T., Zhang T., Xu W. Dolphinattack: Inaudible voice commands // Proc. of the 2017 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security. 2017. P. 103–117. https://doi.org/10.1145/3133956.3134052
6. Kurakin A., Goodfellow I.J., Bengio S. Adversarial machine learning at scale // International Conference on Learning Representations (ICLR). 2017.
7. Li X., Zhu D. Robust detection of adversarial attacks on medical images // Proc. of the 2020 IEEE 17th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI). 2020. P. 1154–1158. https://doi.org/10.1109/isbi45749.2020.9098628
8. Imam N.H., Vassilakis V.G. A survey of attacks against twitter spam detectors in an adversarial environment // Robotics. 2019. V. 8. N 3. P. 50. https://doi.org/10.3390/robotics8030050
9. Andriushchenko M., Croce F., Flammarion N., Hein M. Square attack: a query-efficient black-box adversarial attack via random search // Lecture Notes in Computer Science. 2020. V. 12368. P. 484–501. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58592-1_29
10. Deng Y., Karam L.J. Universal adversarial attack via enhanced projected gradient descent // Proc. of the 2020 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). 2020. P. 1241–1245. https://doi.org/10.1109/icip40778.2020.9191288
11. Madry A., Makelov A., Schmidt L., Tsipras D., Vladu A. Towards deep learning models resistant to adversarial attacks // International Conference on Learning Representations (ICLR). 2018.
12. Kurakin A., Goodfellow I.J., Bengio S. Adversarial examples in the physical world // Artificial Intelligence Safety and Security. 2018. P. 99–112. https://doi.org/10.1201/9781351251389-8
13. Carlini N., Wagner D. Towards evaluating the robustness of neural networks // Proc. of the 2017 IEEE Symposium on Security and Privacy (SP). 2017. P. 39–57. https://doi.org/10.1109/sp.2017.49
14. Papernot N., McDaniel P., Jha S., Fredrikson M., Celik Z.B., Swami A. The limitations of deep learning in adversarial settings // Proc. of the 2016 IEEE European Symposium on Security and Privacy (EuroS&P). 2016. P. 372–387. https://doi.org/10.1109/eurosp.2016.36
15. Lowd D., Meek C. Adversarial learning // Proc. of the eleventh ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery in data mining. 2005. P. 641–647. https://doi.org/10.1145/1081870.1081950
16. Das N., Shanbhogue M., Chen S.-T., Hohman F., Chen L., Kounavis M.E., Chau D.H. Keeping the bad guys out: Protecting and vaccinating deep learning with JPEG compression // arXiv. 2017. arXiv:1705.02900. https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.02900
17. Guo C., Rana M., Cisse M., van der Maaten L. Countering adversarial images using input transformations // International Conference on Learning Representations (ICLR). 2018.
18. Xu W., Evans D., Qi Y. Feature squeezing: detecting adversarial examples in deep neural networks // Proc. of the 2018 Network and Distributed System Security Symposium. 2018. https://doi.org/10.14722/ndss.2018.23198

19. Papernot N., McDaniel P., Wu X., Jha S., Swami A. Distillation as a defense to adversarial perturbations against deep neural networks. *Proc. of the 2016 IEEE Symposium on Security and Privacy (SP)*, 2016, pp. 582–597. https://doi.org/10.1109/sp.2016.41

19. Papernot N., McDaniel P., Wu X., Jha S., Swami A. Distillation as a defense to adversarial perturbations against deep neural networks // Proc. of the 2016 IEEE Symposium on Security and Privacy (SP). 2016. P. 582–597. https://doi.org/10.1109/sp.2016.41

Authors

Alisa A. Vorobeva — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57191359167, https://orcid.org/0000-0001-6691-6167, vorobeva@itmo.ru

Maxim A. Matuzko — Engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0006-2179-6847, mxmmtzk@gmail.com
Dmitry I. Sivkov — Engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0000-0002-3008-3789, 485280@mail.ru
Roman I. Safiullin — Engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0004-8635-9432, romsaaf@mail.ru
Alexander A. Menshchikov — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 57196052901, https://orcid.org/0000-0002-2287-4310, menshikov@itmo.ru

Авторы

Воробьева Алиса Андреевна — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57191359167, https://orcid.org/0000-0001-6691-6167, vorobeva@itmo.ru
Матузко Максим Александрович — инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0006-2179-6847, mxmmtzk@gmail.com
Сивков Дмитрий Игоревич — инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0000-0002-3008-3789, 485280@mail.ru
Сафиуллин Роман Ильшатович — инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0004-8635-9432, romsaaf@mail.ru
Менщиков Александр Алексеевич — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 57196052901, https://orcid.org/0000-0002-2287-4310, menshikov@itmo.ru

Received 06.02.2024
Approved after reviewing 02.03.2024
Accepted 27.03.2024

Статья поступила в редакцию 06.02.2024
Одобрена после рецензирования 02.03.2024
Принята к печати 27.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
март–апрель 2024 Том 24 № 2 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
March–April 2024 Vol. 24 No 2 http://ntv.ifmo.ru/en/
ISSN 2226-1494 (print) ISSN 2500-0373 (online)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MODELING AND SIMULATION

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-267-275
УДК 519.233.22

О свойствах *M*-оценок, оптимизирующих весовую L_2-норму функции влияния

Даниил Валерьевич Лисицин[1], Константин Викторович Гаврилов[2]✉

[1,2] Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, 630073, Российская Федерация

[1] lisitsin@ami.nstu.ru, https://orcid.org/0009-0007-0723-6285
[2] aenigma77@mail.ru✉, https://orcid.org/0009-0001-9252-9942

Аннотация
Введение. В работе развивается теория устойчивых *M*-оценок, относящихся к классу сниженных оценок, обладающих свойством устойчивости к асимметричному засорению. Многие известные сниженные оценки могут быть получены в рамках двух подходов д.т.н. А.М. Шурыгина: локально устойчивого подхода, основанного на анализе показателя неустойчивости оценки (L_2-нормы функции влияния), или подхода, основанного на модели серии выборок со случайным точечным засорением (модели байесовского точечного засорения). Эти подходы удобны для построения различных устойчивых *M*-оценок и, по сравнению с классическими робастными процедурами, предоставляют более широкие возможности. Предложенное А.М. Шурыгиным в рамках первого из перечисленных подходов семейство условно оптимальных оценок может определяться как оптимизирующее асимптотическую дисперсию при ограничении на величину неустойчивости. Соответствующая задача допускает представление в форме оптимизации весовой L_2-нормы функции влияния. Во втором подходе рассматривается специальным образом сформированная непараметрическая окрестность модельного распределения, и он тоже может быть сведен к анализу весовой L_2-нормы функции влияния. Таким образом, данный критерий качества оценивания является достаточно общим и полезным для конструирования робастных оценок. **Метод.** Теория оценок, оптимальных с точки зрения весовой L_2-нормы функции влияния, в настоящее время недостаточно развита. Так, для соответствующих семейств оценок остается нерешенным вопрос единственности членов семейства. Вопрос сводится к исследованию выпуклости (вогнутости) оптимизируемого функционала в зависимости от параметра, задающего семейство. **Основные результаты.** В работе в общем виде получено выражение для производной по параметру функционала качества оптимальной оценки. Получены неравенства для второй производной, необходимые для установления его выпуклости (вогнутости) по параметру. Полученные результаты применены для описания свойств условно оптимального семейства. Построены функции влияния ряда условно оптимальных оценок для параметров сдвига и масштаба нормальной модели. Исследованы характеристики этих оценок. **Обсуждение.** Показана устойчивость большинства рассмотренных оценок, что важно для их практического применения. Теоретические результаты могут быть полезны при исследовании свойств компромиссных оценок на базе двух критериев, а также при изучении минимаксных уровней засорения в рамках подхода А.М. Шурыгина на основе модели байесовского точечного засорения. Результаты работы могут найти применение в ситуациях целенаправленного искажения данных противником, в том числе в задачах, связанных с вредоносным машинным обучением.

Ключевые слова
M-оценки, робастная статистика, функция влияния, устойчивые оценки, сниженные оценки, условно оптимальные оценки

Ссылка для цитирования: Лисицин Д.В., Гаврилов К.В. О свойствах *M*-оценок, оптимизирующих весовую L_2-норму функции влияния // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 267–275. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-267-275

© Лисицин Д.В., Гаврилов К.В., 2024

On the properties of M-estimators optimizing weighted L_2-norm of the influence function

Daniil V. Lisitsin[1], Konstantin V. Gavrilov[2]✉

[1,2] Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

[1] lisitsin@ami.nstu.ru, https://orcid.org/0009-0007-0723-6285
[2] aenigma77@mail.ru✉, https://orcid.org/0009-0001-9252-9942

Abstract
The work develops the theory of stable M-estimators belonging to the class of redescending estimators, having the property of resistance to asymmetric contamination. Many well-known redescending estimators can be obtained within the framework of the locally stable approach of A.M. Shurygin, based on the analysis of the estimator instability functional (L_2-norm of the influence function), or his approach based on the model of a series of samples with random point contamination (point Bayesian contamination model). These approaches are convenient for constructing various stable M-estimators and, in comparison with classical robust procedures, provide wider opportunities. The family of conditionally optimal estimators proposed by A.M. Shurygin within the framework of the first of the listed approaches can be defined as optimizing the asymptotic dispersion under a constraint on the value of instability. The corresponding problem can be represented in the form of optimization of the weighted L_2-norm of the influence function. The second approach considers a specially formed nonparametric neighborhood of the model distribution, and it can also be reduced to the analysis of the weighted L_2-norm of the influence function. Thus, this estimation quality criterion is quite general and useful for constructing robust estimators. The theory of estimators that are optimal in terms of weighted L_2-norm of the influence function is currently underdeveloped. Specifically, for the corresponding families of estimators, the question of the uniqueness of family members remains unresolved. The question comes down to studying the convexity (concavity) of the optimized functional depending on the parameter defining the family. In the presented work, an expression is obtained in general form for the derivative with respect to the parameter of the quality functional of the optimal estimator. Inequalities are obtained for the second derivative necessary to establish its convexity (concavity) with respect to the parameter. Corollaries from these results are applied to describe the properties of a conditionally optimal family. The influence functions of a number of conditionally optimal estimators for the shift and scale parameters of the normal model are constructed. The characteristics of these estimators are studied. The stability of most of the considered estimators is shown, which is important for their practical application. The theoretical results obtained can be useful in studying the properties of compromise estimators based on two criteria as well as in studying minimax contamination levels within the framework of A.M. Shurygin's point Bayesian contamination model. The results of the work can be used in situations of purposed data corruption by an adversary including the problems related to adversarial machine learning.

Keywords
M-estimators, robust statistics, influence function, stable estimates, redescending estimators, conditionally optimal estimators

For citation: Lisitsin D.V., Gavrilov K.V. On the properties of M-estimators optimizing weighted L_2-norm of the influence function. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 267–275 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-267-275

Введение

Современные подходы к решению задачи оценивания параметров статистических моделей [1] направлены на обеспечение устойчивости получаемых решений к возможным отклонениям реальной ситуации от принятых в модели предположений [2–4]. Одним из наиболее трудных для формализации являлось асимметричное засорение симметрично распределенных данных, поскольку априорная информация о возможном искажении, как правило, отсутствует, а классические робастные подходы в этой ситуации не обладают достаточной устойчивостью. Для решения этой проблемы были предложены сниженные оценки [3, 4], в которых влияние периферийных наблюдений значительно снижено по сравнению с классическими робастными решениями. Однако эти решения оставались, по существу, эвристическими.

Важным шагом к получению теоретически обоснованных решений стала предложенная д.т.н. Александром Михайловичем Шурыгиным [2, 5] достаточно универсальная *модель байесовского точечного засорения* (БТЗ), которая позволяет описывать воздействие асимметричного засорения на набор данных. Модель предполагает наличие серии выборок, каждая из которых имеет засорение в виде распределения, сосредоточенного в одной точке. Эта точка является фиксированной в пределах одной выборки, но имеет некоторое распределение по серии выборок. Каждому распределению засоряющей точки соответствует наилучшая оценка, полученная в результате минимизации ее асимптотического квадратичного отклонения [2]. Получающиеся оценки часто оказываются сниженными. В рамках модели БТЗ оптимальными являются многие известные сниженные оценки параметра сдвига, среди них бивес-оценка Тьюки, оценки Эндрюса, Бернулли, Смита, Мешалкина, оценка Хьюбера типа урезанного среднего, обобщенные оценки Шарбонье [2, 6, 7].

Еще один — локально устойчивый — подход А.М. Шурыгина [2] основан на показателе *неустойчивости* оценки (L_2-норме функции влияния). Оптимизация неустойчивости при ограничении на асимптотическую дисперсию (или, что тоже, оптимизация асимптотической дисперсии при ограничении на величину неустойчивости) приводит к семейству *условно оптимальных оценок* [2, 8], которые, как правило, тоже являются сниженными.

Характерно, что и условно оптимальное семейство, и решения, получаемые в подходе на основе модели БТЗ, могут быть сведены к оптимизации весовой L_2-нормы функции влияния [4]. Таким образом, данный подход является достаточно общим и востребованным: он может служить теоретической основой для конструирования широкого спектра оптимальных устойчивых оценок. Однако к настоящему времени оставался неизученным ряд свойств оптимальных оценок, в частности, открытым оставался вопрос единственности членов их семейств, который связан с вопросом выпуклости (вогнутости) оптимизируемого функционала в зависимости от параметра.

В настоящей работе в общем виде исследуются свойства оценок, оптимизирующих весовую L_2-норму функции влияния при условии, что весовая функция зависит от скалярного параметра. Основные результаты — получение выражения для производной по параметру функционала качества и неравенства для второй его производной, необходимые для установления его выпуклости (вогнутости). В частности, для условно оптимального семейства [2, 8, 9] показана монотонность функций асимптотической дисперсии и неустойчивости оценки, что обеспечивает единственность элементов семейства [8]. В качестве применения теории рассмотрен ряд условно оптимальных оценок параметров сдвига и масштаба нормальной модели, исследованы устойчивость и другие характеристики этих оценок.

Элементы теории устойчивого оценивания

Пусть $x_1, \ldots, x_m$ — независимые наблюдения случайной величины ξ, распределенной с плотностью $f(x, \theta)$, где $x \in X \subseteq R$ и параметр $\theta \in \Theta \subseteq R$. Здесь X и Θ — множества значений переменной x и параметра θ соответственно, R — множество вещественных чисел. M-оценка $\hat{\theta}$ неизвестного параметра может определяться как решение оценочного уравнения [1, 3]

$$\sum_{i=1}^{m} \psi(x_i, \hat{\theta}) = 0,$$

где $\psi(x, \theta)$ — *оценочная функция* параметра θ. Оценка должна удовлетворять условию асимптотической несмещенности вида [1, 10]

$$\mathbf{E}\psi(\xi, \theta) = \int_X \psi(x, \theta) f(x, \theta) dx = 0, \qquad (1)$$

где $\mathbf{E}$ — оператор математического ожидания.

Дифференцируя (1) по θ и допуская возможность изменения порядка дифференцирования и интегрирования, можно записать следующие равенства [3, 10]:

$$N(\theta) \overset{df}{=} -\lim_{t \to \theta} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}\psi(\xi, t) = -\mathbf{E}\frac{\partial}{\partial \theta}\psi(\xi, \theta) =$$

$$= \int_X \psi(x, \theta) \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx, \qquad (2)$$

где функция $N(\theta)$ имеет смысл нормировочной характеристики оценочной функции.

Потребуем, чтобы в окрестности истинного значения параметра θ выполнялось условие асимптотической несмещенности (1), были справедливы равенства (2), функция $N(\theta)$ была непрерывной и не равной нулю [11]. Более полный набор условий регулярности, обеспечивающий также $\sqrt{m}$-состоятельность и асимптотическую нормальность оценок [1, 12, 13], приведен, например, в работе [5].

Рассмотрим в качестве показателя качества оценивания квадрат весовой L_2-нормы функции влияния с весом $s(x, \theta)$

$$U(\psi, s) = \frac{1}{N^2(\theta)} \int_X \psi^2(x, \theta) s(x, \theta) dx = \int_X \mathrm{IF}^2(x, \theta) s(x, \theta) dx, \qquad (3)$$

где $\mathrm{IF}(x, \theta) = \psi(x, \theta)/N(\theta)$, IF — функция влияния Хампеля [4]. Функционал (3) возникает, например, как асимптотическое квадратичное отклонение оценки в модели БТЗ [2, 5, 14], где весовая функция $s(x, \theta)$ представляет собой плотность распределения засоряющей точки. В частности, асимптотическая дисперсия [1] M-оценки $\hat{\theta}$ определяется как $V(\psi) = U(\psi, f)$, а неустойчивость оценки [2, 14, 15] — $W(\psi) = U(\psi, 1)$. Минимизация функционала $V(\psi)$ приводит к *оценке максимального правдоподобия* (ОМП) [1], а минимизация $W(\psi)$ — к *оценке максимальной устойчивости* (ОМУ) [2]. Соответствующие значения оптимизируемых функционалов обозначим $V_{\text{ОМП}}$ и $W_{\text{ОМУ}}$. Также используем относительные характеристики оценки — *эффективность* [1, 2] $\mathrm{eff}\psi = V_{\text{ОМП}}/V(\psi)$ и *устойчивость* [2].

В [2] показано, что функционал (3) достигает минимума по ψ на функции

$$\psi(x, \theta) = c(\theta)\left[\frac{\partial}{\partial \theta}\ln f(x, \theta) + \beta(\theta)\right]\frac{f(x, \theta)}{s(x, \theta)}, \qquad (4)$$

где $c(\theta)$ — произвольная непрерывная функция, не равная нулю для всех $\theta \in \Theta$; функция $\beta(\theta)$ определяется из условия (1). Оценочную функцию (4) назовем оптимальной для заданной весовой функции $s(x, \theta)$.

Функция (4) является также решением задачи максимизации функционала (3) для функции $s(x, \theta) \leq 0$. Таким образом, весовая функция $s(x, \theta)$ в (4) может быть неотрицательной или неположительной, что расширяет исходное определение функционала (3) как квадрата весовой L_2-нормы. Соответственно функционалу (3) при этом доставляется минимум либо максимум.

Далее для краткости, как правило, будем опускать аргументы функций. Например, (4) запишем в виде $\psi = c(\partial f/\partial\theta + \beta f)/s$.

Введем следующее соглашение. Когда функционал (3) или его частный случай (V или W) используется без указания аргументов, подразумевается, что в качестве оценочной функции в него подставляется выражение (4), зависящее от s. Если при этом весовая функция s является членом параметрического семейства, то функционал представляет собой функцию параметра, задающего это семейство. Штрихом будем обозначать производную функций по данному параметру.

Так, семейству условно оптимальных оценок [2, 8, 9, 11, 16] в зависимости от способа параметризации соответствуют функции $s = 1 + \gamma f$ или $s = \lambda + f$, где γ, λ — параметры, задающие семейство. Данное семей-

ство оценок может определяться как минимизирующее неустойчивость при ограничении на асимптотическую дисперсию (или минимизирующее асимптотическую дисперсию при ограничении на неустойчивость). Причем в задаче минимизации возможны два вида ограничений: ограничения-неравенства и ограничения-равенства. Последние приводят к более широким диапазонам параметров, задающих семейство, и потому оно названо *расширенным* условно оптимальным семейством [8].

Для обеспечения корректности приводимых далее рассуждений дополнительно потребуем, чтобы все полученные производные и интегралы существовали и были непрерывными функциями параметра, задающего семейство; для выписанных интегралов было допустимо, где это необходимо, внесение операции дифференцирования под знак интеграла.

Свойства оптимальных оценочных функций

Изучим свойства оптимальных оценочных функций, определяемых выражением (4). В работе [11] показано, что для величины (3) справедливо:

$$U = \frac{c}{N} = c^2 / \int_X \psi^2 s dx,$$

где функция N определена в выражении (2), а c — в (4).

Перепишем равенства в виде [5]:

$$\frac{1}{U} = \frac{N}{c} = \frac{1}{c^2}\int_X \psi^2 s dx = \int_X \varphi^2 s dx, \tag{5}$$

где $\varphi = \psi/c = (\partial f/\partial\theta + \beta f)/s$.

Пусть функция s представляет собой параметрическое семейство, зависящее от некоторого скалярного параметра, от которого не зависит f. Тогда получим:

$$\varphi' = (\beta' f - \varphi s')/s. \tag{6}$$

Теорема 1. Для оценочной функции (4) справедливо

$$U' = \frac{1}{N^2}\int_X \psi^2 s' dx = \int_X \mathrm{IF}^2 s' dx.$$

Доказательство. Действительно, используя равенства (5), (6) и (1), найдем

$$\left(\frac{N}{c}\right)' = 2\beta'\int_X \varphi f dx - \int_X \varphi^2 s' dx = \int_X \varphi\varphi' s dx = -\int_X \varphi^2 s' dx; \tag{7}$$

$$U' = -\left(\frac{c}{N}\right)^2 \left(\frac{N}{c}\right)' = \left(\frac{c}{N}\right)' \int_X \varphi^2 s' dx = \\ = \frac{1}{N^2}\int_X \psi^2 s' dx = \int_X \mathrm{IF}^2 s' dx. \tag{8}$$

Теорема доказана.

Функционал U' в зависимости от вида s и способа ее параметризации может иметь различный смысл. Рассмотрим некоторые частные случаи теоремы 1.

Следствие 1 из теоремы 1. Пусть $s = \gamma f + h$, где γ — параметр, задающий семейство; h — независящая от γ функция. Тогда для оптимальной оценочной функции (4) справедливо

$$U' = \frac{1}{N^2}\int_X \psi^2 f dx = U(\psi, f) = V.$$

Следствие 2 из теоремы 1. Пусть $s = f + \lambda h$, где λ — параметр, задающий семейство; h — независящая от λ функция. Тогда для оптимальной оценочной функции (4) справедливо

$$U' = \frac{1}{N^2}\int_X \psi^2 h dx = \int_X \mathrm{IF}^2 h dx = U(\psi, h).$$

Отметим, что следствия из теоремы 1 при $h = 1$ описывают свойства условно оптимальных оценок, доказанные в [8] (теорема 1).

Следующий результат позволяет получить достаточные условия вогнутости (выпуклости) величины (3) как функции параметра, задающего семейство.

Теорема 2. Для оптимальной оценочной функции (4) справедливо одно из следующих неравенств:

$$U'' \le \int_X \mathrm{IF}^2 s'' dx, \text{ если } U > 0; \; U'' \ge \int_X \mathrm{IF}^2 s'' dx, \text{ если } U < 0.$$

Причем равенство в них достигается, только если s не зависит от x.

Доказательство. В следующих преобразованиях воспользуемся первым равенством в (7), не отбрасывая в нем нулевое слагаемое, а также равенствами (6) и (1):

$$\left(\frac{N}{c}\right)'' = 2\beta''\int_X \varphi f dx + 2(\beta')^2\int_X \frac{f^2}{s} dx - 2\beta'\int_X \frac{\varphi f}{s} s' dx - \\ - 2\beta'\int_X \frac{\varphi f}{s} s' dx + 2\int_X \frac{\varphi^2}{s}(s')^2 dx - \int_X \varphi^2 s'' dx = \\ = \int_X \frac{2}{s}(\beta' f - \varphi s')^2 dx - \int_X \varphi^2 s'' dx = \\ = 2\int_X (\varphi')^2 s dx - \int_X \varphi^2 s'' dx.$$

Отсюда, используя (5), (7) и (8), находим:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{N}{c}\right)^3 U'' = \frac{1}{2}\left(\frac{N}{c}\right)^3 \left[-\left(\frac{N}{c}\right)^{-2}\left(\frac{N}{c}\right)'\right]' = \\ = \left[\left(\frac{N}{c}\right)'\right]^2 - \frac{N}{2c}\left(\frac{N}{c}\right)'' = \\ = \frac{N}{2c}\int_X \varphi^2 s'' dx + \left(\int_X \varphi\varphi' s dx\right)^2 - \int_X \varphi^2 s dx \int_X (\varphi')^2 s dx.$$

Последние два слагаемых в полученном выражении есть неположительная величина в силу неравенства Коши–Буняковского. Равенство в нем достигается, только когда функции φ и φ' коллинеарны либо одна из них тождественно равна нулю, т. е. s не зависит соответственно от x либо от параметра, задающего семейство (в обоих случаях величина $\beta' = 0$). Случай, когда параметр отсутствует, не допускается по условию.

Таким образом, приходим к неравенству

$$\frac{1}{2}\left(\frac{N}{c}\right)^3 U'' \le \frac{N}{2c}\int_X \varphi^2 s'' dx = \frac{1}{2}\left(\frac{N}{c}\right)^3 \int_X \mathrm{IF}^2 s'' dx.$$

Домножим полученное выражение на величину $2U^3 = 2c^3/N^3$, знак которой соответствует знаку U. В результате получим неравенства в утверждении теоремы. Теорема доказана.

Следствие 1 из теоремы 2. Пусть $s = \gamma f + h \geq 0$, где $s \neq \text{const}$; γ — параметр, задающий семейство; h — независящая от γ функция. Тогда для оптимальной оценочной функции (4) $U'' < 0$.

Доказательство. Данное неравенство следует из теоремы 2, поскольку $s'' = 0$ и $U > 0$ в силу представления (3), кроме того, s зависит от x. Следствие доказано.

Следствие 2 из теоремы 2. Пусть $s = f + \lambda h$, где $s \neq \text{const}$; λ — параметр, задающий семейство; h — независящая от λ функция. Тогда для оптимальной оценочной функции (4) справедливо:

$$U'' < 0, \text{ если } s \geq 0;\ U'' > 0, \text{ если } s \leq 0.$$

Доказательство. Данные неравенства следуют из теоремы 2, поскольку $s'' = 0$, $U > 0$ при $s \geq 0$, $U < 0$ при $s \leq 0$, кроме того, s зависит от x. Следствие доказано.

Единственность членов условно оптимального семейства

Применим следствия 1 и 2 из теоремы 2 к условно оптимальному семейству, расширенному за счет отрицательных значений параметра [8]. В этом случае $h = 1$, а параметры, задающие семейство, удовлетворяют условиям

$$\gamma > -1/\max_{x \in X} f;$$

$$\lambda \geq 0 \text{ или } \lambda < -\max_{x \in X} f.$$

Последние два неравенства соответствуют разным знакам U, поэтому исходную задачу минимизации величины (3) в данном случае следует понимать как $\int_X \mathrm{IF}^2 |s| dx \to \min_{\psi}$.

Согласно следствиям из теорем 1 и 2 справедливо неравенство

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \gamma^2} = \frac{\partial V}{\partial \gamma} < 0$$

для всех допустимых значений $\gamma > -1/\max_{x \in X} f$; кроме того,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} = \frac{\partial W}{\partial \lambda} < 0, \text{ если } \lambda \geq 0;\ \frac{\partial W}{\partial \lambda} > 0, \text{ если } \lambda < -\max_{x \in X} f.$$

Отсюда следует единственность решения вариационных задач, определяющих семейство. Сформулируем это в виде следующих утверждений [8].

Утверждение 1. *Задача с ограничениями-неравенствами*. Пусть задана верхняя граница W_0 неустойчивости W или верхняя граница V_0 асимптотической дисперсии V оценки, так что соответственно $W_{\text{ОМУ}} \leq W \leq W_0$ или $V_{\text{ОМП}} \leq V \leq V_0$. Тогда каждое такое ограничение однозначно определяет условно оптимальную оценку, которой соответствуют некоторые неотрицательные значения параметров λ и γ.

Утверждение 2. *Задача с ограничениями-равенствами.* Пусть решается задача минимизации неустойчивости W при условии, что асимптотическая дисперсия оценки $V = V_0$, где $V_{\text{ОМП}} \leq V_0 < V_{\max}$, $V_{\max}$ — предел асимптотической дисперсии оценки при $\gamma \to -1/\max_{x \in X} f$ или $\lambda \to -\max_{x \in X} f$. Тогда решением задачи является расширенное условно оптимальное семейство оценок, причем каждое значение V_0 однозначно определяет оценку из данного семейства.

Оценивание параметров нормальной модели

На практике в качестве модельного распределения ошибок наблюдений часто выступает *нормальное распределение* [1] с плотностью

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right],\ x \in R, \tag{9}$$

где μ — параметр сдвига; σ — параметр масштаба. Потому для исследователя важно иметь в своем арсенале набор устойчивых оценок параметров данной модели.

В табл. 1 перечислены некоторые условно оптимальные оценки, соответствующие значениям параметра λ (задающего элемент семейства), а также оптимизационные задачи, приводящие к данным оценкам.

Присутствующая в таблице ОММ — наилучшая B-робастная оценка [4] в условно оптимальном семействе.

Рассмотрим семейство условно оптимальных оценок параметра сдвига μ в модели (9). Соответствующие оценочные функции, совпадающие с функциями влияния, определяются выражением (4) при $s = \lambda + f$ и $\beta = 0$, т. е. имеют вид

$$\psi(x, \mu) = \tilde{c}\frac{x-\mu}{1 + \lambda/f(x, \mu, \sigma)}, \tag{10}$$

где $\tilde{c} = c/\sigma^2$ — безразмерная константа, определяемая условием $N(\theta) = 1$ (она несущественна с точки зрения решения оценочного уравнения). Стандартное отклонение σ предполагается известным. Если оно неизвестно, может использоваться одна из его оценок (табл. 2) [2]. Для оценки параметра сдвига справедливы равенства $V_{\text{ОМП}} = \sigma^2$, $W_{\text{ОМУ}} = 4\sqrt{\pi}\sigma^3$ [2].

В табл. 2 для условно оптимальных оценок параметра сдвига μ приведено значение $\lambda\sigma$ (поскольку λ обратно пропорционально σ), значение $\tilde{c}$ и значения относительных характеристик эффективности и устойчивости. Кроме перечисленных в табл. 1 оценок, рассмотрена также одна безымянная оценка, относящаяся к расширению семейства в область $\lambda < 0$.

Для ОМУ общая формула (10) приводит к неопределенности, поэтому запишем отдельно выражение для данной функции влияния:

$$\mathrm{IF}_{\text{ОМУ}}(x, \mu) = \sqrt{8}(x-\mu)\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right].$$

На рис. 1 показаны графики функций влияния рассмотренных в табл. 2 оценок при $\mu = 0$ и $\sigma = 1$, за

Таблица 1. Некоторые условно оптимальные оценки

Table 1. Some conditionally optimal estimators

Название	Сокращенное название	Уравнение для определения λ	Оптимизационная формулировка
Оценка максимального правдоподобия [1, 2]	ОМП	$\lambda = 0$	$V(\psi) \to \min\limits_{\psi}$
Равнооптимальная оценка [11]	ОРО	$\mathrm{eff}\psi = \mathrm{stb}\psi$	$\min\{\mathrm{eff}\psi, \mathrm{stb}\psi\} \to \max\limits_{\psi}$
Компромиссная оценка [2]	ОК	$\lambda = V_{\text{ОМП}}/W_{\text{ОМУ}}$	$\mathrm{eff}^{-1}\psi + \mathrm{stb}^{-1}\psi \to \min\limits_{\psi}$
Равновесная оценка [17]	ОРВ	$\lambda = V/W > 0$	$V(\psi)W(\psi) \to \min\limits_{\psi}$
Оценка максимальной устойчивости [2]	ОМУ	$\lambda = \infty$	$W(\psi) \to \min\limits_{\psi}$
Минимаксная оценка	ОММ	$\max\limits_{x}\lvert\mathrm{IF}\rvert \to \min\limits_{\lambda}$	—

Таблица 2. Характеристики некоторых оценок параметра сдвига

Table 2. Characteristics of some estimators of the shift parameter

λσ	$\tilde{c}$	effψ, %	stbψ, %	Название
0	1	100	0	ОМП
0,08304988	1,868355	85,04	85,04	ОРО
0,1410474	2,334381	81,15	90,74	ОК
0,1618861	2,496072	80,13	91,96	ОРВ
0,2916770	3,471798	75,93	95,97	ОММ
∞	∞	64,95	100	ОМУ
–0,5	–1,755425	42,51	86,30	—

исключением ОК и ОММ (чтобы линии графиков не располагались слишком плотно). ОК довольно близка к ОРВ, а ОММ занимает промежуточное положение между ОМУ и ОРВ.

Все рассмотренные оценки, кроме ОМП, являются сниженными (их функции влияния имеют асимптотой ось абсцисс), а следовательно, обладают свойством устойчивости к асимметричному засорению. Оценкам с бóльшим значением λ (при $\lambda > 0$) соответствует большее значение характеристики stbψ; соответствующие

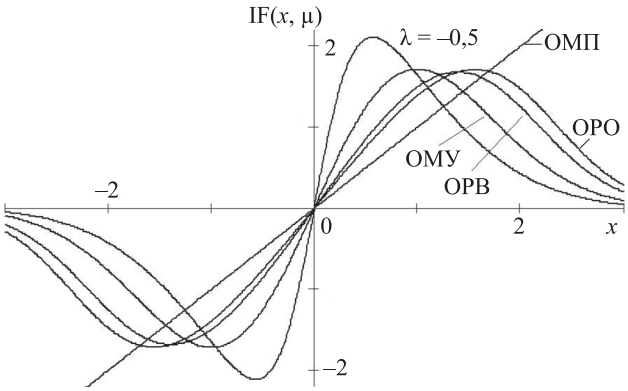


Рис. 1. Графики некоторых функций влияния параметра сдвига

Fig. 1. Graphs of some influence functions of the shift parameter

функции влияния быстрее сходятся к нулю при увеличении $|x|$, а также их $|\mathrm{IF}(x, \mu)|$ достигает максимума при меньшем значении $|x|$. Оценка, которой соответствует $\lambda = -0{,}5/\sigma$, с описанной точки зрения имеет наибольшую среди исследуемых оценок устойчивость (хотя показатель stbψ при $\lambda < 0$ не способен это отразить количественно, поскольку его максимум достигается на ОМУ), однако она имеет невысокую эффективность и сравнительно большое значение $\max\limits_{x}|\mathrm{IF}(x, \mu)|$, что не очень хорошо [4], но может быть оправдано при значительном засорении наблюдений.

Построим условно оптимальные оценки параметра масштаба σ в модели (9). Согласно (4) соответствующие оценочные функции, совпадающие с функциями влияния, могут быть записаны в виде

$$\psi(x, \sigma) = \tilde{c}\sigma\frac{(x-\mu)^2/\sigma^2 - \tilde{\beta}}{1 + \lambda/f(x, \mu, \sigma)}, \qquad (11)$$

где $\tilde{\beta} = 1 - \beta\sigma$ — безразмерная константа, определяемая из условия (1); $\tilde{c}$ имеет тот же смысл, что и в (10). Для оценки параметра масштаба справедливы равенства $V_{\text{ОМП}} = \sigma^2/2$, $W_{\text{ОМУ}} = 4\sqrt{\pi}\sigma^3$ [2].

В табл. 3 приведены характеристики условно оптимальных оценок параметра масштаба σ.

Для ОМУ общая формула (11) приводит к неопределенности, поэтому запишем отдельно выражение для данной функции влияния:

Таблица 3. Характеристики некоторых оценок параметра масштаба

Table 3. Characteristics of some estimators of the scale parameter

λσ	$\tilde{\beta}$	$\tilde{c}$	effψ, %	stbψ, %	Название
0	1	0,5	100	0	ОМП
0,04348800	0,7904612	1,101824	73,36	73,36	ОРО
0,07052370	0,7452787	1,349195	68,34	80,97	ОК
0,09066582	0,7211837	1,521623	65,72	84,49	ОРВ
∞	0,5	∞	43,30	100	ОМУ
–1,315140	0,4512637	–8,106702	38,68	99,20	ОММ
–0,5	0,2993957	–2,125707	24,90	85,75	—

$$\mathrm{IF}_{\text{ОМУ}}(x, \sigma) = \sqrt{8}\sigma\left[\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right].$$

На рис. 2 приведены графики функций влияния, перечисленных в табл. 3 оценок параметра масштаба при μ = 0 и σ = 1, кроме ОК и ОММ.

ОК занимает промежуточное положение между ОРО и ОРВ, а ОММ довольно близка к ОМУ. Для изображенных на рис. 2 графиков, в целом, справедливы те же закономерности, что и для графиков на рис. 1.

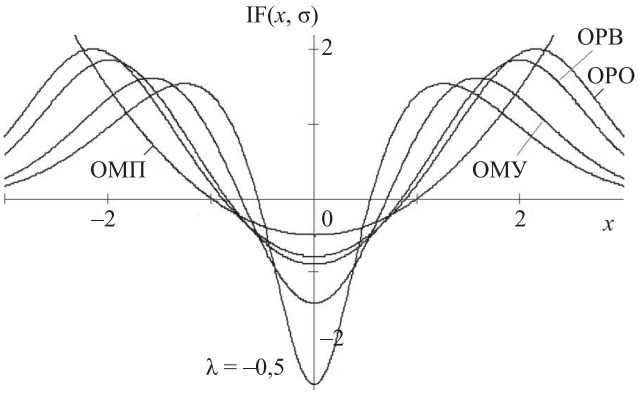


Рис. 2. Графики некоторых функций влияния параметра масштаба

Fig. 2. Graphs of some influence functions of the scale parameter

Если неизвестны оба параметра модели (9), тогда решается система оценочных уравнений для каждого из параметров.

Обсуждение

В работе получены следующие результаты о свойствах оценок, оптимизирующих весовую L_2-норму функции влияния:

— доказаны две теоремы, согласно которым найдены выражение для производной по параметру функционала качества оптимальной оценки и неравенства, необходимые для установления его выпуклости (вогнутости) по параметру;
— сформулированы следствия из теорем, относящиеся к условно оптимальному семейству оценок;
— в частности, для условно оптимального семейства установлены свойства монотонности функций неустойчивости и асимптотической дисперсии в зависимости от параметров, задающих семейство, откуда следует единственность элементов семейства;
— построены функции влияния ряда оптимальных оценок параметров сдвига и масштаба нормальной модели, исследованы характеристики этих оценок.

Доказанные теоремы оказались полезными при исследовании свойств компромиссных оценок на базе двух критериев, а также при изучении минимаксных уровней засорения в рамках модели БТЗ для задач, аналогичных исследованным в работе [18]. Соответствующие материалы готовятся к опубликованию. Можно считать перспективным использование полученных результатов в условиях, когда искажение данных производится целенаправленно действующим противником — в постановках задач, близких к используемым во вредоносном машинном обучении [19].

Заключение

Полученные в работе теоретические результаты служат инструментом для анализа однопараметрических семейств оценок, обладающих оптимальностью в смысле минимума весовой L_2-нормы функции влияния. В первую очередь, данный инструмент позволяет ответить на вопрос о единственности членов семейства.

При подходящем выборе весовой функции оптимальные оценки оказываются сниженными, т. е. обладают устойчивостью к асимметричному засорению наблюдений. Это важно для практического применения данных оценок.

Теоретические результаты работы проиллюстрированы на примере ряда условно оптимальных оценок А.М. Шурыгина, для которых приведены все необходимые характеристики.

Литература

1. Borovkov A.A. Mathematical Statistics. Amsterdam: Gordon and Breach, 1998. 570 p. https://doi.org/10.1201/9780203749326
2. Шурыгин А.М. Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. М.: Финансы и статистика, 2000. 224 с.
3. Huber P., Ronchetti E. Robust Statistics. 2nd ed. John Wiley & Sons, 2009. 354 p. https://doi.org/10.1002/9780470434697
4. Hampel F., Ronchetti E., Rousseeuw P., Stahel W. Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions. John Wiley & Sons, 2005. 536 p. https://doi.org/10.1002/9781118186435
5. Лисицин Д.В., Гаврилов К.В. Максиминная задача оценивания параметров в условиях байесовского точечного засорения // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 62. С. 56–64. https://doi.org/10.17223/19988605/62/6
6. Лисицин Д.В., Гаврилов К.В. Оценивание параметров распределения ограниченной случайной величины, робастное к нарушению границ // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2016. № 2(63). С. 70–89. https://doi.org/10.17212/1814-1196-2016-2-70-89
7. Lisitsin D.V., Usol'tsev A.G. Minimum gamma-divergence estimation for non-homogeneous data with application to ordered probit model // Applied methods of statistical analysis. Statistical computation and simulation: proceedings of the International Workshop. Novosibirsk, 18–20 Sept. 2019. Novosibirsk: NSTU, 2019. P. 227–234.
8. Лисицин Д.В., Гаврилов К.В. О свойствах условно оптимальных оценок // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2015. № 1(58). С. 76–93. https://doi.org/10.17212/1814-1196-2015-1-76-93
9. Лисицин Д.В. Устойчивое оценивание параметров модели по многомерным неоднородным неполным данным // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2013. № 1(50). С. 17–30.
10. Смоляк С.А., Титаренко Б.П. Устойчивые методы оценивания: статистическая обработка неоднородных совокупностей. М.: Статистика, 1980. 210 с.
11. Лисицин Д.В., Гаврилов К.В. Об устойчивом оценивании параметров модели при асимметричном засорении данных // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2008. № 1(30). С. 33–40.
12. DasGupta A. Asymptotic Theory of Statistics and Probability. New York: Springer, 2008. 722 p. https://doi.org/10.1007/978-0-387-75971-5
13. Van der Vaart A.W. Asymptotic Statistics. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. 443 p. https://doi.org/10.1017/CBO9780511802256
14. Shurygin A.M. New approach to optimization of stable estimation // Proc. of the First US/Japan Conference on the Frontiers of Statistical Modeling: An Informational Approach. V. 3. Engineering and Scientific Applications. Springer, Dordrecht, 1994. P. 315–340. https://doi.org/10.1007/978-94-011-0854-6_15
15. Shevlyakov G., Morgenthaler S., Shurygin A. Redescending *M*-estimators // Journal of Statistical Planning and Inference. 2008. V. 138. N 10. P. 2906–2917. https://doi.org/10.1016/J.JSPI.2007.11.008
16. Shevlyakov G.L., Oja H. Robust Correlation: Theory and Applications. John Wiley & Sons, 2016. 319 p. https://doi.org/10.1002/9781119264507
17. Гаврилов К.В., Веретельникова Е.Л. Об одном способе выбора компромисса в семействе условно оптимальных оценок // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2024. № 67. в печати.
18. Rieder H., Kohl M., Ruckdeschel P. The cost of not knowing the radius // Statistical Methods and Applications. 2008. V. 17. N 1. P. 13–40. https://doi.org/10.1007/s10260-007-0047-7
19. Есипов Д.А., Бучаев А.Я., Керимбай А., Пузикова Я.В., Сайдумаров С.К., Сулименко Н.С., Попов И.Ю., Кармановский Н.С. Атаки на основе вредоносных возмущений на системы обработки изображений и методы защиты от них // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. № 4(23). С. 720–733. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-4-720-733

References

1. Borovkov A.A. *Mathematical Statistics*. Amsterdam, Gordon and Breach, 1998, 570 p. https://doi.org/10.1201/9780203749326
2. Shurygin A.M. *Applied stochastics: robustness, estimation, prediction*. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2000, 224 p. (in Russian)
3. Huber P., Ronchetti E. *Robust Statistics*. 2nd ed. John Wiley & Sons, 2009, 354 p. https://doi.org/10.1002/9780470434697
4. Hampel F., Ronchetti E., Rousseeuw P., Stahel W. *Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions*. John Wiley & Sons, 2005, 536 p. https://doi.org/10.1002/9781118186435
5. Lisitsin D.V., Gavrilov K.V. Maximin problem of parameter estimation in conditions of point Bayesian contamination. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*, 2023, no. 62, pp. 56–64. (in Russian). https://doi.org/10.17223/19988605/62/6
6. Lisitsin D.V., Gavrilov K.V. Estimation of distribution parameters of a bounded random variable robust to bound disturbance. *Scientific Bulletin of NSTU*, 2016, no. 2(63), pp. 70–89. (in Russian) https://doi.org/10.17212/1814-1196-2016-2-70-89
7. Lisitsin D.V., Usol'tsev A.G. Minimum gamma-divergence estimation for non-homogeneous data with application to ordered probit model. *Applied methods of statistical analysis. Statistical computation and simulation. Proceedings of the International Workshop. Novosibirsk, 18–20 Sept. 2019*. Novosibirsk, NSTU, 2019, pp. 227–234.
8. Lisitsin D.V., Gavrilov K.V. On properties of conditionally optimal estimates. *Scientific Bulletin of NSTU*, 2015, no. 1(58), pp. 76–93. (in Russian). https://doi.org/10.17212/1814-1196-2015-1-76-93
9. Lisitsin D.V. Robust estimation of model parameters in presence of multivariate nonhomogeneous incomplete data. *Scientific Bulletin of NSTU*, 2013, no. 1(50), pp. 17–30. (in Russian)
10. Smolyak S.A., Titarenko B.P. *Stable estimation methods: statistical processing of heterogeneous aggregates*. Moscow, Statistika Publ., 1980, 210 p. (in Russian)
11. Lisitsin D.V., Gavrilov K.V. On stable estimation of models parameters in presence of asymmetric data contamination. *Scientific Bulletin of NSTU*, 2008, no. 1(30), pp. 33–40. (in Russian)
12. DasGupta A. *Asymptotic Theory of Statistics and Probability*. New York, Springer, 2008, 722 p. https://doi.org/10.1007/978-0-387-75971-5
13. Van der Vaart A.W. *Asymptotic Statistics*. Cambridge, Cambridge University Press, 1998, 443 p. https://doi.org/10.1017/CBO9780511802256
14. Shurygin A.M. New approach to optimization of stable estimation. *Proc. of the First US/Japan Conference on the Frontiers of Statistical Modeling: An Informational Approach. V. 3. Engineering and Scientific Applications*. Springer, Dordrecht, 1994, pp. 315–340. https://doi.org/10.1007/978-94-011-0854-6_15
15. Shevlyakov G., Morgenthaler S., Shurygin A. Redescending *M*-estimators. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2008, vol. 138, no. 10, pp. 2906–2917. https://doi.org/10.1016/J.JSPI.2007.11.008
16. Shevlyakov G.L., Oja H. *Robust Correlation: Theory and Applications*. John Wiley & Sons, 2016, 319 p. https://doi.org/10.1002/9781119264507
17. Gavrilov K.V., Veretel'nikova E.L. On one way to choose a compromise in a family of conditionally optimal estimators. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*, 2024, no. 67, in press. (in Russian)
18. Rieder H., Kohl M., Ruckdeschel P. The cost of not knowing the radius. *Statistical Methods and Applications*, 2008, vol. 17, no. 1, pp. 13–40. https://doi.org/10.1007/s10260-007-0047-7
19. Esipov D.A., Buchaev A.Y., Kerimbay A., Puzikova Ya.V., Saidumarov S.K., Sulimenko N.S., Popov I.Yu., Karmanovskiy N.S. Attacks based on malicious perturbations on image processing systems and defense methods against them. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 4, pp. 720–733. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-4-720-733

Авторы

Лисицин Даниил Валерьевич — доктор технических наук, профессор, профессор, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, 630073, Российская Федерация, SC 57199594779, https://orcid.org/0009-0007-0723-6285, lisitsin@ami.nstu.ru

Гаврилов Константин Викторович — кандидат технических наук, доцент, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, 630073, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0001-9252-9942, aenigma77@mail.ru

Authors

Daniil V. Lisitsin — D.Sc., Full Professor, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, SC 57199594779, https://orcid.org/0009-0007-0723-6285, lisitsin@ami.nstu.ru

Konstantin V. Gavrilov — PhD, Associate Professor, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0001-9252-9942, aenigma77@mail.ru

Статья поступила в редакцию 04.12.2023
Одобрена после рецензирования 18.02.2024
Принята к печати 17.03.2024

Received 04.12.2023
Approved after reviewing 18.02.2024
Accepted 17.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-276-283
УДК 519.63

Устойчивость высокоупругой прямоугольной пластинки с защемленно-свободными краями при одноосном сжатии

Михаил Васильевич Сухотерин[1]✉, Анна Анатольевна Сосновская[2]

[1,2] Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Санкт-Петербург, 198035, Российская федерация

[1] sukhoterinmv@gumrf.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-8295-7089
[2] sosnovskayaaa@gumrf.ru, https://orcid.org/0009-0000-6476-6783

Аннотация
Введение. Изучены симметричные формы потери устойчивости прямоугольной пластинки Кирхгоффа с двумя защемленными и двумя свободными параллельными гранями под действием распределенной сжимающей нагрузки, приложенной к защемленным граням. **Метод.** Функция прогибов пластинки при потере устойчивости представлена двумя гиперболо-тригонометрическими рядами с неопределенными коэффициентами, которые получены при точном удовлетворении всех условий краевой задачи. Проблема поиска сведена к решению однородной бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно одной последовательности неопределенных коэффициентов, которая в качестве параметра содержит искомую критическую нагрузку. Для получения нетривиальных решений определитель системы должен быть равен нулю. Эта задача на собственные значения имеет бесчисленное множество решений. Нетривиальные решения системы предложено находить методом последовательных приближений с перебором параметра нагрузки. **Основные результаты.** С помощью компьютерных вычислений найдены первые четыре критические нагрузки (включая эйлерову), приложенные к защемленным параллельным граням квадратной пластинки и дающие симметричные формы потери устойчивости. Исследовано влияние количества членов, удерживаемых в рядах, и числа итераций на точность вычислений. Представлены 3D-изображения найденных форм потери устойчивости. Приведено сравнение с известными решениями. **Обсуждение.** Полученные результаты могут быть использованы при проектировании различных плоских прямоугольных элементов в микроэлектронике и нанотехнике.

Ключевые слова
прямоугольная пластинка, две параллельные стороны защемлены, две стороны свободные, критические нагрузки, гиперболо-тригонометрические ряды

Ссылка для цитирования: Сухотерин М.В., Сосновская А.А. Устойчивость высокоупругой прямоугольной пластинки с защемленно-свободными краями при одноосном сжатии // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 276–283. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-276-283

Stability of a highly elastic rectangular plate with clamped-free edges under uniaxial compression

Mikhail V. Sukhoterin[1]✉, Anna A. Sosnovskaya[2]

[1,2] Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Saint Petersburg, 198035, Russian Federation

[1] sukhoterinmv@gumrf.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-8295-7089
[2] sosnovskayaaa@gumrf.ru, https://orcid.org/0009-0000-6476-6783

Abstract
The symmetrical buckling modes of a rectangular Kirchhoff plate with two clamped and two free parallel faces (CFCF-plate) under the action of a distributed compressive load applied to the clamped faces have been studied. The function of plate deflections due to loss of stability is represented by two hyperbolic-trigonometric series with indefinite coefficients which are found when all conditions of the boundary value problem are exactly satisfied. The problem is

© Сухотерин М.В., Сосновская А.А., 2024

reduced to solving a homogeneous infinite system of linear algebraic equations with respect to one sequence of uncertain coefficients which contain the desired critical load as a parameter. To obtain nontrivial solutions, the determinant of the system must be equal to zero. This eigenvalue problem has countless solutions. It is proposed to find non-trivial solutions of the system using the method of successive approximations with enumeration of the load parameter. Using computer calculations, the first four critical loads (including the Euler load) were found applied to the clamped parallel faces of a square plate and giving symmetrical forms of buckling. The influence on the accuracy of calculations of the number of terms retained in the series and the number of iterations is studied. 3D images of the found buckling modes are presented. A comparison with known solutions is provided. The results obtained can be used in the design of various flat rectangular elements in microelectronics and nanotechnology.

Keywords
rectangular plate, CFCF-plate, critical loads, hyperbolic-trigonometric series

For citation: Sukhoterin M.V., Sosnovskaya A.A. Stability of a highly elastic rectangular plate with clamped-free edges under uniaxial compression. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 276–283 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-276-283

Введение

Тонкие и сверхтонкие пластинки (мембраны) широко используются в микроэлектронике, smart-конструкциях, нанотехнологиях (нанопластинах) и т. д., а также в качестве чувствительных элементов различных датчиков (пьезоэлектрических или тензодатчиков микроэлектромеханических систем, снабженных сенсорами и актуаторами). Эти пластинки деформируются под воздействием внешних механических сил, электрических или магнитных полей и через актуаторы вызывают отклик управляющей системы. Современные высокоупругие материалы позволяют пластинке под действием возрастающих сжимающих сил в ее плоскости терять устойчивость несколько раз, меняя форму равновесия. Это может быть использовано для изменения управляющего сигнала.

По условиям опирания пластинки-датчики в основном подразделяются на: консольные пластинки (один край защемлен, остальные — свободные); пластинки, защемленные по всему контуру; пластинки, два противоположные края которых защемлены, а два другие свободные (CFFF-, CCCC-, CFCF-пластинки по общепринятому обозначению, C — Clamped, F — Free). В настоящей работе рассмотрены CFCF-пластинки, к защемленным граням которых приложены распределенные сжимающие нагрузки.

Обычно исследователи не идут дальше определения первой критической нагрузки (эйлеровой), считая ее разрушающей [1–7], поэтому существует мало работ [8–14], посвященных определению начального спектра критических нагрузок и соответствующих форм потери устойчивости (форм закритического равновесия).

В работе [9] спектр критических нагрузок для CCCC-пластинки получен итерационным методом с использованием гиперболо-тригонометрических рядов, а в [11] — методом Галеркина с помощью полинома. В [10] рассмотрены CCCC-, CCSS- и CCCS-пластинки (S — свободно опертый край, «supported») при одноосном сжатии. Задача решена методом симплектической суперпозиции. Искомая функция прогибов представлена комбинациями тригонометрических и экспоненциальных функций. Работы [13, 14] посвящены исследованиям консольных пластинок. Спектр критических нагрузок получен методом последовательных приближений с перебором параметра нагрузки. Форма изогнутой поверхности выбиралась в виде гиперболо-тригонометрических рядов по двум координатам.

В [8, 12] исследована устойчивость прямоугольных нанопластинок в рамках нелокальной теории Эрингена (Eringen), которая рассматривает более сложное уравнение равновесия, чем в классической теории Кирхгоффа. В [8] использован метод конечных полос в сочетании с энергетическим методом. Для ортотропных пластинок с различным опиранием сторон (в том числе и для CFCF-пластинок) получены первые 6 критических нагрузок при двухосном сжатии. В работе [12] приведены аналитические решения для консольных нанопластин на упругом основании под действием плоского магнитного поля методом симплектической суперпозиции. Получены 6 критических нагрузок и соответствующих форм равновесия.

Для CFCF-пластинки при одноосном нагружении известны лишь эйлеровы нагрузки для различных отношений ее сторон [3, 15].

Цель настоящей работы — поиск с высокой точностью начального спектра критических нагрузок и форм равновесия CFCF-пластинки при одноосном сжатии методом последовательных приближений с использованием гиперболо-тригонометрических рядов. На каждой итерации все условия краевой задачи выполняются точно. Этот метод успешно применен в работах [13, 14, 16] для решения различных задач устойчивости и колебаний прямоугольных пластинок.

Постановка задачи

Рассмотрим прямоугольную CFCF-пластинку постоянной толщины, к защемленным граням которой в плоскости пластинки приложены равномерно распределенные сжимающие усилия интенсивностью T_X (рис. 1). Размеры пластинки $a \times b$. Требуется найти некоторый начальный спектр критических нагрузок и соответствующих форм равновесия в предположении, что материал пластинки обладает высокой упругостью.

Поместим начало координат в центр пластинки, оси направим параллельно ее сторонам.

В классической теории пластин (теория Кирхгоффа) дифференциальное уравнение равновесия при потере устойчивости от осевой сжимающей нагрузки имеет вид [17]:

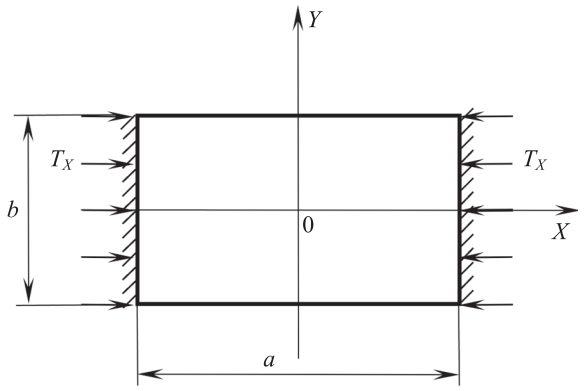


Рис. 1. CFCF-пластинка под действием сжимающих усилий в ее плоскости

Fig. 1. CFCF plate under the action of compressive forces in its plane

$$D\nabla^2\nabla^2 w(X, Y) + T_X \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} = 0, \qquad (1)$$

где $D = Eh^3/[12(1 - \nu^2)]$ — жесткость пластинки при изгибе, E — модуль упругости материала, h — толщина пластинки, ν — коэффициент Пуассона; $\nabla^2\nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial X^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial X^2 \partial Y^2} + \frac{\partial^4}{\partial Y^4}$ — бигармонический оператор; $w(X, Y)$ — искомая функция прогибов, перпендикулярных исходной нейтральной плоскости пластинки.

Предположим, что размерность всех указанных физических величин соответствует международной системе единиц СИ.

Перейдем к относительным координатам $x = X/b$, $y = Y/b$. Тогда уравнение (1) примет вид:

$$\nabla^2\nabla^2 w(x, y) + T_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \qquad (2)$$

где $T_x = T_X b^2/D$ — относительные (безразмерные) сжимающие усилия; $\nabla^2\nabla^2 w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}$; размеры пластинки: $-\gamma/2 \le x \le \gamma/2$, $-1/2 \le y \le 1/2$ где $\gamma = a/b$ — отношение сторон пластинки.

На защемленных краях $x = \pm\gamma/2$ должны быть равны нулю прогибы и углы поворота [17]:

$$w = 0, \ \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \qquad (3)$$

а на свободных краях $y = \pm 1/2$ — изгибающие моменты M_y (отнесены к величине b/D) и перерезывающие силы V_y (отнесены к величине b^2/D):

$$M_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0,$$
$$V_y = \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = 0. \qquad (4)$$

Математическая задача состоит в определении нетривиальной функции прогибов $w(x, y)$, удовлетворяющей уравнению изгиба (2) и граничным условиям (3), (4). Проблема заключается в поиске собственных значений — критических сжимающих усилий T_x, дающих соответствующие формы равновесия пластинки после потери устойчивости.

Отметим, что формы равновесия могут быть симметричными, антисимметричными и смешанными.

Определение симметричных форм равновесия

Первая (эйлерова) форма должна быть симметричной и соответствовать форме изгиба пластинки при действии на нее равномерного давления, поэтому искомая функция прогибов в данном случае должна содержать только четные функции.

Функцию $w(x, y)$ представим двумя гиперболо-тригонометрическими рядами:

$$w(x, y) = w_1(x, y) + w_2(x, y) = \\ = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k A_k \mathrm{ch}(\alpha_k x)\cos(\lambda_k y) + \\ + \sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty} (-1)^{\tilde{s}} C_s \mathrm{ch}(\xi_s y)\cos(\mu_s x), \qquad (5)$$

где A_k, C_s, α_k, ξ_s — коэффициенты, которые необходимо определить; $\lambda_k = 2\pi k$, $\mu_s = \pi s/\gamma$, $\tilde{s} = (s + 1)/2$, $k = 1,2,\ldots$, $s = 1,3,\ldots$.

Кроме эйлеровой нагрузки, найдем с помощью функции (5) и последующие критические нагрузки для симметричных форм равновесия.

Потребуем, чтобы каждый ряд функции (5) удовлетворял уравнению изгиба (2); тогда для определения коэффициентов α_k и ξ_s получим:

$$\alpha_k^4 - 2\alpha_k^2\lambda_k^2 + \lambda_k^4 + \alpha_k^2 T_x = 0,$$
$$\xi_s^4 - 2\xi_s^2\mu_s^2 + \mu_s^4 - \mu_s^2 T_x = 0. \qquad (6)$$

Из уравнений (6) найдем пары корней, зависящие от неизвестной критической нагрузки T_x:

$$\alpha_k = \sqrt{0{,}5[2\lambda_k^2 - T_x + \sqrt{T_x^2 - 4\lambda_k^2 T_x}]},$$
$$\beta_k = \sqrt{0{,}5[2\lambda_k^2 - T_x - \sqrt{T_x^2 - 4\lambda_k^2 T_x}]}, \qquad (7)$$

$$\xi_s = \sqrt{\mu_s^2 + \mu_s\sqrt{T_x}}, \ \eta_s = \sqrt{\mu_s^2 - \mu_s\sqrt{T_x}}. \qquad (8)$$

Здесь для удобства через β_k и η_s обозначены соответственно вторые выражения коэффициентов α_k и ξ_s (отличаются знаками перед внутренним радикалом).

В силу четности функций отрицательные корни не учитывались. Заметим, что корни (7), (8) могут быть как действительными, так и комплексными, однако в итоге решение будет вещественным.

С учетом полученных значений β_k и η_s функции, входящие в формулу (5), перепишем в виде:

$$w_1(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k (A_k \mathrm{ch}(\alpha_k x) + B_k \mathrm{ch}(\beta_k x))\cos(\lambda_k y), \qquad (9)$$

$$w_2(x, y) = \sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty} (-1)^{\bar{s}} (C_s \mathrm{ch}(\xi_s y) + D_s \mathrm{ch}(\eta_s y))\cos(\mu_s x). \qquad (10)$$

В выражения (9) и (10) добавлены слагаемые, содержащие неопределенные коэффициенты B_k и D_s.

Функция $w_2(x, y)$ «автоматически» удовлетворяет условию отсутствия прогибов на гранях $x = \pm\gamma/2$. Для того чтобы и функция $w_1(x, y)$ удовлетворяла этому условию, коэффициенты A_k и B_k должны быть связаны соотношением

$$B_k = -A_k \mathrm{ch}\alpha_k^*/\mathrm{ch}\beta_k^*,$$

где $\alpha_k^* = \alpha_k\gamma/2$; $\beta_k^* = \beta_k\gamma/2$.

Функция $w_1(x, y)$ аналогично удовлетворяет условию отсутствия перерезывающих сил на гранях $y = \pm 1/2$ (второе условие (4)). Требуя этого и от функции $w_2(x, y)$, получим:

$$C_s\xi_s[\xi_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{sh}\xi_s^* + D_s\eta_s[\eta_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{sh}\eta_s^* = 0,$$

где $\xi_s^* = \xi_s/2$; $\eta_s^* = \eta_s/2$. Откуда

$$D_s = -\frac{\xi_s[\xi_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{sh}\xi_s^*}{\eta_s[\eta_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{sh}\eta_s^*}C_s.$$

Теперь искомая функция прогибов (5) будет содержать лишь две последовательности неизвестных коэффициентов A_k^* и C_s^*:

$$w(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k A_k^*\left(\frac{\mathrm{ch}(\alpha_k x)}{\mathrm{ch}\alpha_k^*} - \frac{\mathrm{ch}(\beta_k x)}{\mathrm{ch}\beta_k^*}\right)\cos(\lambda_k y) + \\ + \sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}C_s^*\times \\ \times\left(\frac{\mathrm{ch}(\xi_s y)}{\mathrm{sh}\xi_s^*} - \frac{\xi_s[\xi_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{ch}(\eta_s y)}{\eta_s[\eta_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{sh}\eta_s^*}\right)\cos(\mu_s x), \quad (11)$$

где $A_k^* = A_k\mathrm{ch}\alpha_k^*$; $C_s^* = C_s\mathrm{sh}\xi_s^*$.

Потребуем теперь, чтобы функция прогибов (11) удовлетворяла двум оставшимся граничным условиям (второе условие (3) и первое условие (4)). Тогда для свободных сторон пластинки получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k A_k^*(\alpha_k\mathrm{th}\alpha_k^* - \beta_k\mathrm{th}\beta_k^*)\cos(\lambda_k y) + \\ + \sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}\mu_s C_s^*\times \\ \times\left(\frac{\mathrm{ch}(\xi_s y)}{\mathrm{sh}\xi_s^*} - \frac{\xi_s[\xi_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{ch}(\eta_s y)}{\eta_s[\eta_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{sh}\eta_s^*}\right) = 0, \\ \sum_{k=1}^{\infty}A_k^*\left(\left(\nu\alpha_k^2 - \lambda_k^2\right)\frac{\mathrm{ch}(\alpha_k x)}{\mathrm{ch}\alpha_k^*} - \left(\nu\beta_k^2 - \lambda_k^2\right)\frac{\mathrm{ch}(\beta_k x)}{\mathrm{ch}\beta_k^*}\right) + \\ + \sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}C_s^*\times \\ \times\left(\left(\xi_s^2 - \nu\mu_s^2\right)\mathrm{cth}\xi_s^* - \frac{\xi_s[\xi_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]}{\eta_s[\eta_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]}\times\right. \\ \left.\times\left(\eta_s^2 - \nu\mu_s^2\right)\mathrm{cth}\eta_s^*\right)\cos(\mu_s x) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Преобразуем систему (12). Разложим в первом уравнении гиперболические функции в ряды Фурье по $\cos(\lambda_k y)$, а во втором уравнении — по $\cos(\mu_s x)$. В результате получим [15]:

$$\mathrm{ch}(\xi_s y) = \frac{2\mathrm{sh}\xi_s^*}{\xi_s} + 4\xi_s\mathrm{sh}\xi_s^*\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{\cos(\lambda_k y)}{\xi_s^2 + \lambda_k^2}, \\ \mathrm{ch}(\eta_s y) = \frac{2\mathrm{sh}\eta_s^*}{\eta_s} + 4\eta_s\mathrm{sh}\eta_s^*\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{\cos(\lambda_k y)}{\eta_s^2 + \lambda_k^2}, \\ \mathrm{ch}(\alpha_k x) = -\frac{4\mathrm{ch}\alpha_k^*}{\gamma}\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}\frac{\mu_s\cos(\mu_s x)}{\alpha_k^2 + \mu_s^2}, \\ \mathrm{ch}(\beta_k x) = -\frac{4\mathrm{ch}\beta_k^*}{\gamma}\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}\frac{\mu_s\cos(\mu_s x)}{\beta_k^2 + \mu_s^2}. \quad (13)$$

В первых двух формулах (13) имеются свободные члены, поэтому при подстановке в первое уравнение (12) также появится свободный член, который обозначим как

$$G = 2\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{\mu_s}{\xi_s}\left(1 - \frac{\xi_s^2[\xi_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]}{\eta_s^2[\eta_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2]}\right)C_s^*. \quad (14)$$

Компенсируем эту константу дополнительной функцией прогибов, зависящей только от координаты x

$$w_0(x) = R\cos(tx) + H, \quad (15)$$

где t, R, H — коэффициенты.

Для получения коэффициента t подчиним функцию (15) основному уравнению (2) задачи, тогда $t = \sqrt{T_x}$.

Коэффициенты R, H найдем из граничных условий на гранях $x = \pm\gamma/2$ с учетом появления свободного члена G:

$$\begin{cases} R\cos t^* + H = 0, \\ tR\sin t^* = G, \end{cases}$$

где $t^* = t\gamma/2$.

Отсюда

$$R = G/(t\sin t^*),\ H = -G\mathrm{ctg}t^*/t.$$

После преобразований получим вспомогательную функцию прогибов (15) в виде

$$w_0(x) = \frac{G[\cos(tx) - \cos t^*]}{t\sin t^*}. \quad (16)$$

С учетом первых двух формул (13) (без свободных членов) первое уравнение (12) примет следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k A_k^*(\alpha_k\mathrm{th}\alpha_k^* - \beta_k\mathrm{th}\beta_k^*)\cos(\lambda_k y) + \\ + 4\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}\mu_s\xi_s C_s^*\left(\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{\cos(\lambda_k y)}{\xi_s^2 + \lambda_k^2} - \frac{\xi_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2}{\eta_s^2 - (2-\nu)\mu_s^2}\times\right. \\ \left.\times\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{\cos(\lambda_k y)}{\eta_s^2 + \lambda_k^2}\right) = 0.$$

Переставим знаки суммирования по индексам k и s и освободимся от знака суммирования по индексу k во всем выражении. В результате получим

$$(\alpha_k \mathrm{th}\alpha_k^* - \beta_k \mathrm{th}\beta_k^*)A_k^* + \\ + 4\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty} \mu_s\xi_s\left(\frac{1}{\xi_s^2+\lambda_k^2} - \frac{\xi_s^2-(2-\nu)\mu_s^2}{\eta_s^2-(2-\nu)\mu_s^2}\frac{1}{\eta_s^2+\lambda_k^2}\right)C_s^* = 0. \quad (17)$$

На основании выражения (17) запишем

$$A_k^* = -\frac{4}{\alpha_k \mathrm{th}\alpha_k^* - \beta_k \mathrm{th}\beta_k^*}\times \\ \times\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty} \mu_s\xi_s\left(\frac{1}{\xi_s^2+\lambda_k^2} - \frac{\xi_s^2-(2-\nu)\mu_s^2}{\eta_s^2-(2-\nu)\mu_s^2}\frac{1}{\eta_s^2+\lambda_k^2}\right)C_s^*. \quad (18)$$

Вспомогательная функция (16) порождает невязку по изгибающему моменту на гранях $y = \pm 1/2$:

$$M_{0y} = -\frac{vtG\cos(tx)}{\sin t^*}. \quad (19)$$

Воспользуемся разложением

$$\cos(tx) = -\frac{4\cos t^*}{\gamma}\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}\frac{\mu_s\cos(\mu_s x)}{\mu_s^2 - t^2}.$$

Тогда невязка (19) примет вид

$$M_{0y} = \frac{4vtG}{\gamma}\mathrm{ctg}t^*\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}\frac{\mu_s\cos(\mu_s x)}{\mu_s^2 - t^2}. \quad (20)$$

Подставим два последних разложения (13) во второе уравнение (12) и добавим невязку (20) от w_0:

$$\frac{4vtG}{\gamma}\mathrm{ctg}t^*\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}\frac{\mu_s\cos(\mu_s x)}{\mu_s^2 - t^2} - \\ -\frac{4}{\gamma}\sum_{k=1}^{\infty}A_k^*\left(\left(\nu\alpha_k^2-\lambda_k^2\right)\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{(-1)^{\tilde{s}}\mu_s\cos(\mu_s x)}{\alpha_k^2+\mu_s^2} - \right. \\ \left. -\left(\nu\beta_k^2-\lambda_k^2\right)\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{(-1)^{\tilde{s}}\mu_s\cos(\mu_s x)}{\beta_k^2+\mu_s^2}\right) + \\ +\sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}C_s^*\psi_s\cos(\mu_s x) = 0, \quad (21)$$

где

$$\psi_s = (\xi_s^2 - \nu\mu_s^2)\mathrm{cth}\xi_s^* - \frac{\xi_s[\xi_s^2-(2-\nu)\mu_s^2]}{\eta_s[\eta_s^2-(2-\nu)\mu_s^2]}\frac{\eta_s^2-\nu\mu_s^2}{\mathrm{th}\eta_s^*}.$$

Переставим в (21) знаки суммирования и освободимся от знака внешней суммы:

$$\frac{4vtG}{\gamma}\frac{\mathrm{ctg}t^*\mu_s}{\mu_s^2-t^2} + \frac{4\mu_s}{\gamma}\sum_{k=1}^{\infty}A_k^*\left(-\frac{\nu\alpha_k^2-\lambda_k^2}{\alpha_k^2+\mu_s^2} + \frac{\nu\beta_k^2-\lambda_k^2}{\beta_k^2+\mu_s^2}\right) + \\ + C_s^*\psi_s = 0. \quad (22)$$

Из выражения (22) получим разрешающую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов C_s^*:

$$C_s^* = -\frac{4\mu_s}{\gamma\psi_s}\left(\frac{\nu tG\mathrm{ctg}t^*}{\mu_s^2-t^2} - \sum_{k=1}^{\infty}A_k^*\left(\frac{\nu\alpha_k^2-\lambda_k^2}{\alpha_k^2+\mu_s^2} - \frac{\nu\beta_k^2-\lambda_k^2}{\beta_k^2+\mu_s^2}\right)\right), \quad (23)$$

в которую затем из формулы (18) подставим коэффициенты A_k^*, а из формулы (14) — величину G. Полученная система (23) содержит в качестве параметра искомую критическую нагрузку $T_{x\text{кр}}$. Бесконечное множество собственных чисел (критических нагрузок) можно найти из условия равенства нулю определителя системы (23). Отметим, что в настоящей работе использовался более простой итерационный метод, описанный в работах [13, 14, 16], в сочетании с перебором параметра нагрузки (метод «стрельбы»).

Приведем окончательное выражение для функции прогибов пластинки:

$$w(x, y) = \frac{G[\cos(tx) - \cos t^*]}{t\sin t^*} + \\ + \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k A_k^*\left(\frac{\mathrm{ch}(\alpha_k x)}{\mathrm{ch}\alpha_k^*} - \frac{\mathrm{ch}(\beta_k x)}{\mathrm{ch}\beta_k^*}\right)\cos(\lambda_k y) + \\ + \sum_{s=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\tilde{s}}C_s^*\times \\ \times\left(\frac{\mathrm{ch}(\xi_s y)}{\mathrm{sh}\xi_s^*} - \frac{\xi_s[\xi_s^2-(2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{ch}(\eta_s y)}{\eta_s[\eta_s^2-(2-\nu)\mu_s^2]\mathrm{sh}\eta_s^*}\right)\cos(\mu_s x).$$

Численные результаты. Обсуждение

Для вычисления критических усилий и получения 3D-форм потери устойчивости была составлена программа в среде аналитических вычислений MAPLE, реализующая алгоритм в разделе «Определение симметричных форм равновесия». Начальные значения коэффициентов C_s^*в формулах (14) и (18) приняты в виде последовательности $1/\mu_s^2$. Если перебором была определена нагрузка, при которой соответствующие коэффициенты соседних итераций A_k^* и C_s^* не отличались друг от друга (нетривиальное решение), то эта нагрузка считалась критической.

В качестве примера рассмотрим квадратную пластинку. Коэффициент Пуассона принят равным 0,3. Число членов в рядах (размер редуцированной системы (23)) изменялось в контрольном варианте в широких пределах: 29, 59, 79, 99, 109, число итераций: 10, 15, 20, 25; число значащих цифр при вычислениях в среде MAPLE принято равным 10, 20, 30, 40. Окончательно при дальнейших расчетах в рядах удерживалось 99 членов, число итераций — 20, число значащих цифр — 30. Дальнейшее увеличение числа членов и итераций не изменяло шестую значащую цифру при вычислении соответствующих коэффициентов системы (23) в последней итерации по сравнению с предыдущей. В таблице представлены значения первых четырех критических нагрузок для симметричных форм потери устойчивости (форм равновесия), а сами формы приведены на рис. 2.

В работе [15, С. 304] приведена эйлерова нагрузка $4{,}03\cdot\pi^2 = 39{,}77$; в [3] соответствующее значение равно $3{,}984\cdot\pi^2 = 39{,}321$, что близко к полученному результату в настоящей работе, однако оба результата несколько завышены, так как в работах [15, 3] были использованы энергетические методы. Результат работы [3] следует считать более точным, чем [15], так как автор использовал метод конечных элементов (9-узловые конечные элементы), однако он менее точен, чем результат на-

Таблица. Критические относительные (безразмерные) сжимающие усилия $T_x = T_X b^2/D$ в квадратной пластинке для симметричных форм равновесия

Table. Critical relative compressive forces $T_x = T_X b^2/D$ in a square plate for symmetric forms of equilibrium

Результаты исследований	$T_{1Э}$	$T_{2кр}$	$T_{3кр}$	$T_{4кр}$
Настоящей работы	38,675	150,468	246,800	351,915
Работы [15]	39,770	—	—	—
Работы [3]	39,321	—	—	—

Примечание: точность значений для работ [15, 3] приведена в соответствии с авторскими текстами; знак прочерка означает, что соответствующие критические значения в указанных работах не вычислялись.

стоящей работы, ввиду того, что число этих элементов было всего 16. Критерием точности численных результатов следует считать точность выполнения всех условий задачи, которые в данном случае выполняются точно с использованием гиперболо-тригонометрических рядов и бесконечной разрешающей системы. Исходя из этого, увеличение точности самого вычислительного процесса связана только с анализом численных

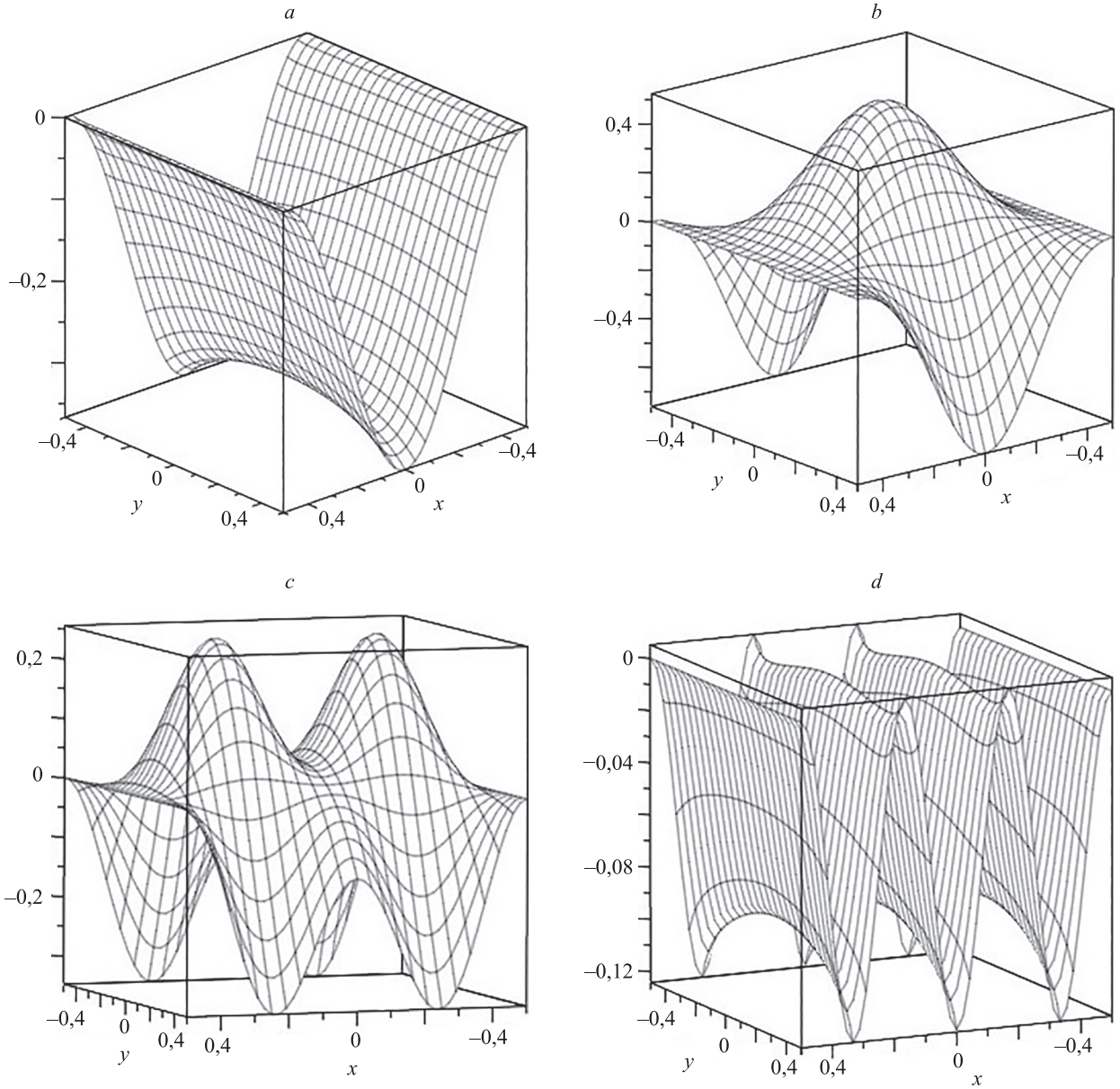


Рис. 2. Симметричные формы равновесия после потери устойчивости при критических нагрузках: $T_{1Э} = 38{,}675$ (*a*); $T_{2кр} = 150{,}468$ (*b*); $T_{3кр} = 246{,}800$ (*c*); $T_{4кр} = 351{,}915$ (*d*)

Fig. 2. Symmetrical forms of equilibrium after loss of stability under critical loads: $T_{1E} = 38.675$ (*a*); $T_{2cr} = 150.468$ (*b*); $T_{3cr} = 246.800$ (*c*); $T_{4cr} = 351.915$ (*d*)

результатов при увеличении размера редуцированной системы (число членов в рядах), числа итераций и количества значащих цифр в среде MAPLE.

Следует отметить, что в настоящее время нано- и микропластины рассчитываются на устойчивость и колебания по различным уточненным теориям (как линейным, так и нелинейным). При этом для проверки точности полученных приближенных решений исследователи используют в качестве эталонных результаты классической теории тонких пластин, дающие основной вклад в вычисленные значения критических нагрузок.

Заключение

Полученные результаты могут быть использованы в микроэлектронике и нанотехнологиях при проектировании и эксплуатации чувствительных элементов датчиков в виде прямоугольных пластинок, которые находятся под воздействием различных силовых полей (механических, электрических, магнитных) в плоскости пластинки. Увеличение сжимающей нагрузки может привести к потере устойчивости и вызвать соответствующую реакцию управляющей системы.

В настоящей работе исследованы только симметричные формы потери устойчивости. Антисимметричные и смешанные формы можно обнаружить при соответствующих сочетаниях четных и нечетных функций прогибов, поэтому для получения последовательного спектра критических усилий и форм следует в дальнейшем рассмотреть и эти случаи. Предполагается указанным методом исследовать и соответствующую задачу по уточненной теории.

Литература

1. Kshirsagar S., Bhaskar K. Accurate and elegant free vibration and buckling studies of orthotropic rectangular plates using untruncated infinite series // Journal of Sound and Vibration. 2008. V. 314. N 3-5. P. 837–850. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.01.013
2. Civalek Ö. Application of differential quadrature (DQ) and harmonic differential quadrature (HDQ) for buckling analysis of thin isotropic plates and elastic columns // Engineering Structures. 2004. V. 26. N 2. P. 171–186. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2003.09.005
3. Lee S.J. Buckling analysis of rectangular plates using an enhanced 9-node element // Architectural Research. 2016. V. 18. N 3. P. 113–120. https://doi.org/10.5659/AIKAR.2016.18.3.113
4. Ebrahimi F., Barati M.R. Buckling analysis of piezoelectrically actuated smart nanoscale plates subjected to magnetic field // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2017. V. 28. N 11. P. 1472–1490. https://doi.org/10.1177/1045389x16672569
5. Wang Z., Xing Y., Sun Q., Yang Y. Highly accurate closed-form solutions for free vibration and eigenbuckling of rectangular nanoplates // Composite Structures. 2019. V. 210. P. 822–830. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.11.094
6. Tyukalov Yu.Ya. Method of plates stability analysis based on the moments approximations // Magazine of Civil Engineering. 2020. T. 95. № 3. C. 90–103. https://doi.org/10.18720/MCE.95.9
7. Tenenbaum J., Eisenberger M. Analytical solutions for plate buckling from static analysis approach // Analysis and Design of Plated Structures. Elsevier, 2022. P. 1–31. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823570-6.00009-4
8. Analooei H.R., Azhari M., Heidarpour A. Elastic buckling and vibration analyses of orthotropic nanoplates using nonlocal continuum mechanics and spline finite strip method // Applied Mathematical Modelling. 2013. V. 37. N 10-11. P. 6703–6717. https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.01.051
9. Анненков Л.В. Исследование устойчивости защемленной прямоугольной пластины, сжатой в одном направлении // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 3(31). С. 48–53. https://doi.org/10.21821/2309-5180-2015-7-3-48-53
10. Wang B., Li P., Li R. Symplectic superposition method for new analytic buckling solutions of rectangular thin plates // International Journal of Mechanical Sciences. 2016. V. 119. P. 432–441. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.11.006
11. Onwuka D.O., Iwuoha S.E. Elastic instability analysis of biaxially compressed flat rectangular isotropic all-round clamped (CCCC) plates // MedCrave Online Journal of Civil Engineering. 2017. V. 2. N 2. P. 52–56. https://doi.org/10.15406/mojce.2017.02.00027
12. Wang W., Rong D., Xu C., Zhang J., Xu X., Zhou Z. Accurate buckling analysis of magnetically affected cantilever nanoplates subjected to in-plane magnetic fields // Journal of Vibration Engineering & Technologies. 2020. V. 8. N 4. P. 505–515. https://doi.org/10.1007/s42417-019-00106-3

References

1. Kshirsagar S., Bhaskar K. Accurate and elegant free vibration and buckling studies of orthotropic rectangular plates using untruncated infinite series. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, vol. 314, no. 3-5, pp. 837–850. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.01.013
2. Civalek Ö. Application of differential quadrature (DQ) and harmonic differential quadrature (HDQ) for buckling analysis of thin isotropic plates and elastic columns. *Engineering Structures*, 2004, vol. 26, no. 2, pp. 171–186. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2003.09.005
3. Lee S.J. Buckling analysis of rectangular plates using an enhanced 9-node element. *Architectural Research*, 2016, vol. 18, no. 3, pp. 113–120. https://doi.org/10.5659/AIKAR.2016.18.3.113
4. Ebrahimi F., Barati M.R. Buckling analysis of piezoelectrically actuated smart nanoscale plates subjected to magnetic field. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2017, vol. 28, no. 11, pp. 1472–1490. https://doi.org/10.1177/1045389x16672569
5. Wang Z., Xing Y., Sun Q., Yang Y. Highly accurate closed-form solutions for free vibration and eigenbuckling of rectangular nanoplates. *Composite Structures*, 2019, vol. 210, pp. 822–830. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.11.094
6. Tyukalov Yu.Ya. Method of plates stability analysis based on the moments approximations. *Magazine of Civil Engineering*, 2020, vol. 95, no. 3, pp. 90–103. https://doi.org/10.18720/MCE.95.9
7. Tenenbaum J., Eisenberger M. Analytical solutions for plate buckling from static analysis approach. *Analysis and Design of Plated Structures*. Elsevier, 2022, pp. 1–31. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823570-6.00009-4
8. Analooei H.R., Azhari M., Heidarpour A. Elastic buckling and vibration analyses of orthotropic nanoplates using nonlocal continuum mechanics and spline finite strip method. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, vol. 37, no. 10-11, pp. 6703–6717. https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.01.051
9. Annenkov L.V. Explore of stability of clamped rectangular plate, compressed in one direction. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova*, 2015, no. 3(31), pp. 48–53. (in Russian). https://doi.org/10.21821/2309-5180-2015-7-3-48-53
10. Wang B., Li P., Li R. Symplectic superposition method for new analytic buckling solutions of rectangular thin plates. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2016, vol. 119, pp. 432–441. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.11.006
11. Onwuka D.O., Iwuoha S.E. Elastic instability analysis of biaxially compressed flat rectangular isotropic all-round clamped (CCCC) plates. *MedCrave Online Journal of Civil Engineering*, 2017, vol. 2, no. 2, pp. 52–56. https://doi.org/10.15406/mojce.2017.02.00027
12. Wang W., Rong D., Xu C., Zhang J., Xu X., Zhou Z. Accurate buckling analysis of magnetically affected cantilever nanoplates subjected to in-plane magnetic fields. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2020, vol. 8, no. 4, pp. 505–515. https://doi.org/10.1007/s42417-019-00106-3

13. Сухотерин М.В., Кныш Т.П., Пастушок Е.М., Абдикаримов Р.А. Устойчивость упругой ортотропной консольной пластинки // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 2. С. 38–52. https://doi.org/10.18721/JPM.14204
14. Sukhoterin M., Baryshnikov S., Knysh T., Rasputina E. Stability of rectangular cantilever plates with high elasticity // E3S Web of Conferences. 2021. V. 244. P. 04004. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202124404004
15. Вайнберг Д.В. Справочник по прочности, устойчивости и колебаниям пластин. Киев: Изд-во «Будівельник», 1973. 488 с.
16. Сухотерин М.В., Распутина Е.И., Пижурина Н.Ф. Смешанные формы свободных колебаний прямоугольной CFCF-пластины // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23. № 2. С. 413–421. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-2-413-421
17. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Гос. изд-во физ.-матем. литературы, 1963. 635 с.

13. Sukhoterin M.V., Knysh T.P., Pastushok E.M., Abdikarimov R.A. Stability of an elastic orthotropic cantilever plate. *St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics*, 2021, vol. 14, no. 2, pp. 38–52. (in Russian). htttp://doi.org/10.18721/JPM.14204
14. Sukhoterin M., Baryshnikov S., Knysh T., Rasputina E. Stability of rectangular cantilever plates with high elasticity. *E3S Web of Conferences*, 2021, vol. 244, pp. 04004. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202124404004
15. Weinberg D.V. *Handbook of strength, stability and vibrations of plates*. Kiev, Budivelnik Publ., 1973, 488 p. (in Russian)
16. Sukhoterin M.V., Rasputina E.I., Pizhurina N.F. Mixed forms of free oscillations of a rectangular CFCF-plate. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 2, pp. 413–421 (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-2-413-421
17. Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger S. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, 1959, 580 p.

Авторы

Сухотерин Михаил Васильевич — доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Санкт-Петербург, 198035, Российская Федерация, sc 16496923700, https://orcid.org/0000-0002-8295-7089, sukhoterinmv@gumrf.ru

Сосновская Анна Анатольевна — старший преподаватель, Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Санкт-Петербург, 198035, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0000-6476-6783, sosnovskayaaa@gumrf.ru

Authors

Mikhail V. Sukhoterin — D.Sc., Associate Professor, Head of Department, Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Saint Petersburg, 198035, Russian Federation, sc 16496923700, https://orcid.org/0000-0002-8295-7089, sukhoterinmv@gumrf.ru

Anna A. Sosnovskaya — Senior Lecturer, Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Saint Petersburg, 198035, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0000-6476-6783, sosnovskayaaa@gumrf.ru

Статья поступила в редакцию 09.01.2024
Одобрена после рецензирования 23.01.2024
Принята к печати 14.03.2024

Received 09.01.2024
Approved after reviewing 23.01.2024
Accepted 14.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-284-292
УДК 001.891.57

Модели и методика моделирования деформаций в САПР ANSYS для систем железнодорожных вагонных весов

Марк Анатольевич Денисенко[1], Алина Сергеевна Исаева[2], Александр Сергеевич Синюкин[3]✉, Андрей Владимирович Ковалев[4]

[1,2,3,4] Южный федеральный университет, Таганрог, 344006, Российская Федерация

[1] dema.bmfe@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-5044-7482
[2] isaevaas@sfedu.ru, https://orcid.org/0000-0002-5145-0963
[3] sinyukin@sfedu.ru✉, https://orcid.org/0000-0003-0496-0087
[4] avkovalev@sfedu.ru, https://orcid.org/0000-0003-0545-7416

Аннотация

Введение. Возможность быстрого, удобного и точного определения массы груза в вагонах позволяет повысить безопасность транспорта, а также обеспечить учет активов в железнодорожной инфраструктуре. Известны трехмерные твердотельные модели участка железнодорожного пути и методики моделирования деформаций, возникающих в рельсах под действием механических нагрузок, передаваемых через вагонные колеса. В соответствии с этими методиками происходит пересчет возникающих деформаций в вес вагонов. Температура рельса влияет на его механические свойства и, соответственно, на величину его деформации. В работе впервые предложена методика, позволяющая учитывать деформацию рельса под действием нагрузки с учетом изменения его температуры при различных граничных условиях. **Метод.** Согласно предложенному подходу, вес вагона определяется по величине деформаций, которые измеряются тензометрическими датчиками, расположенными на шейке рельса. Разработанные модели включают железнодорожное колесо, шпалы и фрагмент рельса. Фрагмент рельса, соответствующий участку пути, на котором устанавливаются датчики, геометрически воспроизводит существующий тип рельса R50 и размещается на шпалах, зафиксированных с нижней стороны. Модель колеса соответствует существующему типу цельнокатаных вагонных колес с диаметром по кругу катания 920 мм, благодаря чему в модели сохраняется корректное пятно контакта. Согласно методике, на разработанные твердотельные модели накладывается конечно-элементная сетка, устанавливаются соединения между фрагментами модели, применяются граничные и температурные условия, а также воздействующие силы. Последовательно выполняется конечно-элементный анализ для всех возможных комбинаций координаты колеса, нагружаемой массы и температуры. Для каждого случая регистрируются значения деформаций в четырех узлах рельса, соответствующих местам установки тензодатчиков. Проведено сравнение результатов конечно-элементного анализа для двух разработанных твердотельных моделей. Модели отличаются способом крепления рельса к шпалам и заданием граничных условий на торцах фрагмента рельса, позволяющих учитывать возможность релаксации температурных напряжений. В модели 1 рельс жестко связан со шпалами, в модели 2 рельс и шпалы соединены контактом, допускающим движение рельса по шпале с заданным коэффициентом трения. Кроме того, в модели 2 имитируется воздействие прижимных болтов. **Основные результаты.** Методика реализована в среде мультифизического моделирования ANSYS для связанной трехмерной задачи с использованием модулей Static Structural и Steady-State Thermal. Результаты моделирования показали, что значения деформаций, обусловленные температурным воздействием, в предложенных моделях отличаются. Диапазон вертикальных деформаций фрагмента рельса, на котором закреплены тензодатчики, при нагружаемой на колесо массе 12 500 кг составляет от минус 245 мкм (изгиб вниз) до 15 мкм (изгиб вверх) для модели 1 в зависимости от температуры рельса (в диапазоне от минус 20 °C до 50 °C), а для модели 2 — от минус 225 мкм до минус 100 мкм. Это позволяет сделать вывод, что модель 2 более корректно воспроизводит процесс деформации, а воздействие температуры на деформации менее значимо по сравнению с величиной механической нагрузки. **Обсуждение.** Предлагаемая модель, в отличие от известных, предполагает статическое взвешивание, характеризуемое большей точностью, надежностью и простотой применения. В дальнейшем

© Денисенко М.А., Исаева А.С., Синюкин А.С., Ковалев А.В., 2024

планируется выполнение более подробного исследования модели с двумя колесами и осью с целью определения оптимального времени моделирования и точности получаемых результатов.

Ключевые слова
железнодорожная система мониторинга, идентификация нагрузок, метод конечных элементов, твердотельное моделирование, совершенствование моделей

Благодарности
Работа выполнена в рамках проекта № FENW-2020-0022 «Разработка и исследование методов и средств мониторинга, диагностики и прогнозирования состояния инженерных объектов на основе искусственного интеллекта» по заданию Минобрнауки Российской Федерации.

Ссылка для цитирования: Денисенко М.А., Исаева А.С., Синюкин А.С., Ковалев А.В. Модели и методика моделирования деформаций в САПР ANSYS для систем железнодорожных вагонных весов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 284–292. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-284-292

Models and a deformations simulation approach using ANSYS CAD for railway wagons weighing system

Mark A. Denisenko[1], Alina S. Isaeva[2], Alexander S. Sinyukin[3]✉, Andrey V. Kovalev[4]

[1,2,3,4] Southern Federal University, Taganrog, 344006, Russian Federation

[1] dema.bmfe@gmail.com, https://orcid.org/0000-0001-5044-7482
[2] isaevaas@sfedu.ru, https://orcid.org/0000-0002-5145-0963
[3] sinyukin@sfedu.ru✉, https://orcid.org/0000-0003-0496-0087
[4] avkovalev@sfedu.ru, https://orcid.org/0000-0003-0545-7416

Abstract
Possibility of fast, convenient and precise definition of wagons load mass allows enhancing transport safety and ensures assets accounting in railroad infrastructure. There are known three-dimensional solid models of railway track sector and approaches of simulation the deformation which emerge in rails by mechanical load effect transmitted through wagon wheels. In accordance with these approaches, emerging deformations are recomputed into wagons weight. The rail temperature influences on its mechanical properties and, consequently, on the deformation value. In this work, for the first time, a technique has been proposed that allows one to consider the deformation of the rail under the load influence, taking into account its temperature variance at different boundary conditions. According to the proposed approach, the wagon weight is defined by deformation values which are measured by strain gauges located on the rail web. The developed models include a rail wheel, ties and a rail fragment. The rail fragment corresponding to the railway track sector on which sensors are mounted geometrically replicates an existent rail type R50 and is situated on the ties fixed from bottom side. The wheel model complies with an existent solid-rolled wagon wheel type with tread diameter 920 mm, thereby correct contact patch retains in the model. According to the approach, finite-element mesh is generated on the developed solid models, connections between model fragments are established, and boundary and temperature conditions as well as acting forces are applied. Sequentially finite-element analysis is performed for all possible combination of wheel coordinate, load mass and temperature. For every case, deformation values are registered in four rail nodes corresponding to strain gauges placements. Comparison of finite-element analysis results for two developed solid models is carried out. The models differ by the way of the rail on the ties mounting and boundary condition setting on the end faces of the rail fragment, allowing to consider possibility of temperature stresses relaxation. In the model 1 the rail is connected with ties rigidly, in the model 2 the rail and the ties are connected by a contact allowing the rail motion along the tie with given friction coefficient. Besides that clamp bolts impact is imitated in the model 2. The approach is implemented within multiphysical simulation environment ANSYS for coupled three-dimensional problem using Static Structural and Steady-State Thermal modules. Simulation results showed that the deformation values determined by the temperature influence differ for the proposed models. Vertical deformations range of the rail fragment on which the strain gauges are fastened, at the mass 12,500 kg loaded on the wheel, is from –245 μm (bend down) to 15 μm (bend up) for the model 1 depending on the rail temperature (in the range from –20 °C to +50 °C) and from –225 μm to –100 μm for the model 2. This allows concluding that the model 2 reflects deformation process more correctly, and the temperature influence on the deformation is less relevant compared to mechanical load value. The proposed model in contrast to the known ones implies static weighing characterized by more accuracy, reliability and simplicity of use. In the future it is planned the executing of the more detail research of a model with two wheels and an axle for determining optimal simulation time and obtained results accuracy.

Keywords
railway monitoring system, loads identification, finite element method, solid state modeling, models updating

Acknowledgements
This study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the “Development and research of methods and tools for monitoring, diagnosing, and predicting the state of engineering objects based on artificial intelligence” project FENW-2020-0022.

For citation: Denisenko M.A., Isaeva A.S., Sinyukin A.S., Kovalev A.V. Models and a deformations simulation approach using ANSYS CAD for railway wagons weighing system. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 284–292 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-284-292

Введение

Оценка величины нагрузки, оказываемой железнодорожным транспортом на объекты железнодорожной инфраструктуры, необходима при их разработке, мониторинге, диагностике и техническом обслуживании [1], но главное — для предотвращения случаев перегрузки, которые могут вызвать их повреждение [2, 3]. В первую очередь это относится к грузовым составам, превышение веса в вагонах которых может приводить не только к более быстрому износу и разрушению железнодорожных путей и вагонных колес, но и к сходу состава с рельсов [4, 5]. Важное значение имеет также оценка равномерности распределения грузов в вагоне [6].

Системы взвешивания в движении получили широкое распространение в области мониторинга, диагностики и контроля состояния железнодорожной инфраструктуры [7] за счет возможности выполнять измерения воздействующих нагрузок и масс вагонов без вмешательства в установленный график следования поездов. Однако точность таких систем ниже, чем у статических [5, 8–10]. Системы статического взвешивания (системы измерения статических нагрузок), в свою очередь, характеризуются высокой точностью, надежностью, простотой установки и эксплуатации. Кроме того, как показано в [9], в случае, когда скорость состава невысока, динамическими эффектами при движении состава можно пренебречь.

Для оценки величины сдвига рельса, изгибающего момента и вертикальных нагрузок используются тензометрические датчики деформаций и механического напряжения [11–13], пьезорезистивные и пьезоэлектрические системы [14, 15]. Другим распространенным средством измерения деформаций являются устройства на основе волоконной оптической решетки Брэгга [16–18]. Чаще всего датчики деформаций устанавливаются на шейке [13] или подошве [1, 19] рельса.

В работе [9] исследовано влияние неровности путей и скорости движения состава на величину нагрузок, определяемую системами взвешивания в движении, а также на основе численного моделирования выполнена оценка влияния, вносимого статическими нагрузками в измеряемые значения. Однако предлагаемый подход требует длительных вычислений и постобработки, поскольку сами измерения проводятся в динамических условиях. Оценивание статических нагрузок, приходящихся на колесо и ось во время движения, с учетом различных типов поездов, предлагается и в [5], в то время как динамические нагрузки исследуются с точки зрения влияния на них жесткости и демпфирования рельсовой прокладки, позиционирования измерительной системы и жесткости контакта. В [6] приведена методика классификации движущихся поездов при помощи системы из 6 датчиков деформации и одного датчика температуры. Качество измерений подтверждено статистическими методами, однако алгоритм зависим от полноты базы данных и предполагает калибровку модели определения нагрузок. В системе, представленной в работе [20], для определения вертикальных деформаций применены тензодатчики на основе волоконной оптической решетки Брэгга, прикрепляемые к рельсу посредством магнитных «пластырей». Помимо динамического, производится также и статическое взвешивание, а для выявления распределения нагрузок и деформаций в рельсе использован конечно-элементный анализ.

Существует множество известных способов сравнения и совершенствования конечно-элементных моделей: вероятностные, детерминированные, основанные на анализе чувствительности или максимальном подобии, связанные с поверхностью отклика и регуляризацией [21]. Так, в [22] проведено сравнение конечно-элементных моделей участка почвы и боронного диска с целью выявить степень влияния формы, размеров и плотности размещения выпуклостей и вогнутостей на поверхности диска на силу, действующую на диск со стороны обрабатываемой почвы. В качестве инструмента для оценивания повреждений в исторических каменных строениях в [23] предложена геометрическая конечно-элементная модель исторической церкви (XVI век, Италия), максимально приближенная по своим кинематическим и динамическим характеристикам к результатам натурных измерений. Выполнено сравнение предварительных конечно-элементных моделей, отличающихся граничными условиями: в одной из моделей основание здания фиксировалось, в другой — задавалось упругими пружинными подвесками, и более приближенные к данным измерений результаты позволили разработать третью, более точную модель.

Цель настоящей работы заключается в разработке твердотельных конечно-элементных моделей и методики моделирования деформаций в железнодорожном рельсе под воздействием нагрузок для идентификации веса (массы) железнодорожных вагонов. Особенностями предлагаемого подхода являются более корректное воспроизведение геометрических и физических характеристик моделируемых объектов, учет влияния температуры рельса и позиционирования вагонного колеса относительно установленных датчиков на величину деформаций и, соответственно, испытываемых нагрузок, а также исследование и уточнение граничных условий для более корректного воспроизведения моделируемого процесса.

Твердотельные модели и методика моделирования

Первая твердотельная модель (модель 1), представленная на рис. 1, *а*, и разработанная методика моделирования позволяют определять значения деформаций и механических напряжений в местах предполагаемой установки тензодатчиков системы железнодорожных весов [24]. Особенностью методики является учет температурных деформаций, которым рельс подвергается в процессе его эксплуатации. Модель 1 была исследована в среде ANSYS Workbench (модули Static Structural и Steady-State Thermal) с рядом допущений: рассмотрен только участок рельса длиной 1 м, лежащий на двух шпалах; рельс жестко связан со шпалами, шпалы закреплены с нижней стороны; оба торца рельса свободно деформируются в ответ на тепловое воздействие на рельс; задача считается симметричной относительно середины оси колеса, и рассматривалась только полови-

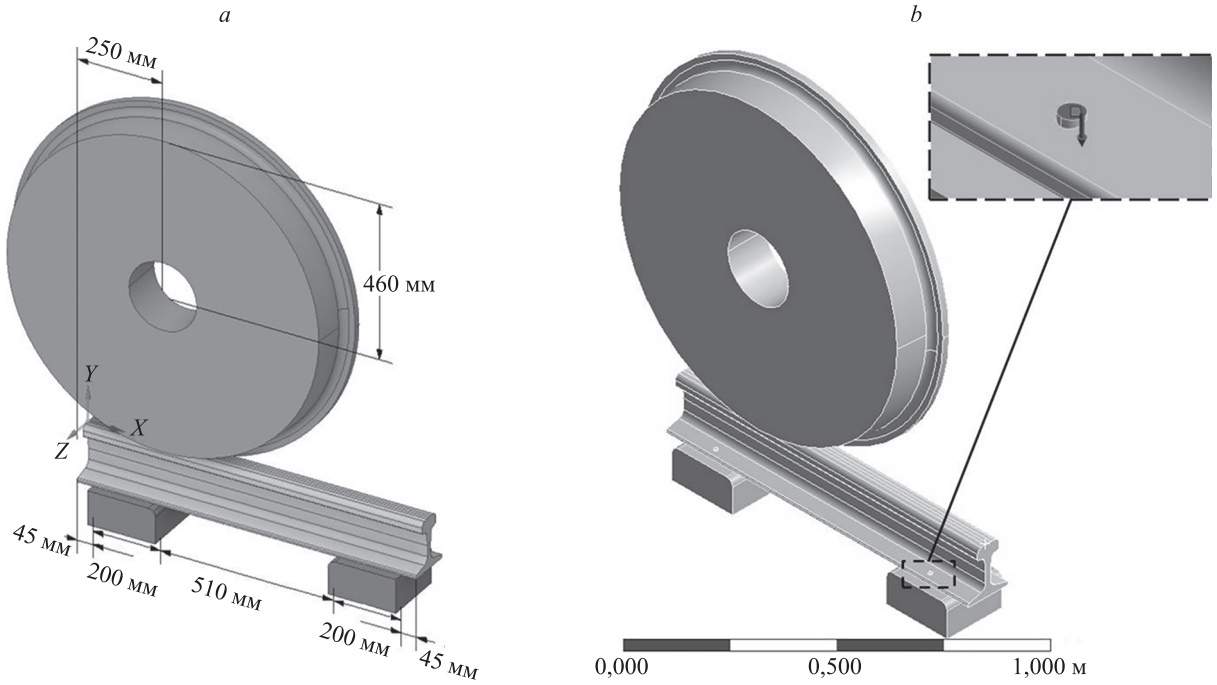


Рис. 1. Твердотельные модели 1 (*a*) и 2 (*b*). В увеличенном масштабе показаны прижимной болт и плоскость, на которую действует прижимная сила

Fig. 1. Solid-state models 1 (*a*) and 2 (*b*); the clamp bolt and surface on which downforce acts are shown scaled up

на структуры, т. е. один рельс и одно колесо. На рис. 2 схематично представлена железнодорожная плеть и обозначены компоненты ее фрагмента, образующие объект, исследуемый в настоящей работе.

Под воздействием температуры окружающей среды железнодорожная плеть (участок рельсового полотна, ограниченный несварными стыками, в пределах которого рельсы соединяются между собой сварным способом) удлиняется или сокращается. Можно предположить, что датчики для железнодорожных весов лучше всего располагать как можно ближе к несварному стыку, т. е. к одному из концов железнодорожной плети, поскольку в этом месте путем изменения ширины зазора несварного стыка, температурные напряжения могут релаксировать, и их вклад в вертикальную составляющую деформации рельса минимален, что должно уменьшить погрешность измерения массы железнодорожных вагонов. Таким образом, в модели 1 необходимо учесть различные условия для двух торцов рельса: возможность его удлинения со стороны несварного стыка под воздействием температуры окружающей среды и ограничение такой возможности с другой стороны ввиду того, что материал остальной массы плети сопротивляется расширению.

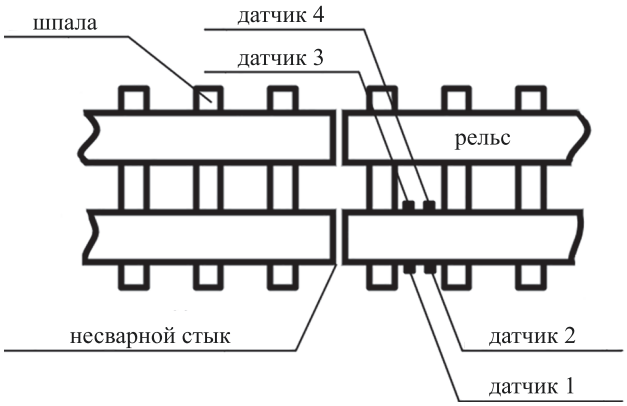


Рис. 2. Схематическое представление решаемой задачи

Fig. 2. Schematic of the solvable problem

Вторая твердотельная модель (модель 2) (рис. 1, *b*) была разработана с учетом возможности теплового расширения рельсового полотна. В данной модели ограничением возможности удлинения рельса из-за сопротивления массы плети являются граничные условия на одном из торцов рельса, запрещающие перемещения по оси *X*, т. е. $\Delta\varepsilon_x = 0$. Возможность удлинения рельса обеспечивается заданием в модели 2 иного типа крепления рельса к шпале. В модели 1 рельс соединен со шпалой контактом bonded (жесткое закрепление), в модели 2 — контактом frictional, который обеспечивает возможность движения рельса по шпале с заданным коэффициентом трения 0,6. Дополнительно рельс прижат к шпале в двух точках с силой 20 кН, что имитирует действия прижимных болтов или скоб. На нижних сторонах шпал граничные условия заданы в виде $\Delta\varepsilon_{x,y,z} = 0$. В обоих случаях исследован диапазон нагружаемых масс от 2500 кг до 12 500 кг при расчете на одно колесо восьмиколесного вагона для трех различных температур рельса: минус 20 °C; 22 °C; 50 °C. При задании граничных условий для задачи Steady-State Thermal в случае высокой температуры для верхних поверхностей модели рельса $t = 50$ °C, для остальных поверхностей заданы условия теплообмена с коэффициентом теплопередачи 25 Вт/(м^2·°C) и температурой окружающей среды 30 °C; для низкой температуры на нижней поверхности рельса $t = 0$ °C, а на остальных

заданы коэффициент теплопередачи 25 Вт/(м^2·°С) и температура окружающей среды минус 20°С. Задача решена для следующих параметров материала колеса и рельса: плотность 7850 кг/м^3, модуль Юнга $2 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона 0,3.

Основная задача исследования — сравнение результатов моделирования моделей 1 и 2, а именно, уточнение степени влияния температуры на значения деформаций в местах предполагаемой установки тензометрических датчиков.

Анализ результатов

В среде ANSYS Mechanical возможен расчет деформаций, возникающих в конечно-элементной модели под воздействием различных механических или температурных эффектов, по трем осям координат (трехмерный анализ). На рис. 3 показано распределение деформаций по трем осям для всей исследуемой структуры (колесо, рельс, шпалы) при следующих исходных данных: модель 2; масса нагрузки 12 500 кг; температура окружающей среды 22 °С; координата геометрического центра колеса, отсчитываемая от левого края фрагмента рельса (рис. 1) 350 мм. Аналогичные исходные данные относятся к рис. 4 и 5 (за исключением значений температуры).

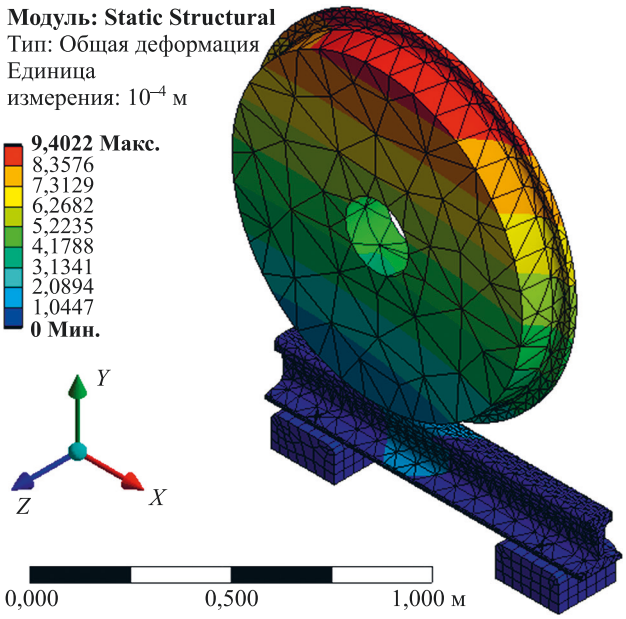


Рис. 3. Распределение деформаций в структуре при температуре 22 °С

Fig. 3. Distribution of the deformations in the structure at temperature +22 °C

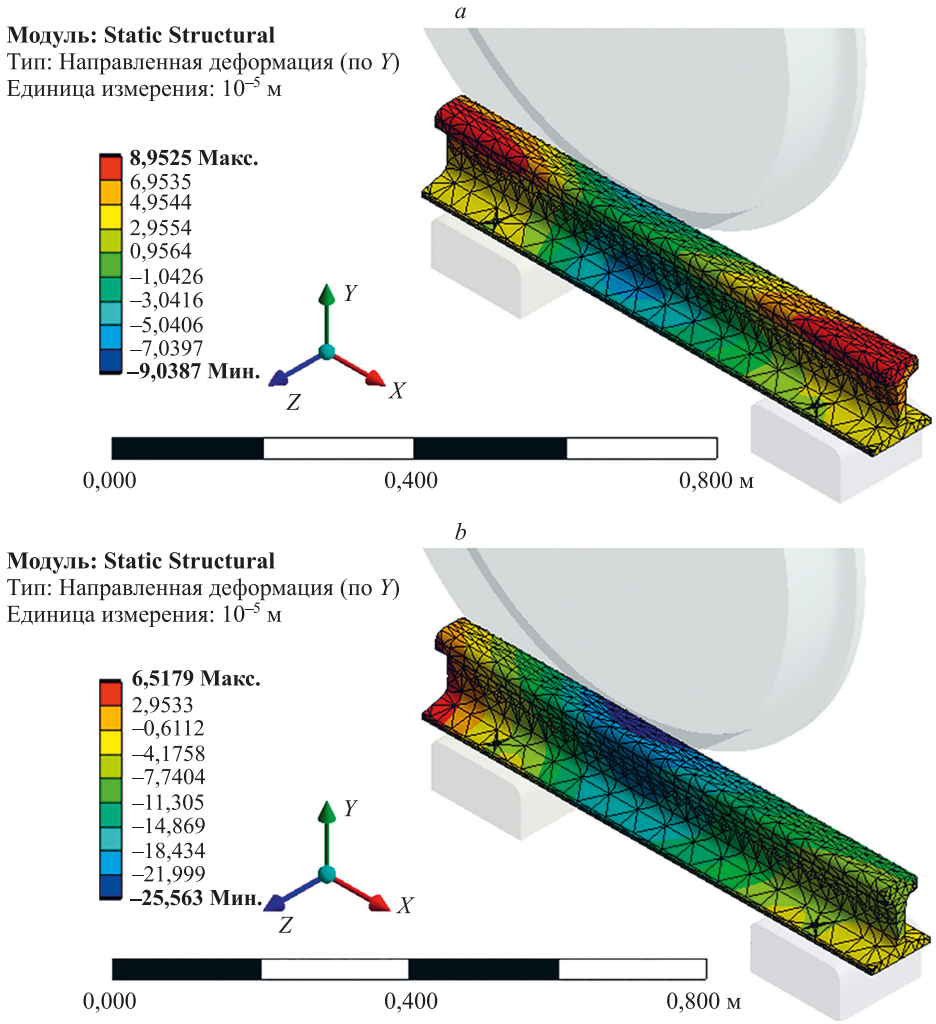
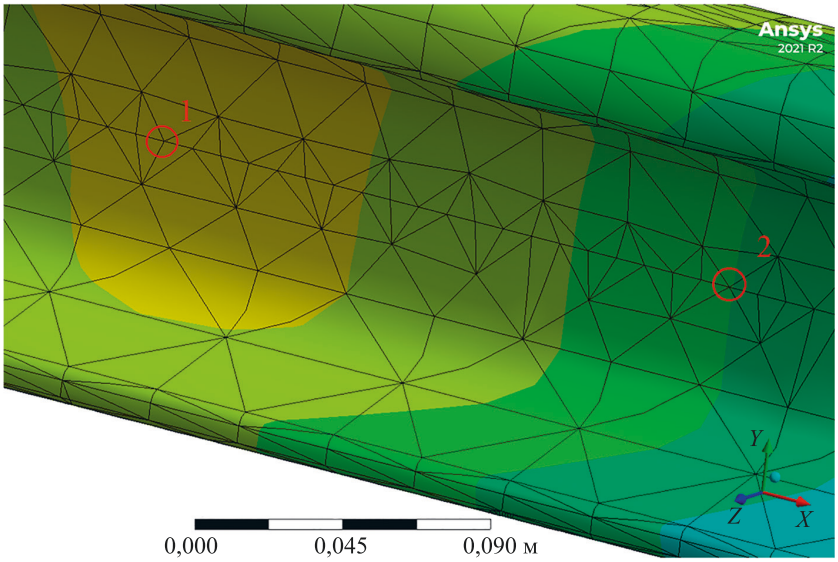


Рис. 4. Распределения деформаций по оси *Y* в рельсе при температурах 50 °С (*a*) и минус 20 °С (*b*)

Fig. 4. Distribution of the deformations along the *Y* axis in the rail at temperatures 50 °C (*a*) and –20 °C (*b*)

a



b

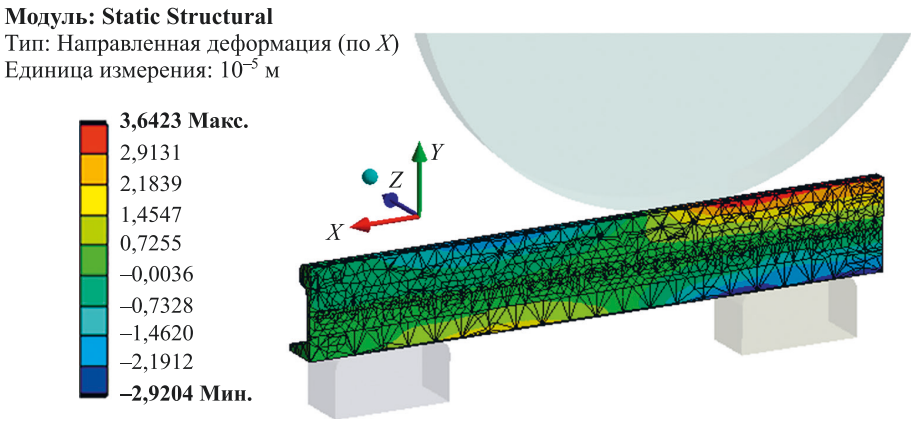


Рис. 5. Распределения деформаций: с указанием точек измерения деформации 1 и 2 (*a*); по оси *X* в сечении рельса при $t = 22$ °C (*b*)

Fig. 5. Distribution of the deformations with indication of deformation measure nodes 1 and 2 (*a*); along the *X* axis in rail section at $t = 22$ °C (*b*)

Результаты расчета распределения вертикальных деформаций по толщине рельса при температурах 50 °C и минус 20 °C представлены на рис. 4. Видно, что разница деформаций в верхней части рельса, находящейся непосредственно под колесом, для двух крайних температурных случаев достигает порядка 200 мкм.

На рис. 5, *a* показано распределение деформаций по трем осям в рельсе при температуре 22 °C, а окружностями обозначены точки измерения деформации 1 и 2. Поскольку анализ температурных и механических воздействий в ANSYS выполняется для каждого узла конечно-элементной модели, это позволяет оценить результаты расчета распределения деформаций в том числе внутри структуры, а не только на ее поверхности (рис. 5, *b*).

Зависимости деформации рельса для точек измерения деформации 1 и 4 (рис. 2) от нагружаемой массы, температуры рельса и расположения центра оси колеса для моделей 1 и 2 приведены на рис. 6. В результате сравнения моделирования для модели 1, выполненного без учета особенностей температурного влияния на протяженный рельсовый путь, с результатами модели 2 (рис. 6) можно сделать вывод, что форма зависимостей вертикальных деформаций в местах предполагаемой установки тензометрических датчиков 1 и 4 от расположения колеса на рельсе, температуры и массы нагрузки сохраняется.

Сохраняется также положение наиболее крутых участков графика, которые соответствуют диапазонам 250–450 мм и 650–750 мм. Положение точки, соответствующей наибольшему прогибу рельса под воздействием нагрузки, которое для модели 1 всегда соответствовало координате 550 мм, для модели 2 не совпадает с координатой 550 мм при температуре рельса минус 20 °C и соответствует координате 450 мм. В модели 1 при нагревании рельс расширялся и изгибался вверх, при охлаждении, наоборот, сжимался и изгибался вниз. Аналогичное поведение можно наблюдать и в модели 2,

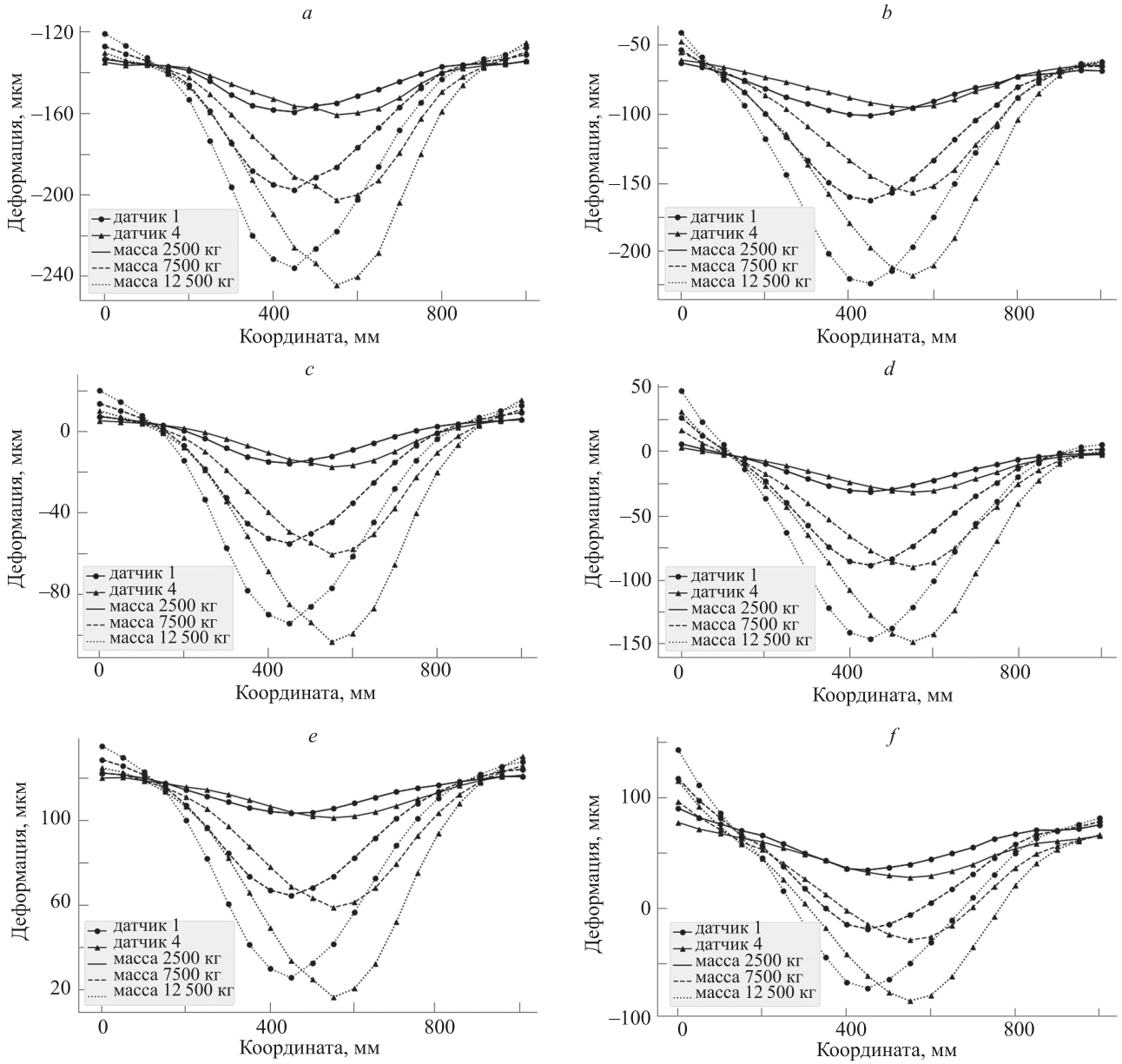


Рис. 6. Зависимости деформаций рельса в точках установки датчиков 1 и 4 от массы нагрузки и координаты колеса при температурах рельса: минус 20 °C (*a*, *b*), 22 °C (*c*, *d*), 50 °C (*e*, *f*) для моделей 1 (*a*, *c*, *e*) и 2 (*b*, *d*, *f*)

Fig. 6. Dependence of the rail deformations in sensor installation nodes 1 and 4 vs. the load mass and the wheel coordinate at rail temperatures: –20 °C (*a*, *b*), 22 °C (*c*, *d*), 50 °C (*e*, *f*) for models 1 (*a*, *c*, *e*) and 2 (*b*, *d*, *f*)

однако влияние температурных деформаций для модели 2 ниже, чем для модели 1. Так, для модели 2 при температуре 50 °C в области максимального прогиба рельса и при максимальной нагрузке вертикальные деформации принимают отрицательные значения, тогда как кривые на соответствующем графике для модели 1 находятся в области положительных значений; абсолютные значения деформаций при температуре минус 20 °C для модели 2, соответственно, оказываются ниже, чем для модели 1. Можно сделать вывод, что описанная методика учета влияния температуры окружающей среды на рельсовое полотно оправдана.

В дальнейшем планируется исследовать твердотельную модель колесной пары для определения влияния принятого в настоящей работе упрощения на величины деформаций, а также исследовать, насколько длина рельса от места предполагаемого расположения тензодатчиков до несварного стыка влияет на эффективность определения величины нагрузки.

Заключение

В работе выполнено сравнение конечно-элементных моделей системы взвешивания железнодорожных вагонов, а также разработаны и уточнены методики моделирования. По результатам исследования модели 1 и модели 2, которая отличается от модели 1 граничными условиями, более релевантно воспроизводящими особенности механического взаимодействия компонентов модели, установлено, что:

— согласно результатам моделирования максимальная величина вертикальной деформации участка рельса, на котором закреплен тензодатчик, при полной загруженности вагона составляет для модели 1 от минус 245 мкм (изгиб вниз) до 15 мкм (изгиб вверх) в зависимости от температуры рельса, а для модели 2 — от минус 225 мкм до минус 100 мкм (изгиб рельса вниз в обоих случаях);
— степень влияния температурных условий на величину вертикальных деформаций рельса в условиях модельного эксперимента (модель 2) оказывается меньше по сравнению с влиянием температуры в первом эксперименте (модель 1);
— полученные результаты деформаций позволяют устанавливать значение нагружаемой массы при условии известной координаты колеса и температуры рельса в момент измерения деформации.

В качестве развития темы настоящей работы планируется провести более подробное исследование модели с двумя колесами и осью с целью определения оптимального с точки зрения времени моделирования и точности получаемых результатов способа построения твердотельной модели для моделирования систем вагонных весов. Также предполагается разработка методики использования искусственных нейронных сетей для уточнения показаний вагонных весов.

Литература

1. Pau A., Vestroni F. Weigh-in-motion of train loads based on measurements of rail strains // Structural Control Health Monitoring. 2021. V. 28. N 11. P. e2818. https://doi.org/10.1002/stc.2818
2. Molodova M., Li Z., Núñez A., Dollevoet R. Automatic detection of squats in railway infrastructure // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. 2014. V. 15. N 5. P. 1980–1990. https://doi.org/10.1109/TITS.2014.2307955
3. Xu L., Zhai W. Train–track coupled dynamics analysis: system spatial variation on geometry, physics and mechanics // Railway Engineering Science. 2020. V. 28. N 1. P. 36–53. https://doi.org/10.1007/s40534-020-00203-0
4. Molodova M., Li Z., Dollevoet R. Axle box acceleration: measurement and simulation for detection of short track defects // Wear. 2011. V. 271. N 1-2. P. 349–356. https://doi.org/10.1016/j.wear.2010.10.003
5. Pintão B., Mosleh A., Vale C., Montenegro P., Costa P. Development and validation of a weigh-in-motion methodology for railway tracks // Sensors. 2022. V. 22. N 5. P. 1976. https://doi.org/10.3390/s22051976
6. Zakharenko M., Frøseth G.T., Rönnquist A. Train classification using a weigh-in-motion system and associated algorithms to determine fatigue loads // Sensors. 2022. V. 22. N 5. P. 1772. https://doi.org/10.3390/s22051772
7. Allota B., D'Adamio P., Marini L., Meli E., Pugi L., Rindi A. A new strategy for dynamic weighing in motion of railway vehicles // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. 2015. V. 16. N 6. P. 3520–3533. https://doi.org/10.1109/TITS.2015.2477104
8. Senyanskiy D.M. Problem of increasing the accuracy of railway carriages weighing in motion // Proc. of the XVII IMEKO World Congress Metrology in the 3rd Millennium. 2003. P. 374–377.
9. Mosleh A., Costa P.A., Calçada R. A new strategy to estimate static loads for the dynamic weighing in motion of railway vehicles // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. 2020. V. 234. N 2. P. 183–200. https://doi.org/10.1177/0954409719838115
10. Mosleh A., Costa P.A., Calçada R. Development of a low-cost trackside system for weighing in motion and wheel defects detection // International Journal of Railway Research. 2020. V. 7. N 1. P. 1–9.
11. Costa B.J.A., Martins R., Santos M., Felgueiras C., Calçada R. Weighing-in-motion wireless system for sustainable railway transport // Energy Procedia. 2017. V. 136. P. 408–413. https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.10.260
12. Meli E., Pugi L. Preliminary development, simulation and validation of a weigh in motion system for railway vehicles // Meccanica. 2013. V. 48. N 10. P. 2541–2565. https://doi.org/10.1007/s11012-013-9769-9
13. Zhou W., Abdulhakeem S., Fang C., Han T., Li G., Wu Y., Faisal Y. A new wayside method for measuring and evaluating wheel-rail contact forces and positions // Measurement. 2020. V. 166. P. 108244. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108244
14. Delprete C., Rosso C. An easy instrument and a methodology for the monitoring and the diagnosis of a rail // Mechanical Systems and Signal Processing. 2009. V. 23. N 3. P. 940–956. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.06.004
15. Sekuła K., Kołakowski P. Piezo-based weigh-in-motion system for the railway transport // Structural Control Health Monitoring. 2012. V. 19. N 2. P. 199–215. https://doi.org/10.1002/stc.416

References

1. Pau A., Vestroni F. Weigh-in-motion of train loads based on measurements of rail strains. *Structural Control Health Monitoring*, 2021, vol. 28, no. 11, pp. e2818. https://doi.org/10.1002/stc.2818
2. Molodova M., Li Z., Núñez A., Dollevoet R. Automatic detection of squats in railway infrastructure. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2014, vol. 15, no. 5, pp. 1980–1990. https://doi.org/10.1109/TITS.2014.2307955
3. Xu L., Zhai W. Train–track coupled dynamics analysis: system spatial variation on geometry, physics and mechanics. *Railway Engineering Science*, 2020, vol. 28, no. 1, pp. 36–53. https://doi.org/10.1007/s40534-020-00203-0
4. Molodova M., Li Z., Dollevoet R. Axle box acceleration: measurement and simulation for detection of short track defects. *Wear*, 2011, vol. 271, no. 1-2, pp. 349–356. https://doi.org/10.1016/j.wear.2010.10.003
5. Pintão B., Mosleh A., Vale C., Montenegro P., Costa P. Development and validation of a weigh-in-motion methodology for railway tracks. *Sensors*, 2022, vol. 22, no. 5, pp. 1976. https://doi.org/10.3390/s22051976
6. Zakharenko M., Frøseth G.T., Rönnquist A. Train classification using a weigh-in-motion system and associated algorithms to determine fatigue loads. *Sensors*, 2022, vol. 22, no. 5, pp. 1772. https://doi.org/10.3390/s22051772
7. Allota B., D'Adamio P., Marini L., Meli E., Pugi L., Rindi A. A new strategy for dynamic weighing in motion of railway vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2015, vol. 16, no. 6, pp. 3520–3533. https://doi.org/10.1109/TITS.2015.2477104
8. Senyanskiy D.M. Problem of increasing the accuracy of railway carriages weighing in motion. *Proc. of the XVII IMEKO World Congress Metrology in the 3rd Millennium*, 2003, pp. 374–377.
9. Mosleh A., Costa P.A., Calçada R. A new strategy to estimate static loads for the dynamic weighing in motion of railway vehicles. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2020, vol. 234, no. 2, pp. 183–200. https://doi.org/10.1177/0954409719838115
10. Mosleh A., Costa P.A., Calçada R. Development of a low-cost trackside system for weighing in motion and wheel defects detection. *International Journal of Railway Research*, 2020, vol. 7, no. 1, pp. 1–9.
11. Costa B.J.A., Martins R., Santos M., Felgueiras C., Calçada R. Weighing-in-motion wireless system for sustainable railway transport. *Energy Procedia*, 2017, vol. 136, pp. 408–413. https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.10.260
12. Meli E., Pugi L. Preliminary development, simulation and validation of a weigh in motion system for railway vehicles. *Meccanica*, 2013, vol. 48, no. 10, pp. 2541–2565. https://doi.org/10.1007/s11012-013-9769-9
13. Zhou W., Abdulhakeem S., Fang C., Han T., Li G., Wu Y., Faisal Y. A new wayside method for measuring and evaluating wheel-rail contact forces and positions. *Measurement*, 2020, vol. 166, pp. 108244. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108244
14. Delprete C., Rosso C. An easy instrument and a methodology for the monitoring and the diagnosis of a rail. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, vol. 23, no. 3, pp. 940–956. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.06.004

16. Filograno M.L., Guillén P.C., Rodríguez-Barrios A., Martín-López S., Rodríguez-Plaza M., Andrés-Alguacil A., González-Herráez M. Real-time monitoring of railway traffic using fiber Bragg grating sensors // IEEE Sensors Journal. 2012. V. 12. N 1. P. 85–92. https://doi.org/10.1109/JSEN.2011.2135848
17. Kouroussis G., Kinet D., Moeyaert V., Dupuy J., Caucheteur C. Railway structure monitoring solutions using fibre Bragg grating sensors // International Journal of Rail Transportation. 2016. V. 4. N 3. P. 135–150. https://doi.org/10.1080/23248378.2016.1184598
18. Roveri N., Carcaterra A., Sestieri A. Real-time monitoring of railway infrastructures using fibre Bragg grating sensors // Mechanical Systems and Signal Processing. 2015. V. 60–61. P. 14–28. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.01.003
19. Johansson A., Nielsen J.C.O. Out-of-round railway wheels-wheel-rail contact forces and track response derived from field tests and numerical simulations // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. 2003. V. 217. N 2. P. 135–145. https://doi.org/10.1243/095440903765762878
20. Vendittozzi C., Ciro E., Felli F., Lupi C., Marra F., Pulci G., Astri A. Static and dynamic weighing of rolling stocks by mean of a customized FBG-sensorized-patch // International Journal of Safety and Security Engineering. 2020. V. 10. N 1. P. 83–88. https://doi.org/10.18280/ijsse.100111
21. Ereiz S., Duvnjak I., Jiménez-Alonso J.F. Review of finite element model updating methods for structural applications // Structures. 2022. V. 41. P. 684–723. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.05.041
22. Chirende B., Li J.Q., Vheremu W. Application of finite element analysis in modeling of bionic harrowing discs // Biomimetics. 2019. V. 4. N 3. P. 61. https://doi.org/10.3390/biomimetics4030061
23. Baggio C., Sabbatini V., Santini S., Sebastiani C. Comparison of different finite element model updates based on experimental onsite testing: the case study of San Giovanni in Macerata // Journal of Civil Structural Health Monitoring. 2021. V. 11. N 3. P. 767–790. https://doi.org/10.1007/s13349-021-00480-1
24. Denisenko M.A., Isaeva A.S., Sinyukin A.S., Kovalev A.V. A method for measuring the mass of a railroad car using an artificial neural network // Infrastructures. 2024. V. 9. N 2. P. 31. https://doi.org/10.3390/infrastructures9020031

15. Sekuła K., Kołakowski P. Piezo-based weigh-in-motion system for the railway transport. *Structural Control Health Monitoring*, 2012, vol. 19, no. 2, pp. 199–215. https://doi.org/10.1002/stc.416
16. Filograno M.L., Guillén P.C., Rodríguez-Barrios A., Martín-López S., Rodríguez-Plaza M., Andrés-Alguacil A., González-Herráez M. Real-time monitoring of railway traffic using fiber Bragg grating sensors. *IEEE Sensors Journal*, 2012, vol. 12, no. 1, pp. 85–92. https://doi.org/10.1109/JSEN.2011.2135848
17. Kouroussis G., Kinet D., Moeyaert V., Dupuy J., Caucheteur C. Railway structure monitoring solutions using fibre Bragg grating sensors. *International Journal of Rail Transportation*, 2016, vol. 4, no. 3, pp. 135–150. https://doi.org/10.1080/23248378.2016.1184598
18. Roveri N., Carcaterra A., Sestieri A. Real-time monitoring of railway infrastructures using fibre Bragg grating sensors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, vol. 60–61, pp. 14–28. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.01.003
19. Johansson A., Nielsen J.C.O. Out-of-round railway wheels-wheel-rail contact forces and track response derived from field tests and numerical simulations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 2003, vol. 217, no. 2, pp. 135–145. https://doi.org/10.1243/095440903765762878
20. Vendittozzi C., Ciro E., Felli F., Lupi C., Marra F., Pulci G., Astri A. Static and dynamic weighing of rolling stocks by mean of a customized FBG-sensorized-patch. *International Journal of Safety and Security Engineering*, 2020, vol. 10, no. 1, pp. 83–88. https://doi.org/10.18280/ijsse.100111
21. Ereiz S., Duvnjak I., Jiménez-Alonso J.F. Review of finite element model updating methods for structural applications. *Structures*, 2022, vol. 41, pp. 684–723. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.05.041
22. Chirende B., Li J.Q., Vheremu W. Application of finite element analysis in modeling of bionic harrowing discs. *Biomimetics*, 2019, vol. 4, no. 3, pp. 61. https://doi.org/10.3390/biomimetics4030061
23. Baggio C., Sabbatini V., Santini S., Sebastiani C. Comparison of different finite element model updates based on experimental onsite testing: the case study of San Giovanni in Macerata. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 2021, vol. 11, no. 3, pp. 767–790. https://doi.org/10.1007/s13349-021-00480-1
24. Denisenko M.A., Isaeva A.S., Sinyukin A.S., Kovalev A.V. A method for measuring the mass of a railroad car using an artificial neural network. *Infrastructures*, 2024, vol. 9, no. 2, pp. 31. https://doi.org/10.3390/infrastructures9020031

Авторы

Денисенко Марк Анатольевич — кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Южный федеральный университет, Таганрог, 344006, Российская Федерация, sc 55935578400, https://orcid.org/0000-0001-5044-7482, dema.bmfe@gmail.com

Исаева Алина Сергеевна — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Южный федеральный университет, Таганрог, 344006, Российская Федерация, sc 56372192800, https://orcid.org/0000-0002-5145-0963, isaevaas@sfedu.ru

Синюкин Александр Сергеевич — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Южный федеральный университет, Таганрог, 344006, Российская Федерация, sc 57220806250, https://orcid.org/0000-0003-0496-0087, sinyukin@sfedu.ru

Ковалев Андрей Владимирович — доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, Южный федеральный университет, Таганрог, 344006, Российская Федерация, sc 57213917330, https://orcid.org/0000-0003-0545-7416, avkovalev@sfedu.ru

Authors

Mark A. Denisenko — PhD, Leading Researcher, Southern Federal University, Taganrog, 344006, Russian Federation, sc 55935578400, https://orcid.org/0000-0001-5044-7482, dema.bmfe@gmail.com

Alina S. Isaeva — PhD, Senior Researcher, Southern Federal University, Taganrog, 344006, Russian Federation, sc 56372192800, https://orcid.org/0000-0002-5145-0963, isaevaas@sfedu.ru

Alexander S. Sinyukin — PhD, Senior Researcher, Southern Federal University, Taganrog, 344006, Russian Federation, sc 57220806250, https://orcid.org/0000-0003-0496-0087, sinyukin@sfedu.ru

Andrey V. Kovalev — D.Sc., Associate Professor, Chief Researcher, Southern Federal University, Taganrog, 344006, Russian Federation, sc 57213917330, https://orcid.org/0000-0003-0545-7416, avkovalev@sfedu.ru

Статья поступила в редакцию 10.11.2023
Одобрена после рецензирования 15.02.2024
Принята к печати 17.03.2024

Received 10.11.2023
Approved after reviewing 15.02.2024
Accepted 17.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-293-305
УДК 532.529

Применение метода решеточных уравнений Больцмана для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости

Никита Александрович Брыков[1], Константин Николаевич Волков[2]✉, Владислав Николаевич Емельянов[3], Семен Сергеевич Толстогузов[4]

[1,2,3,4] Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация

[1] brykovna@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0002-3568-7522
[2] dsci@mail.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6055-2323
[3] vlademelyanov@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-7039-9948
[4] semen.tolstoguzov96@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-9560-2693

Аннотация
Введение. Рассмотрены возможности моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости при помощи метода решеточных уравнений Больцмана (Lattice Boltzmann Method, LBM). В отличие от классического макроскопического подхода, основанного на решении уравнений Навье–Стокса, в методе решеточных уравнений Больцмана используется мезоскопическая модель для моделирования течений жидкости. Макроскопические параметры жидкости, такие как плотность и скорость, выражаются через моменты дискретной функции распределения. **Метод.** Дискретизация решеточного уравнения Больцмана осуществляется при помощи схем D2Q9 (двумерный случай) и D3Q19 (трехмерный случай). Для моделирования столкновений между псевдочастицами применяется приближение Бхатнагара–Гросса–Крука с одним временем релаксации. Обсуждаются особенности постановки начальных и граничных условий на различных границах расчетной области. **Основные результаты.** Развиваются представления о закономерностях формирования вихревых течений в квадратной каверне, а также пространственных струйных потоков внутри крупномасштабных вихревых структур в пределах замкнутого пространства кубической каверны. Выполнено сравнение результатов расчетов характеристик течения в квадратной и кубической каверне при различных числах Рейнольдса с данными, имеющимися в литературе и полученными на основе метода конечных объемов. Исследована зависимость численного решения, а также положения критических точек на стенках кубической каверны от размера сетки. Выполнено сравнение времени счета со скоростью вычислений в методе конечных разностей и методе конечных объемов. **Обсуждение.** Разработанная реализация метода решеточных уравнений Больцмана представляет интерес для перехода к последующему моделированию неизотермических и высокоскоростных течений.

Ключевые слова
уравнение Больцмана, решеточное уравнение Больцмана, решетка, вязкая жидкость, каверна, вихрь, функция тока, критическая точка, визуализация

Благодарности
Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики (проект «Математическое моделирование на суперЭВМ экса- и зеттафлопсной производительности»).

Ссылка для цитирования: Брыков Н.А., Волков К.Н., Емельянов В.Н., Толстогузов С.С. Применение метода решеточных уравнений Больцмана для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 293–305. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-293-305

© Брыков Н.А., Волков К.Н., Емельянов В.Н., Толстогузов С.С., 2024

Application of lattice Boltzmann method to solution of viscous incompressible fluid dynamics problems

Nikita A. Brykov[1], Konstantin N. Volkov[2]✉, Vladislav N. Emelyanov[3], Semen S. Tolstoguzov[4]

[1,2,3,4] Baltic State Technical University, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation

[1] brykovna@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0002-3568-7522
[2] dsci@mail.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6055-2323
[3] vlademelyanov@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-7039-9948
[4] semen.tolstoguzov96@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-9560-2693

Abstract
The possibilities of simulation of viscous incompressible fluid flows with lattice Boltzmann method are considered. Unlike the traditional discretization approach based on the use of Navier–Stokes equations, the lattice Boltzmann method uses a mesoscopic model to simulate incompressible fluid flows. Macroscopic parameters of a fluid, such as density and velocity, are expressed through the moments of the discrete probability distribution function. Discretization of the lattice Boltzmann equation is carried out using schemes D2Q9 (two-dimensional case) and D3Q19 (three-dimensional case). To simulate collisions between pseudo-particles, the Bhatnagar–Gross–Crooke approximation with one relaxation time is used. The specification of initial and boundary conditions (no penetration and no-slip conditions, outflow conditions, periodic conditions) is discussed. The patterns of formation and development of vortical flows in a square cavity and cubic cavities are computed. The results of calculations of flow characteristics in a square and cubic cavity at various Reynolds numbers are compared with data available in the literature and obtained based on the finite difference method and the finite volume method. The dependence of the numerical solution and location of critical points on faces of cubic cavity on the lattice size is studied. Computational time is compared with performance of fine difference and finite volume methods. The developed implementation of the lattice Boltzmann method is of interest for the transition to further modeling non-isothermal and high-speed compressible flows.

Keywords
Boltzmann equation, lattice Boltzmann equation, lattice, viscous fluid, cavity, vortex, stream function, critical point, visualization

Acknowledgements
The research was carried out within the framework of the scientific program of the National Center for Physics and Mathematics (project “Mathematical modeling on supercomputers with exa- and zettaflop performance”).

For citation: Brykov N.A., Volkov K.N., Emelyanov V.N., Tolstoguzov S.S. Application of lattice Boltzmann method to solution of viscous incompressible fluid dynamics problems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 293–305 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-293-305

Введение

Традиционный подход к решению задач динамики вязкой жидкости основан на численном решении уравнений Навье–Стокса. Среди других подходов к моделированию течений вязкой несжимаемой жидкости применение находит метод решеточных уравнений Больцмана (Lattice Boltzmann Method, LBM) [1–4]. В LBM течение сплошной среды рассматривается как движение большого набора частиц с некоторой функцией распределения по дискретным скоростям. В основе метода лежит кинетическое уравнение Бхатнагара–Гросса–Крука (Bhatnagar Gross–Krook, BGK). Решеточные уравнения Больцмана получаются из модели BGK путем ограничения числа возможных молекулярных скоростей некоторым дискретным набором и заменой дифференциальных операторов разностными соотношениями.

К достоинствам LBM относится простота реализации и вычислительная эффективность, а также широкие возможности для распараллеливания, которые определяются локальностью вычислений. При решении уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости LBM имеет сходство с псевдосжимаемыми методами, которые обеспечивают простоту и масштабируемость вычислительной процедуры за счет введения искусственной сжимаемости. Как и псевдосжимаемые методы, LBM позволяет избежать решения уравнения Пуассона, нелокальность которого ограничивает производительность вычислительной процедуры. Тяжелые вычисления в LBM являются локальными (ограничены узлами), что способствует его производительности и распараллеливанию. В то же время LBM обладает низкой устойчивостью и невыполнением условия сеточной сходимости, для устранения которых проводится процедура регуляризации [5].

LBM используется для моделирования течений в областях сложной геометрической формы с учетом различных физических эффектов (пористые и многофазные среды, течения со свободной поверхностью и теплопереносом) [6–11]. При моделировании многокомпонентных и многофазных течений диапазон вязкостей и плотностей является несколько ограниченным [12, 13].

Одним из недостатков LBM является ограничение на число Маха (скорости частиц принадлежат к дискретному набору). Для сохранения эффективности LBM в широком диапазоне параметров разрабатываются его различные модификации, приемлемые для моделирования неизотермических и высокоскоростных течений [14–17]. Модели, предназначенные для моделирования сжимаемых течений, обсуждаются в работах [18–22].

В гибридном подходе предполагается совместное решение кинетического уравнения Больцмана в тех областях, где функция распределения в существенной

степени отличается от равновесной, и решеточных уравнений Больцмана там, где отклонение функции распределения от равновесной сравнительно невелико [23, 24]. На границах различных подобластей производится сшивка решений, полученных при помощи различных подходов. Реализация гибридного метода приводит к экономии вычислительных ресурсов без уменьшения точности вычислений.

Разработки в области LBM доведены до программных комплексов с открытым исходным кодом, которые применяются для решения задач различного класса. К комплексам с открытым исходным кодом, в частности, относится пакет, реализация которого обсуждается в работах [25, 26] и предназначенный для моделирования течений со свободными границами.

Несмотря на популярность LBM и имеющиеся многочисленные примеры его реализации и практического использования, представляет интерес оценка возможностей подхода для моделирования вихревых течений вязкой несжимаемой жидкости. В настоящей работе метод решеточных уравнений Больцмана применяется для решения двух широко распространенных задач, связанных с расчетом характеристик потоков в квадратной и кубической кавернах с подвижной верхней стенкой. Результаты численного моделирования сравниваются с литературными данными. Для оценки вычислительной эффективности различных подходов проводится сравнение времени счета при помощи LBM и конечно-объемными подходами. Определяются направления дальнейших исследований, связанных с расширением границ применимости LBM.

Уравнение Больцмана с дискретными скоростями

Рассмотрим кинетическое уравнение Больцмана для одночастичной функции распределения $f(\mathbf{r}, \xi, t)$ (действием внешних сил пренебрегается)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \nabla f = \Omega(f, f), \tag{1}$$

где t — время; $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор; $\xi = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$ — вектор скорости частицы; $\Omega(f, f)$ — оператор столкновений.

Макроскопические характеристики жидкости, например, плотность $\rho(\mathbf{r}, t)$ и скорость $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, находятся как моменты функции распределения (интегрирование проводится по всем возможным скоростям ξ).

Дискретизация уравнения (1) проводится в пространстве скоростей, ограничиваясь небольшим числом точек, определенных в каждом элементе пространства. Решетка представляет собой равномерную по пространственным координатам сетку с ячейками определенной формы. Предполагается, что за шаг по времени возмущения передаются не далее, чем на шаг решетки. Такой подход обеспечивает вычислительную эффективность, но ограничивает область применимости LBM задачами, близкими к равновесным. При этом используется виртуальная система единиц, в которой единицы времени и расстояния не связаны с физическими единицами измерения.

Выберем в пространстве скоростей некоторый конечный набор дискретных скоростей $\mathbf{c}_k$, где $k = 0, \ldots, m$. Каждой дискретной скорости соответствует функция распределения $f_k(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r}, c_k, t)$, которая зависит только от времени и пространственных координат. Выбор набора дискретных скоростей позволяет свести уравнение (1) к системе уравнений относительно функций распределения f_k. Уравнение Больцмана с дискретными скоростями имеет вид

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} + \mathbf{c}_k \nabla f_k = \Omega_k, \tag{2}$$

где $\mathbf{c}_k$ — вектор дискретной решеточной скорости в направлении k.

Из уравнения (2), рассматривая равномерную по пространственным переменным сетку с шагом Δx и предполагая, что частицы за шаг по времени Δt перемещаются в соседние узлы решетки (размер ячейки $\Delta \mathbf{r}_k = \mathbf{c}_k \Delta t$), получим решеточное уравнение Больцмана

$$f_k(\mathbf{r} + \mathbf{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = f_k(\mathbf{r}, t) + \Omega_k[f_k(\mathbf{r}, t)]. \tag{3}$$

В LBM для представления оператора столкновений обычно используется приближение BGK (BGK collision model)

$$\Omega_k = \frac{1}{\tau}\{f_k^e[\rho(\mathbf{r}, t), \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)] - f_k(\mathbf{r}, t)\},$$

где τ — параметр релаксации (изменяется от 0,5 до 2); f_k^e — равновесная функция распределения; $\mathbf{u}$ — макроскопическая скорость. Равновесная функция распределения по скоростям (Maxwell–Boltzmann model) раскладывается в ряд Тейлора (сохраняются слагаемые до 3-го порядка малости)

$$f_k^e(\rho, \mathbf{u}) = w_k \rho \left[1 + \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_k \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{\mathbf{u}^2}{2c_s^2}\right], \tag{4}$$

где $c_s^2 = c^2/3$ — виртуальная (решеточная) скорость звука (скорость переноса возмущений на сетке), где $c = \Delta x/\Delta t$. Под w_k в соотношении (4) понимаются весовые коэффициенты, различные для разных моделей решеток. Обычно весовые коэффициенты подбираются таким образом, чтобы применение к уравнению (2) метода Чепмена–Энскога приводило к уравнениям Навье–Стокса.

В практике численных расчетов широкое распространение получил однопараметрический вариант интеграла столкновений (Single Relaxation Time, SRT). Многопараметрическое представление релаксационного оператора (Multiple Relaxation Time, MRT) позволяет повысить устойчивость численных расчетов при высоких числах Рейнольдса [5]. Применение такого подхода к дискретизации интервала столкновений приводит к увеличению числа степеней свободы (производится переход от фазового пространства к пространству моментов и используется матрица столкновений).

Плотность и макроскопическая скорость жидкости в узлах решетки находятся из соотношений

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=0}^{m} f_k(\mathbf{r}, t), \ \rho(\mathbf{r}, t)\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=0}^{m} \mathbf{c}_k f_k(\mathbf{r}, t).$$

Давление полагается пропорциональным плотности

$$p(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t)c_s^2.$$

В связи с дискретностью вычислений, численные значения скорости и расстояния соотносятся не с реальными, а с виртуальными значениями. Например, единичная скорость означает перемещение на шаг решетки за шаг по времени, а при единичном шаге сетки и времени виртуальная плотность численно равняется виртуальному давлению. Кинематическая вязкость жидкости определяется через параметр релаксации

$$\nu = c_s^2\left(\tau - \frac{1}{2}\right)\Delta t.$$

Уравнение (3) имеет строгое теоретическое обоснование только при малых скоростях потока. Для расширения области применимости LBM на высокоскоростные течения, когда начинает играть роль сжимаемость, функция распределения в уравнении (3) раскладывается в ряд Тейлора по степеням шага по времени. При сохранении двух членов ряда полученные уравнения отличаются от уравнений Навье–Стокса, описывающих течения вязкой несжимаемой жидкости, на величины 2-го порядка малости по шагу по времени и числу Маха. Число Маха рассчитывается по формуле $M = u/c_s$, где u — масштаб скорости задачи, а c_s — скорость звука. Для обеспечения устойчивости расчетов необходимо чтобы $M < 0{,}1$. При необходимости число Маха (число Куранта) уменьшается либо при помощи измельчения сетки, либо при помощи уменьшения параметра релаксации (безопасным значением является $\tau = 1$, что соответствует максимальному значению числа Маха).

Метод решения

Решеточное уравнение Больцмана представляется в следующем виде:

$$\underbrace{f_k(\mathbf{r} + \mathbf{e}_k\Delta t, t + \Delta t) - f_k(\mathbf{r}, t)}_{\text{перенос}} = \underbrace{-\frac{\Delta t}{\tau}[f_k(\mathbf{r}, t) - f_k^e(\mathbf{r}, t)]}_{\text{релаксация}},$$

где $k = 0, \ldots, m$. Для решения решеточного уравнения Больцмана применяется схема расщепления. На шаге по времени сначала происходит перенос, а затем — релаксация к равновесной функции распределения. Метод реализуется в виде следующей последовательности шагов.

Шаг 1. Происходят столкновения частиц (collision step), которые описываются локальным взаимодействием частиц в узлах решетки (применяется модель абсолютно упругого столкновения). Столкновения частиц в узлах решетки приводят к изменению функции распределения, которая на промежуточном шаге находится из соотношения

$$\tilde{f}_k(\mathbf{r}, t) = f_k(\mathbf{r}, t) - \frac{\Delta t}{\tau}[f_k(\mathbf{r}, t) - f_k^e(\mathbf{r}, t)].$$

Тильда соответствует функции распределения после столкновения, а f_k^e находится с помощью f_k.

Шаг 2. Происходит перенос частиц (streaming step), когда частицы перемещаются между узлами решетки, не взаимодействуя друг с другом. Вдоль направления скорости k имеем

$$f_k(\mathbf{r} + \mathbf{c}_k\Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_k(\mathbf{r}, t).$$

Схему расщепления демонстрирует рис. 1, где одни частицы поступают из центрального узла к его соседям, а другие частицы возвращаются обратно. Направления движения частиц показывают цветные стрелки. При этом длина стрелки примерно соответствует расстоянию, которое проходит частица за один шаг по времени.

Пространственные решетки

В отличие от классического макроскопического подхода, основанного на решении уравнений Навье–Стокса, LBM использует модель промежуточного масштаба для моделирования течения жидкости. В LBM решетка (lattice) представляет собой набор разрешенных векторов скорости, причем такой набор остается одинаковым для всех узлов. Любая решетка в зависимости от размерности задачи и набора дискретных скоростей обозначается как DpQq (рис. 2), где p — размерность физического пространства, а q — число возможных скоростей. Форма ячеек решетки является произвольной, но для декартовых координат наиболее приемлемой является прямоугольная решетка. Разрешенные направления являются одинаковыми для всех узлов решетки. Нулевой вектор, направленный из узла в себя самого, описывает частицы, которые не дви-

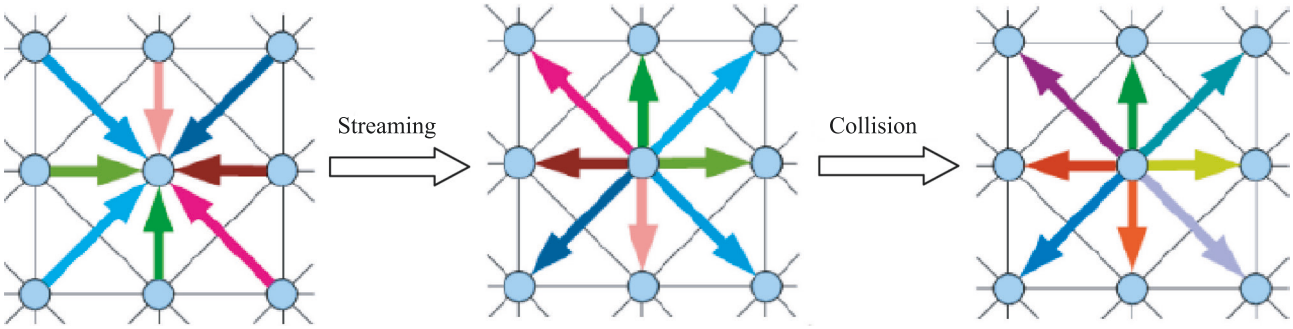


Рис. 1. Изменение функции распределения на шаге по времени

Fig. 1. Changing the distribution function at a time step

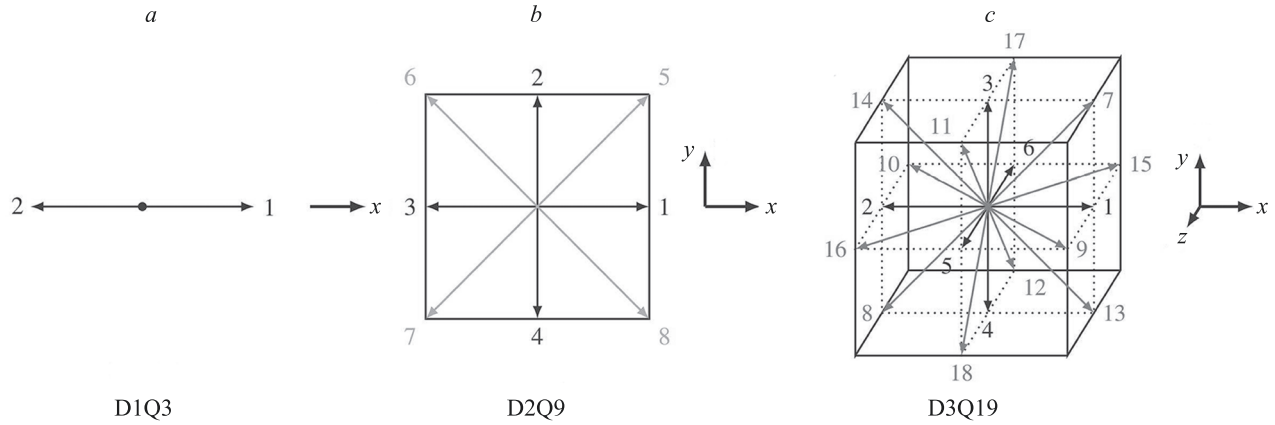


Рис. 2. Возможные векторы скорости частиц для моделей: D1Q3 (*a*); D2Q9 (*b*); D3Q19 (*c*)

Fig. 2. Possible particle velocity vectors for models: D1Q3 (*a*), D2Q9 (*b*), D3Q19 (*c*)

жутся из текущего узла и находятся в покое. Стрелки указывают возможные направления скоростей $\mathbf{c}_k$, где $k = 0, ..., m$ представляет собой индекс направления.

Выбор решетки определяется точностью моделирования (расширенный набор дискретных скоростей позволяет повысить точность моделирования), доступными вычислительными ресурсами. Наиболее распространенными моделями для двумерных и трехмерных задач являются решетки D2Q9 и D3Q19.

Весовые коэффициенты выбираются таким образом, чтобы обеспечить равномерное движение частиц между соседними ячейками. Весовые коэффициенты принимают значения:

— модель D2Q9

$$w_k = \begin{cases} \frac{4}{9} \text{ при } k = 0 \\ \frac{1}{9} \text{ при } k = 1, \ldots, 4 \\ \frac{1}{36} \text{ при } k = 5, \ldots, 8 \end{cases};$$

— модель D3Q19

$$w_k = \begin{cases} \frac{1}{3} \text{ при } k = 0 \\ \frac{1}{18} \text{ при } k = 1, \ldots, 6 \\ \frac{1}{36} \text{ при } k = 7, \ldots, 18 \end{cases}.$$

Скорости в узлах решетки принимают значения:

— модель D2Q9

$$c_k = \begin{cases} (0, 0) & \text{при } i = 0 \\ (1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1) & \text{при } i = 1, \ldots, 4 \\ (1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1) & \text{при } i = 5, \ldots, 8 \end{cases};$$

— модель D3Q19

$$c_k = \begin{cases} (0, 0, 0) & \text{при } i = 0 \\ (\pm1, 0, 0), (0, \pm1, 0), (0, 0, \pm1) & \text{при } i = 1, \ldots, 6 \\ (\pm1, \pm1, 0), (\pm1, 0, \pm1), (0, \pm1, \pm1) & \text{при } i = 7, \ldots, 18 \end{cases}.$$

За масштабы длины и времени принимаются пространственный и временной шаги сетки. Шаг по времени выбирается таким образом, чтобы при переходе на новый временной слой частица попадала в соседний узел сетки.

Начальные и граничные условия

В начальный момент времени функция распределения полагается равной равновесной функции распределения $f(\mathbf{r}, 0) = f^e(\mathbf{r}, 0)$. В LBM необходимо определить соотношения для вычисления функции распределения на границах расчетной области.

Условие отскока применяется для реализации условий непротекания и прилипания на твердой стенке. Такой подход имеет сходство с использованием фиктивных узлов или ячеек, находящихся за границами расчетной области, в которых скорость меняет знак на противоположный (условие зеркального отражения). Граница между жидкостью и стенкой располагается между слоями приграничных ячеек. В слое ячеек, примыкающих к физической границе области, релаксации к равновесной функции распределения не происходит. В этом слое ячеек функции распределения принимают значения функций распределения частиц, которые двигаются в противоположном направлении. Частицы, попавшие в этот слой ячеек, возвращаются на следующем шаге в поток.

Периодические граничные условия используются для воспроизведения повторяющихся условий течения (при достижении границы области функция распределения перемещается на противоположную границу). Поток выше линии симметрии является зеркальным отображением потока ниже линии симметрии, поэтому интегрирование выполняется только для одной части области.

На границе, через которую поток покидает расчетную область, задаются условия свободного вытекания (производная от функции распределения по нормали к выходной границе обращается в нуль).

Результаты расчетов

Для проверки и сравнения точности различных подходов к описанию течений вязкой несжимаемой

жидкости и дискретизации уравнений Навье–Стокса используется задача о течении в квадратной (двумерная задача) или кубической (трехмерная задача) каверне с подвижной верхней крышкой. Характерные особенности вихревых течений, формирующихся в квадратной и кубической каверне, наблюдаются и в более сложных вихревых и отрывных течениях [27, 28].

Постановка задачи. Нестационарное течение вязкой несжимаемой жидкости рассматривается в замкнутой полости. Течение в замкнутом объеме квадратной или кубической каверны индуцируется движением верхней стенки с постоянной скоростью U вдоль оси x. Скорость перемещения верхней крышки полагается равной $U = 1$ м/с. Длина ребра полости составляет $L = 1$ м. Дискретизация основных уравнений производится на декартовой сетке с одинаковых числом узлов в различных координатных направлениях. Число узлов в координатном направлении k полагается равным N_k. Число узлов в квадратной каверне — N_k^2, а в кубической — N_k^3.

Характерным параметром задачи, определяющим особенности формирующего течения в замкнутом объеме квадратной или кубической каверны, является число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho UL/\mu$. В расчетах плотность жидкости считается фиксированной и равной $\rho = 1{,}2$ кг/м^3. Варьирование числом Рейнольдса осуществляется за счет надлежающего изменения динамической вязкости μ. При этом изменение динамической вязкости и числа Рейнольдса обуславливает изменение времени релаксации.

В начальный момент времени $t = 0$ используются условия покоя жидкости. Скорость жидкости полагается равной нулю, а давлению присваивается значение $p = 10^5$ Па. На стенках каверны для тангенциальной и нормальной компонент скорости применяются граничные условия прилипания и непротекания.

Квадратная каверна. Число Рейнольдса изменяется в интервале от 0 до 5000. Расчеты проводятся на сетках с различной разрешающей способностью.

Обработку поля течения в каверне при помощи традиционных средств визуализации (линии уровня и заливка цветом) показывает рис. 3. Применение текстурного подхода для визуализации течения в квадратной каверне показывает рис. 4 при различных числах Рейнольдса.

Профили продольной и поперечной компонент скорости в серединном сечении каверны показаны на рис. 5 при Re = 1000. Сплошные линии соответствуют результатам численного моделирования на основе LBM, а значки — данным физического эксперимента [29]. Наблюдается достаточно хорошее согласие расчетов с литературными данными. При высоких числах Рейнольдса распределение продольной компоненты скорости имеет зигзагообразную форму [27], что обусловливается смешением неравномерного пристеночного потока, который увлекается в движение верхней стенкой, и потока, который циркулирует в крупномасштабном вихре [27].

Для оценки качества и критерия точности численного решения применяются координаты центов различных вихревых образований (основной вихрь P, вторичные угловые вихри L и R вблизи неподвижной нижней стенки) и значения функции тока в них. Результаты расчетов в безразмерном виде при помощи LBM приводятся в табл. 1 при Re = 100 (x_P — продольная координата центра, y_P — поперечная координата центра, ψ_m — значение функции тока). Результаты численного моделирования достаточно хорошо согласуются с данными [29].

Влияние числа Рейнольдса на результаты расчетов течения в квадратной каверне показывает табл. 2. Результаты расчетов хорошо согласуются с литературным данными [29–38] в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Кубическая каверна. В расчетах течения в кубической каверне число Рейнольдса варьируется в интервале от 0 до 2000. Число узлов составляет 81^3.

Распределения компонент скорости приводятся на рис. 6 (сплошные линии) в сравнении с расчетными данными [39] (сетка 63^3) и [40] (сетка 51^3). Сравнение с данными двумерного моделирования течения в квадратной каверне показывает, что в трехмерном случае

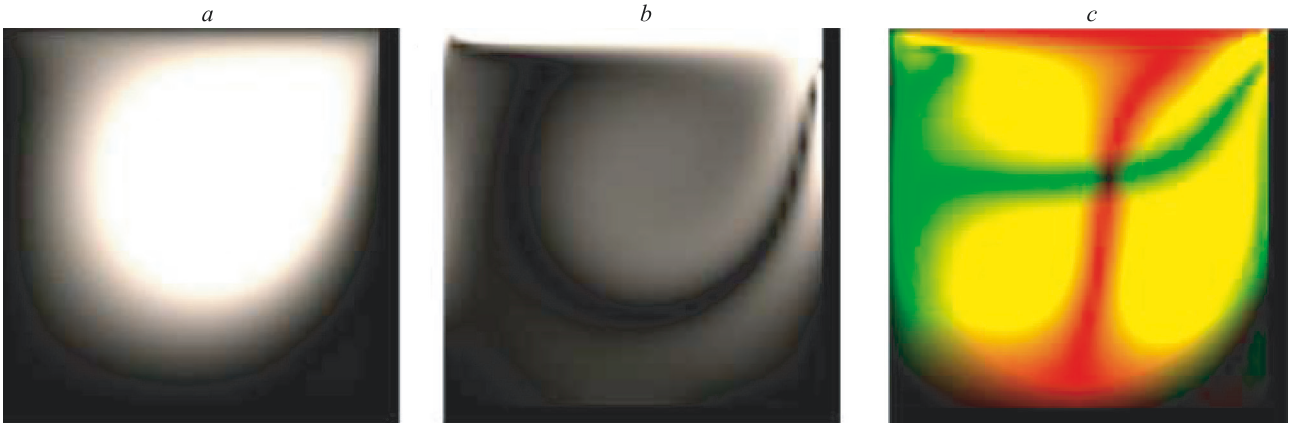


Рис. 3. Распределения функции тока (*a*), завихренности (*b*) и компонент вектора скорости (*c*) в каверне при Re = 500. На фрагменте (*c*) красный цвет соответствует продольной скорости, а зеленый — поперечной скорости

Fig. 3. Distributions of the stream function (*a*), vorticity (*b*) and velocity vector components (*c*) in the cavern at Re = 500. On the fragment, the red color corresponds to the longitudinal velocity, and the green color corresponds to the transverse velocity

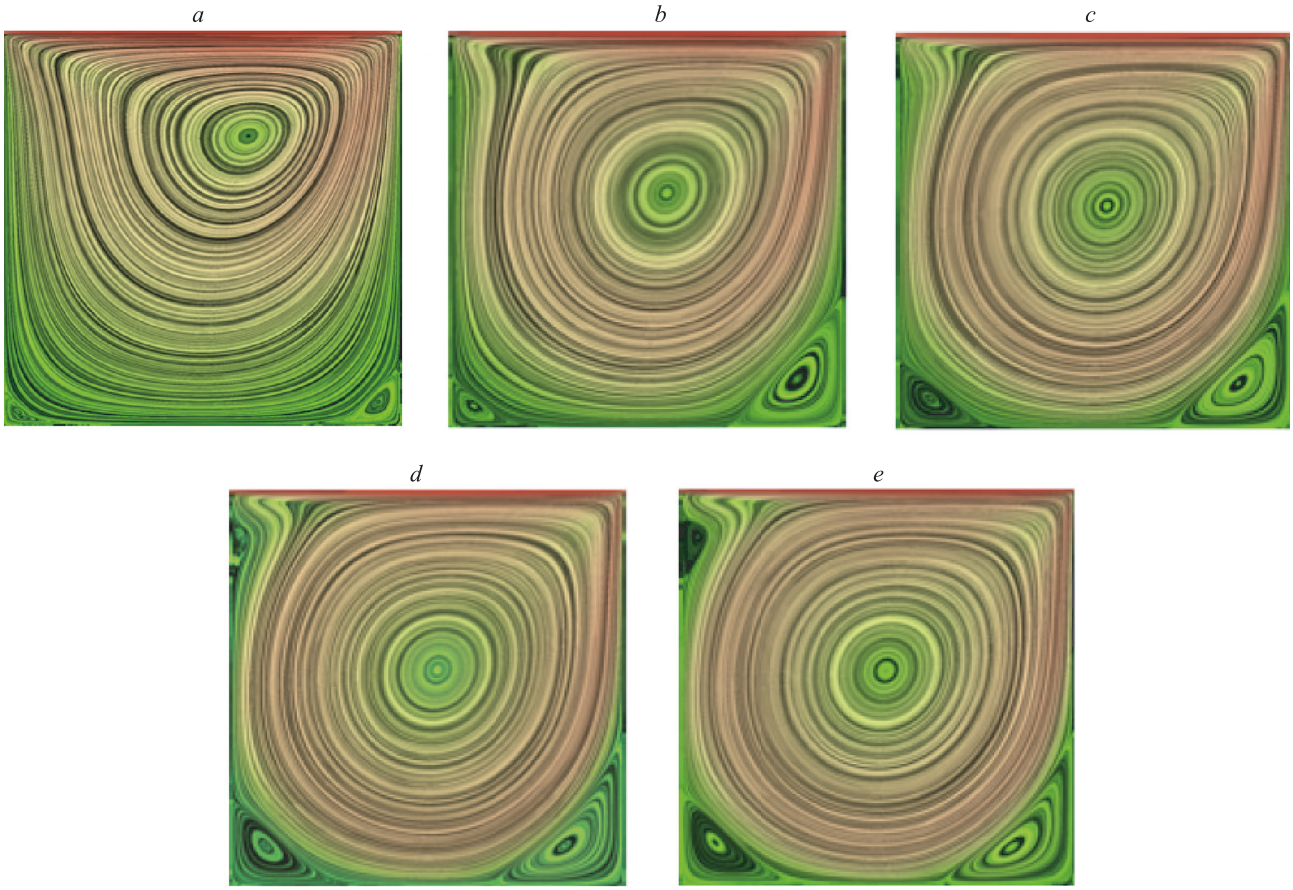


Рис. 4. Линии тока течения в квадратной каверне при Re равном: 100 (*a*); 500 (*b*); 1000 (*c*); 2000 (*d*); 2500 (*e*)

Fig. 4. Streamlines in a square cavity at Re: 100 (*a*), 500 (*b*), 1000 (*c*), 2000 (*d*), 2500 (*e*)

величина скорости ниже. При этом с увеличением числа Рейнольдса разница между значениями скорости в квадратной и кубической кавернах также увеличивается. В то время, как при Re = 100 такой различие остается практически неразличимым, при увеличении числа Рейнольдса до 400 максимальная разница достигает 13 %, а при увеличении числа Рейнольдса до 1000 различие составляет 23 %.

Линии тока в различных сечениях кубической каверны показывают рис. 7 и рис. 8 (при Re = 100 и Re = 400).

Результаты решения задачи о течении в каверне при помощи LBM не столь многочисленны по сравнению с другими подходами к дискретизации уравнений Навье–Стокса (конечно-разностные методы, конечно-объемные методы, спектральные методы и другие).

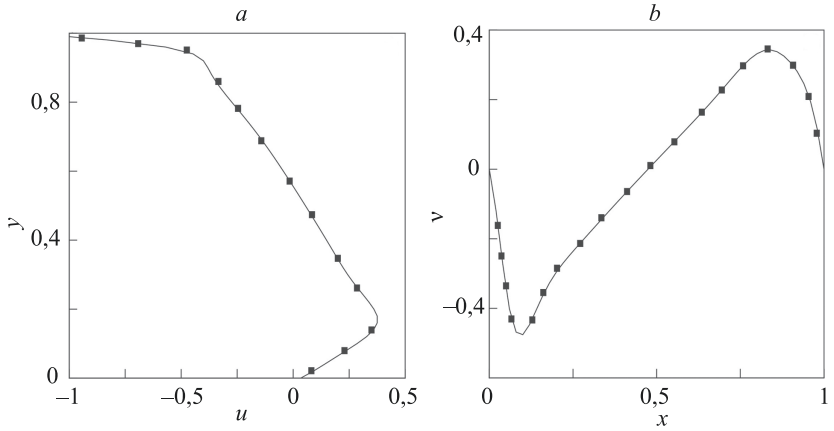


Рис. 5. Профили компонент скорости в квадратной каверне при Re = 1000, полученные на основе LBM (сплошные линии) и экспериментальных данных [29] (символы ■): продольная скорость (*a*), поперечная скорость (*b*)

Fig. 5. Distributions of longitudinal (*a*) and transverse (*b*) velocity components in a square cavity at Re = 1000, obtained with calculations (solid lines) and experimental data [29] (symbols ■)

Таблица 1. Результаты расчетов течения в квадратной каверне на сетках различного разрешения при Re = 100

Table 1. Influence of mesh size on the results of calculations of flow in a square cavity at Re = 100

Сетка	Вихрь P			Вихрь L			Вихрь R		
	x_P	y_P	ψ_m	x_P	y_P	ψ_m	x_P	y_P	ψ_m
81^2	0,6125	0,7375	0,1032	0,0324	0,0365	$-1{,}22\cdot10^{-6}$	0,9375	0,0641	$-1{,}00\cdot10^{-5}$
101^2	0,6143	0,7361	0,1034	0,0321	0,0375	$-1{,}62\cdot10^{-6}$	0,9410	0,0620	$-1{,}62\cdot10^{-5}$
129^2	0,6172	0,7344	0,1034	0,0313	0,0391	$-1{,}75\cdot10^{-6}$	0,9453	0,0625	$-1{,}25\cdot10^{-5}$

Таблица 2. Влияние числа Рейнольдса на результаты расчетов течения в квадратной каверне

Table 2. Influence of the Reynolds number on the results of calculations of flow in a square cavity

Re	Вихрь P			Вихрь L			Вихрь R			Ссылка
	x_P	y_P	ψ_m	x_P	y_P	ψ_m	x_P	y_P	ψ_m	
400	0,5547	0,6055	0,1139	0,0508	0,0469	$-1{,}42\cdot10^{-5}$	0,8906	0,1250	$-6{,}42\cdot10^{-4}$	[29]
	0,5608	0,6078	0,1121	0,0549	0,0510	$-1{,}30\cdot10^{-5}$	0,8902	0,1255	$-6{,}19\cdot10^{-4}$	[32]
	0,5547	0,6055	0,1113	0,0508	0,0469	$-1{,}25\cdot10^{-5}$	0,8867	0,1211	$-5{,}94\cdot10^{-4}$	Расчет
1000	0,5313	0,5625	0,1179	0,0859	0,0781	$-2{,}31\cdot10^{-4}$	0,8594	0,1094	$-1{,}75\cdot10^{-3}$	[29]
	0,5333	0,5647	0,1178	0,0902	0,0784	$-2{,}22\cdot10^{-4}$	0,8667	0,1137	$-1{,}69\cdot10^{-3}$	[32]
	0,5313	0,5664	0,1142	0,0820	0,0742	$-1{,}84\cdot10^{-4}$	0,8633	0,1094	$-1{,}60\cdot10^{-3}$	Расчет
5000	0,5117	0,5352	0,1190	0,0703	0,1367	$-1{,}36\cdot10^{-3}$	0,8086	0,0742	$-3{,}08\cdot10^{-3}$	[29]
	0,5176	0,5373	0,1214	0,0784	0,1373	$-1{,}35\cdot10^{-3}$	0,8078	0,0745	$-3{,}03\cdot10^{-3}$	[32]
	0,5156	0,5586	0,1030	0,0781	0,1405	$-1{,}79\cdot10^{-4}$	0,8086	0,0741	$-2{,}93\cdot10^{-3}$	Расчет

Результаты сравнения точности решения задачи при помощи различных подходов представляют несомненный интерес.

Для обработки результатов расчетов обычно применяются линии растекания жидкости по стенкам куба (такие результаты приводятся на рис. 7 и рис. 8). В дополнение к этому применяется строгий математический аппарат для определения положения и типа критических точек на стенках каверны (обычно для этого также используются картины линий тока, а тип критической точки определяется визуальным образом). Для визуализации критических точек применяется тензор градиента скорости и линеаризация соответствующих соотношений, что позволяет определить тип критической точки на основе знаков и значений собственных чисел якобиана [41]. Несмотря на то, что в математике такой подход хорошо известен, примеры его применения к визуализации решений уравнений динамики вязкой жидкости являются немногочисленными.

Анализ собственных чисел якобиана указывает на наличие особых точек типа фокуса, центра и седла. Положение критических точек на гранях кубической каверны зависит от числа Рейнольдса [41]. Связь между типом и числом особых точек устанавливает теоре-

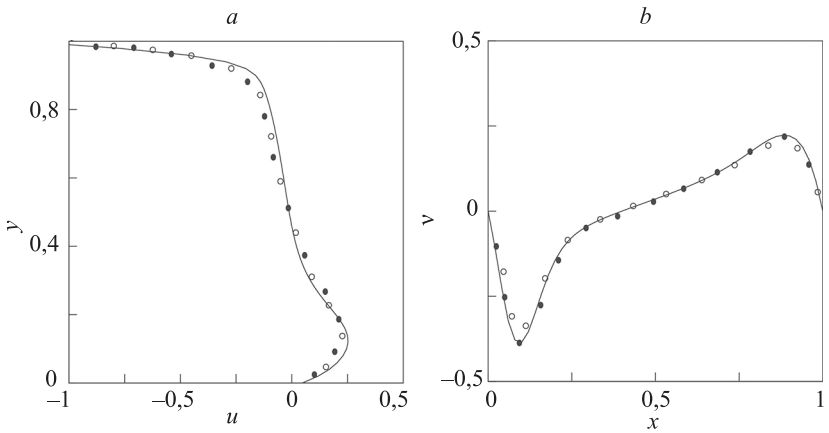


Рис. 6. Профили скорости в серединном сечении кубической каверны при Re = 400, полученные на основе LBM (сплошные линии) и экспериментальных данных [39] (символы ○) и [40] (символы ●): продольной скорость (*a*), поперечная скорость (*b*)

Fig. 6. Distributions of longitudinal (*a*) and transverse (*b*) velocity in the middle section of a cubic cavern at Re = 400 obtained with calculations (solid lines) and experimental data [39] (symbols ○) and [40] (symbols ●)

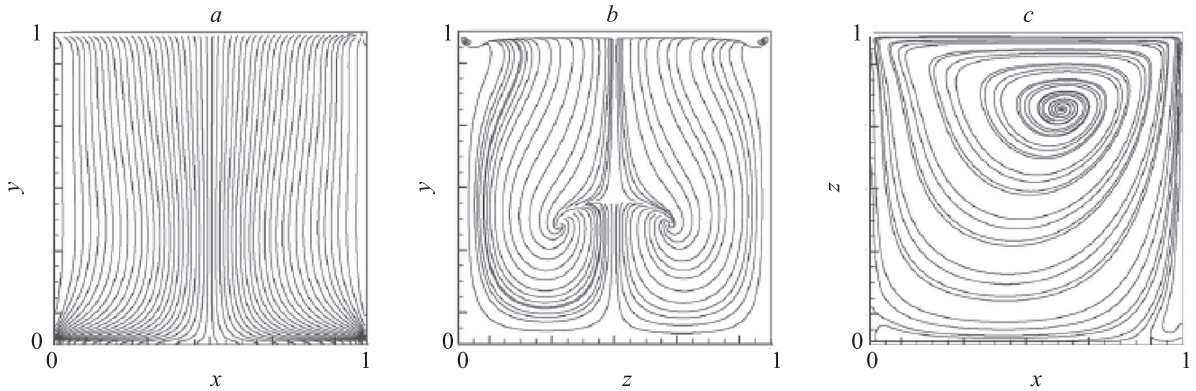


Рис. 7. Линии тока в кубической каверне при Re = 100: плоскость *xy* (*a*); плоскость *yz* (*b*); плоскость *xz* (*c*)

Fig. 7. Streamlines in the middle planes *xy* (*a*), *yz* (*b*) and *xz* (*c*) at Re = 100

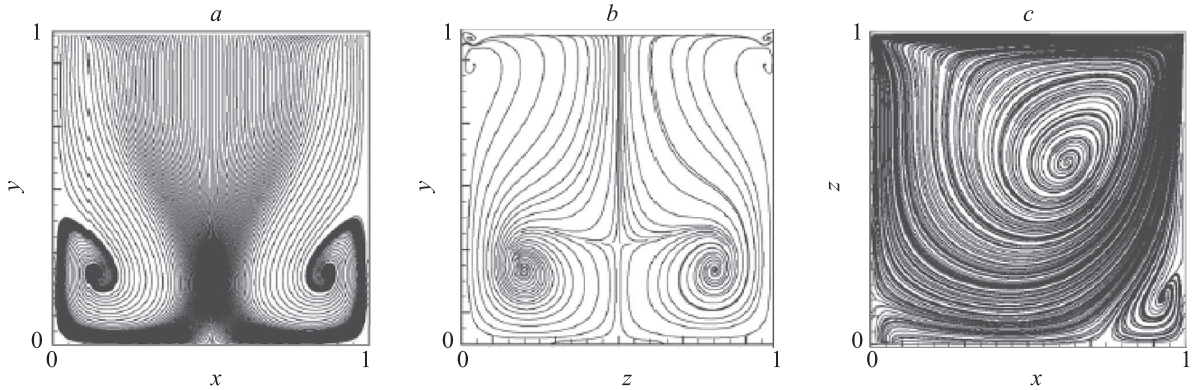


Рис. 8. Линии тока в кубической каверне при Re = 400: плоскость *xy* (*a*); плоскость *yz* (*b*); плоскость *xz* (*c*)

Fig. 8. Streamlines in the middle planes *xy* (*a*), *yz* (*b*) and *xz* (*c*) at Re = 400

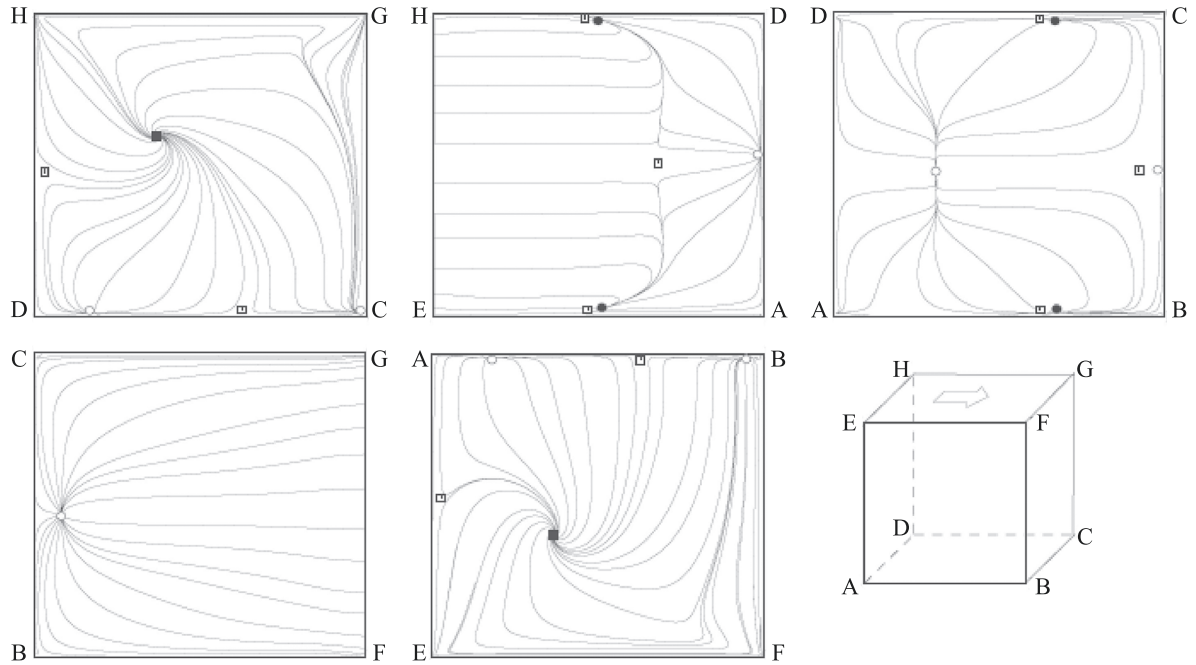


Рис. 9. Предельные линии тока при Re = 1000 (□ — седловая точка, ● — устойчивый узел, ○ — неустойчивый узел, ■ — устойчивый фокус)

Fig. 9. Limiting streamlines at Re = 1000 (□ — saddle point, ● — stable node, ○ — unstable node, ■ — stable focus)

ма Пуанкаре–Бендиксона ($N_c - N_s = 2$, где N_c — число узлов или центров, N_s — число седловых точек). Например, при числе Рейнольдса, равном 1000, получим, что $N_s = 10$ и $N_c = 12$.

В целом, результаты расчетов характеристик течения, полученные при помощи LBM, достаточно хорошо согласуются с литературным данными [39, 40]. Увеличение числа Рейнольдса приводит к интенсификации вихревого движения в кубической каверне. При увеличении числа Рейнольдса (уменьшение вязкости) происходит перемещение центра крупномасштабного вихря к геометрическому центру каверны, а также увеличению размеров вторичных угловых вихрей вблизи нижней стенки каверны. Влияние боковых стенок кубической каверны сказывается на уменьшении скоростей возвратных течений по сравнению с квадратной каверной при таком же числе Рейнольдса. Такие изменения структуры пространственного течения в кубической каверне согласуются с теми, которые наблюдаются в работах [27, 28] при изменении числа Рейнольдса от 0 до 2000.

Координаты критических точек на стенках каверны, которые получены при помощи обработки результатов, рассчитанных при помощи LBM и конечно-объемных методов [28, 41], хорошо согласуются между собой, а максимальная ошибка не превышает 3–5 %.

Сравнение времени счета. Время расчета течения в кубической каверне с подвижной верхней крышкой при помощи LBM сравнивается с временем счета, необходимым для достижения сходимости при помощи конечно-объемных подходов [41]. Помимо LBM, уравнения Навье–Стокса решаются при помощи схемы расщепления по физическим процессам (метод NS1). Реализация схемы расщепления приводит к необходимости решения уравнения Пуассона для давления на каждом шаге по времени. В качестве другого подхода к решению уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости рассматривается метод псевдосжимаемости (метод NS2). Особенности реализации методов NS1 и NS2 излагаются в работе [28].

LBM является явным, поэтому для дискретизации уравнений Навье–Стокса применяются явные конечно-разностные схемы. Для дискретизации по времени используется явная схема Эйлера, а для дискретизации конвективных и вязких потоков — разности против потока и центральные разности 2-го порядка точности.

Сравнение времени счета, необходимого для достижения сходимости, показывает рис. 10 (течение в кубической каверне при Re = 1000). Время счета нормируется на максимальное время счета, соответствующее расчету при помощи метода NS1 на самой подробной сетке. При использовании подробных сеток LBM в существенной степени проигрывает в скорости расчетов по уравнениям Навье–Стокса, для интегрирования которых используется метод псевдосжимаемости, но выигрывает перед подходами, основанными на схеме расщепления по физическим процессам (решение уравнения Пуассона для давления требует нелокальных подходов).

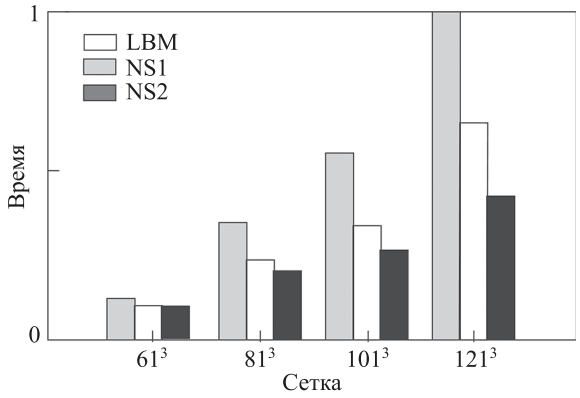


Рис. 10. Время счета, необходимое для решения задачи о течении в кубической каверне при помощи LBM (белый цвет), схемы расщепления по физическим процессам (серый цвет) и метода псевдосжимаемости (черный цвет)

Fig. 10. Computation time required to solve the problem of flow in a cubic cavern using the LBM (white color), the splitting scheme by physical processes (gray color) and the pseudo-compressibility method (black color)

Заключение

Рассмотрены особенности реализации и применения метода решеточных уравнений Больцмана (Lattice Boltzmann Method, LBM) для моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости. Возможности подхода продемонстрированы на примере моделирования течений в квадратной и кубической кавернах с подвижной верхней стенкой. Результаты численного моделирования согласуются с имеющимися численными решениями и экспериментальными данными, представленными в литературе.

LBM позволяет получить характеристики потока, которые согласуются с результатами численного моделирования, полученными при помощи методов конечных объемов. Сравнение с эталонными решениями показывает, что LBM позволяет получить распределения характеристик потока с погрешностью, не превышающей 3–5 %. Отклонение локальных значений скорости от значений, полученных другими методами, объясняется неявным представлением макроскопических граничных условий при помощи мезоскопической функции распределения в LBM.

При использовании подробных сеток LBM в существенной степени проигрывает в скорости расчетов уравнений Навье–Стокса при помощи метода псевдосжимаемости, но выигрывает перед подходами, в которых требуется решение уравнения Пуассона для давления.

Направления дальнейших исследований связаны с реализацией LBM для моделирования неизотермических течений и течений сжимаемого газа.

Литература

1. Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A., Shardt O., Silva G., Viggen E.M. The lattice Boltzmann method: Principles and Practice. Springer, 2017. 694 p.
2. Rivet J.P., Boon J.P. Lattice Gas Hydrodynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 289 p.
3. Succi S. The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond. Oxford, Clarendon Press, 2001. 288 p.
4. Чащин Г.С. Метод решёточных уравнений Больцмана: моделирование изотермических низкоскоростных течений // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 99. 31 с. https://doi.org/10.20948/prepr-2021-99
5. Захаров А.М., Сенин Д.С., Грачев Е.А. Моделирование течений методом решеточных уравнений Больцмана со многими временами релаксации // Вычислительные методы и программирование. 2014. Т. 15. № 1. С. 644–657.
6. Rahmati A.R., Ashrafizaadeh M. A generalized Lattice Boltzmann Method for three-dimensional incompressible fluid flow simulation // Journal of Applied Fluid Mechanics. 2009. V. 2. N 1. P. 71–96. https://doi.org/10.36884/jafm.2.01.11858
7. Anupindi K., Lai W., Frankel S. Characterization of oscillatory instability in lid driven cavity flows using lattice Boltzmann method // Computers and Fluids. 2014. V. 20. N 92. P. 7–21. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.12.015
8. Aslan E., Taymaz I., Benim A.C. Investigation of the Lattice Boltzmann SRT and MRT stability for lid driven cavity flow // International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing. 2014. V. 2. P. 317–324. https://doi.org/10.7763/ijmmm.2014.v2.149
9. Yuana K.A., Budiana E.P., Deendarlianto, Indarto. Modeling and simulation of top and bottom lid driven cavity using Lattice Boltzmann Method // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. V. 546. N 5. P. 052088. https://doi.org/10.1088/1757-899x/546/5/052088
10. Huang T., Lim H.-C. Simulation of lid-driven cavity flow with internal circular obstacles // Applied Sciences. 2020. V. 10. N 13. P. 4583. https://doi.org/10.3390/app10134583
11. Yang J.-Y., Hung L.-H. A three-dimensional semiclassical Lattice Boltzmann Method for lid-driven cubic cavity flows // Journal of Fluid Science and Technology. 2011. V. 6. N 5. P. 780–791. https://doi.org/10.1299/jfst.6.780
12. Belardinelli D., Sbragaglia M., Biferale L., Gross M., Varnik F. Fluctuating multicomponent lattice Boltzmann model // Physical Review E. 2015. V. 91. N 2. P. 023313. https://doi.org/10.1103/physreve.91.023313
13. Nourgaliev R.R., Dinh T.N., Theofanous T.G., Joseph D. The lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numerics and implications // International Journal of Multiphase Flow. 2003. V. 29. N 1. P. 117–169. https://doi.org/10.1016/s0301-9322(02)00108-8
14. Asinari P., Ohwada T. Connection between kinetic methods for fluid-dynamic equations and macroscopic finite-difference schemes // Computers and Mathematics with Applications. 2009. V. 58. N 5. P. 841–861. https://doi.org/10.1016/j.camwa.2009.02.009
15. Mattila K., Hyväluoma J., Timonen J., Rossi T. Comparison of implementations of the lattice-Boltzmann method // Computers and Mathematics with Applications. 2008. V. 55. N 7. P. 1514–1524. https://doi.org/10.1016/j.camwa.2007.08.001
16. Szalmás L. Multiple-relaxation time lattice Boltzmann method for the finite Knudsen number region // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2007. V. 379. N 2. P. 401–408. https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.01.013
17. Tsutahara M., Kataoka T., Shikata K., Takada N. New model and scheme for compressible fluids of the finite difference lattice Boltzmann method and direct simulations of aerodynamic sound // Computers and Fluids. 2008. V. 37. N 1. P. 79–89. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2005.12.002
18. Yu H., Zhao K. Lattice Boltzmann method for compressible flows with high Mach numbers // Physics Review E. 2000. V. 61. N 4. P. 3867–3870. https://doi.org/10.1103/physreve.61.3867
19. Kataoka T., Tsutahara M. Lattice Boltzmann model for the compressible Navier–Stokes equations with flexible specific-heat ratio // Physics Review E. 2004. V. 69. N 3. Part. 2. P. 035701. https://doi.org/10.1103/physreve.69.035701
20. Sun C., Hsu A. Multi-level lattice Boltzmann model on square lattice for compressible flows // Computers and Fluids. 2004. V. 33. N 10. P. 1363–1385. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2003.12.001

References

1. Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A., Shardt O., Silva G., Viggen E.M. *The lattice Boltzmann method: Principles and Practice*. Springer, 2017, 694 p.
2. Rivet J.P., Boon J.P. *Lattice Gas Hydrodynamics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2001, 289 p.
3. Succi S. *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*. Oxford, Clarendon Press, 2001, 288 p.
4. Chashchin G.S. Lattice Boltzmann method: simulation of isothermal low-speed flows. *Keldysh Institute Preprints*, 2021, vol. 99, 31 p. (in Russian). https://doi.org/10.20948/prepr-2021-99
5. Zakharov A.M., Senin D.S., Grachev E.A. Flow simulation by the lattice boltzmann method with multiple-relaxation times. *Numerical Methods and Programming*, 2014, vol. 15, no. 1, pp. 644–657. (in Russian)
6. Rahmati A.R., Ashrafizaadeh M. A generalized Lattice Boltzmann Method for three-dimensional incompressible fluid flow simulation. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2009, vol. 2, no. 1, pp. 71–96. https://doi.org/10.36884/jafm.2.01.11858
7. Anupindi K., Lai W., Frankel S. Characterization of oscillatory instability in lid driven cavity flows using lattice Boltzmann method. *Computers and Fluids*, 2014, vol. 20, no. 92, pp. 7–21. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.12.015
8. Aslan E., Taymaz I., Benim A.C. Investigation of the Lattice Boltzmann SRT and MRT stability for lid driven cavity flow. International. *Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, 2014, vol. 2, pp. 317–324. https://doi.org/10.7763/ijmmm.2014.v2.149
9. Yuana K.A., Budiana E.P., Deendarlianto, Indarto. Modeling and simulation of top and bottom lid driven cavity using Lattice Boltzmann Method. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 546, no. 5, pp. 052088. https://doi.org/10.1088/1757-899x/546/5/052088
10. Huang T., Lim H.-C. Simulation of lid-driven cavity flow with internal circular obstacles. *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, no. 13, pp. 4583. https://doi.org/10.3390/app10134583
11. Yang J.-Y., Hung L.-H. A three-dimensional semiclassical Lattice Boltzmann Method for lid-driven cubic cavity flows. *Journal of Fluid Science and Technology*, 2011, vol. 6, no. 5, pp. 780–791. https://doi.org/10.1299/jfst.6.780
12. Belardinelli D., Sbragaglia M., Biferale L., Gross M., Varnik F. Fluctuating multicomponent lattice Boltzmann model. *Physical Review E*, 2015, vol. 91, no. 2, pp. 023313. https://doi.org/10.1103/physreve.91.023313
13. Nourgaliev R.R., Dinh T.N., Theofanous T.G., Joseph D. The lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numerics and implications. *International Journal of Multiphase Flow*, 2003, vol. 29, no. 1, pp. 117–169. https://doi.org/10.1016/s0301-9322(02)00108-8
14. Asinari P., Ohwada T. Connection between kinetic methods for fluid-dynamic equations and macroscopic finite-difference schemes. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, vol. 58, no. 5, pp. 841–861. https://doi.org/10.1016/j.camwa.2009.02.009
15. Mattila K., Hyväluoma J., Timonen J., Rossi T. Comparison of implementations of the lattice-Boltzmann method. *Computers and Mathematics with Applications*, 2008, vol. 55, no. 7, pp. 1514–1524. https://doi.org/10.1016/j.camwa.2007.08.001
16. Szalmás L. Multiple-relaxation time lattice Boltzmann method for the finite Knudsen number region. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2007, vol. 379, no. 2, pp. 401–408. https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.01.013
17. Tsutahara M., Kataoka T., Shikata K., Takada N. New model and scheme for compressible fluids of the finite difference lattice Boltzmann method and direct simulations of aerodynamic sound. *Computers and Fluids*, 2008, vol. 37, no. 1, pp. 79–89. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2005.12.002
18. Yu H., Zhao K. Lattice Boltzmann method for compressible flows with high Mach numbers. *Physics Review E*, 2000, vol. 61, no. 4, pp. 3867–3870. https://doi.org/10.1103/physreve.61.3867
19. Kataoka T., Tsutahara M. Lattice Boltzmann model for the compressible Navier–Stokes equations with flexible specific-heat ratio. *Physics Review E*, 2004, vol. 69, no. 3, part. 2, pp. 035701. https://doi.org/10.1103/physreve.69.035701
20. Sun C., Hsu A. Multi-level lattice Boltzmann model on square lattice for compressible flows. *Computers and Fluids*, 2004, vol. 33, no. 10, pp. 1363–1385. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2003.12.001

21. He B., Chen Y., Feng W., Li Q., Song A., Wang Y., Zhang M., Zhang W. Compressible lattice Boltzmann method and applications // International Journal of Numerical Analysis and Modeling. 2012. V. 9. N 2. P. 410–418.
22. Li K., Zhong C. A lattice Boltzmann model for simulation of compressible flows // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2015. V. 77. N 6. P. 334–357. https://doi.org/10.1002/fld.3984
23. Chikatamarla S., Karlin I. Lattices for the lattice Boltzmann method // Physics Review E. 2009. V. 79. N 4. P. 046701. https://doi.org/10.1103/physreve.79.046701
24. Ильин О.В. Метод моделирования динамики разреженного газа на основе решеточных уравнений Больцмана и уравнения БГК // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2018. Т. 58. № 11. С. 1889–1899. https://doi.org/10.31857/S004446690003540-5
25. Ataei M., Shaayegan V., Costa F., Han S., Park C.B., Bussmann M. LBfoam: an open-source software package for the simulation of foaming using the lattice Boltzmann method // Computer Physics Communications. 2021. V. 259. P. 107698. https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107698
26. Latt J., Malaspinas O., Kontaxakis D., Parmigiani A., Lagrava D., Brogi F., Belgacem M.B., Thorimbert Y., Leclaire S., Li S., Marson F., Lemus J., Kotsalos C., Conradin R., Coreixas C., Petkantchin R., Raynaud F., Beny J., Chopard B. Palabos: parallel lattice Boltzmann solver // Computers and Mathematics with Applications. 2021. V. 81. P. 334–350. ttps://doi.org/10.1016/j.camwa.2020.03.022
27. Управление обтеканием тел с вихревыми ячейками в приложении к летательным аппаратам интегральной компоновки (численное и физическое моделирование) / под ред. А.В. Ермишина и С.А. Исаева. М.: Изд-во МГУ, 2001. 360 с.
28. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. М.: Физматлит, 2012. 468 с.
29. Ghia U., Ghia K.N., Shin C.T. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier–Stokes equations and a multigrid method // Journal of Computational Physics. 1982. V. 48. N 3. P. 387–411. https://doi.org/10.1016/0021-9991(82)90058-4
30. Schreiber R., Keller H.B. Driven cavity flows by efficient numerical techniques // Journal of Computational Physics. 1983. V. 49. N 2. P. 310–333. https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90129-8
31. Vanka S.P. Block-implicit multigrid solution of Navier–Stokes equations in primitive variables // Journal of Computational Physics. 1986. V. 65. N 1. P. 138–158. https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90008-2
32. Hou S., Zou Q., Chen S., Doolen G., Cogley A. Simulation of cavity flow by the lattice Boltzmann method // Journal of Computational Physics. 1995. V. 118. N 2. P. 329–347. https://doi.org/10.1006/jcph.1995.1103
33. Gupta M.M., Kalita J.C. A new paradigm for solving Navier–Stokes equations: streamfunction–velocity formulation // Journal of Computational Physics. 2005. V. 207. N 1. P. 52–68. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2005.01.002
34. Pandit S.K. On the use of compact streamfunction-velocity formulation of steady Navier–Stokes equations on geometries beyond rectangular // Journal of Science and Computers. 2008. V. 36. N 2. P. 219–242. https://doi.org/10.1007/s10915-008-9186-8
35. Lin L.S., Chen Y.C., Lin C.A. Multi relaxation time lattice Boltzmann simulations of deep lid driven cavity flows at different aspect ratios // Computers and Fluids. 2011. V. 45. N 1. P. 233–240. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2010.12.012
36. Mishra N., Sanyasiraju Y.V.S.S. Exponential compact higher order scheme for steady incompressible Navier–Stokes equations // Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics. 2012. V. 6. N 4. P. 541–555. https://doi.org/10.1080/19942060.2012.11015441
37. Bruneau C.-H., Jouron C. An efficient scheme for solving steady incompressible Navier–Stokes equations // Journal of Computational Physics. 1990. V. 89. N 2. P. 389–413. https://doi.org/10.1016/0021-9991(90)90149-u
38. Botella O., Peyret R. Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow // Computers and Fluids. 1998. V. 27. N 4. P. 421–433. https://doi.org/10.1016/s0045-7930(98)00002-4
39. Babu V., Korpela S.A. Numerical solution of the incompressible three-dimensional Navier–Stokes equations // Computers and Fluids. 1994. V. 23. N 5. P. 675–691. https://doi.org/10.1016/0045-7930(94)90009-4

21. He B., Chen Y., Feng W., Li Q., Song A., Wang Y., Zhang M., Zhang W. Compressible lattice Boltzmann method and applications. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, 2012, vol. 9, no. 2, pp. 410–418.
22. Li K., Zhong C. A lattice Boltzmann model for simulation of compressible flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2015, vol. 77, no. 6, pp. 334–357. https://doi.org/10.1002/fld.3984
23. Chikatamarla S., Karlin I. Lattices for the lattice Boltzmann method. *Physics Review E*, 2009, vol. 79, no. 4, pp. 046701. https://doi.org/10.1103/physreve.79.046701
24. Ilyin, O.V. A Method for Simulating the dynamics of rarefied gas based on lattice Boltzmann equations and the BGK equation. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2018, vol. 58, no. 11, pp. 1817–1827. https://doi.org/10.1134/S0965542518110052
25. Ataei M., Shaayegan V., Costa F., Han S., Park C.B., Bussmann M. LBfoam: an open-source software package for the simulation of foaming using the lattice Boltzmann method. *Computer Physics Communications*, 2021, vol. 259, pp. 107698. https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107698
26. Latt J., Malaspinas O., Kontaxakis D., Parmigiani A., Lagrava D., Brogi F., Belgacem M.B., Thorimbert Y., Leclaire S., Li S., Marson F., Lemus J., Kotsalos C., Conradin R., Coreixas C., Petkantchin R., Raynaud F., Beny J., Chopard B. Palabos: parallel lattice Boltzmann solver. *Computers and Mathematics with Applications*, 2021, vol. 81, pp. 334–350. ttps://doi.org/10.1016/j.camwa.2020.03.022
27. *Control of Flow Around Bodies with Vortex Cells as Applied to Aircraft of an Integral Configuration (Numerical and Physical Modeling)*. Ed. by A.V. Ermishin, S.A. Isaev. Moscow, MSU, 2001, 360 p. (in Russian)
28. Volkov K.N., Emelianov V.N. *Computational Technologies in Problems of Fluid and Gas Mechanics*. Moscow, Fizmatlit, 2012, 468 p. (in Russian)
29. Ghia U., Ghia K.N., Shin C.T. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier–Stokes equations and a multigrid method. *Journal of Computational Physics*, 1982, vol. 48, no. 3, pp. 387–411. https://doi.org/10.1016/0021-9991(82)90058-4
30. Schreiber R., Keller H.B. Driven cavity flows by efficient numerical techniques. *Journal of Computational Physics*, 1983, vol. 49, no. 2, pp. 310–333. https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90129-8
31. Vanka S.P. Block-implicit multigrid solution of Navier–Stokes equations in primitive variables. *Journal of Computational Physics*, 1986, vol. 65, no. 1, pp. 138–158. https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90008-2
32. Hou S., Zou Q., Chen S., Doolen G., Cogley A. Simulation of cavity flow by the lattice Boltzmann method. *Journal of Computational Physics*, 1995, vol. 118, no. 2, pp. 329–347. https://doi.org/10.1006/jcph.1995.1103
33. Gupta M.M., Kalita J.C. A new paradigm for solving Navier–Stokes equations: streamfunction–velocity formulation. *Journal of Computational Physics*, 2005, vol. 207, no. 1, pp. 52–68. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2005.01.002
34. Pandit S.K. On the use of compact streamfunction-velocity formulation of steady Navier–Stokes equations on geometries beyond rectangular. *Journal of Science and Computers*, 2008, vol. 36, no. 2, pp. 219–242. https://doi.org/10.1007/s10915-008-9186-8
35. Lin L.S., Chen Y.C., Lin C.A. Multi relaxation time lattice Boltzmann simulations of deep lid driven cavity flows at different aspect ratios. *Computers and Fluids*, 2011, vol. 45, no. 1, pp. 233–240. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2010.12.012
36. Mishra N., Sanyasiraju Y.V.S.S. Exponential compact higher order scheme for steady incompressible Navier–Stokes equations. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 2012, vol. 6, no. 4, pp. 541–555. https://doi.org/10.1080/19942060.2012.11015441
37. Bruneau C.-H., Jouron C. An efficient scheme for solving steady incompressible Navier–Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 1990, vol. 89, no. 2, pp. 389–413. https://doi.org/10.1016/0021-9991(90)90149-u
38. Botella O., Peyret R. Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow. *Computers and Fluids*, 1998, vol. 27, no. 4, pp. 421–433. https://doi.org/10.1016/s0045-7930(98)00002-4
39. Babu V., Korpela S.A. Numerical solution of the incompressible three-dimensional Navier–Stokes equations. *Computers and Fluids*,

40. Sheu T.W.H., Tsai S.F. Flow topology in a steady three-dimensional lid-driven cavity // Computers and Fluids. 2002. V. 31. N 8. P. 911–934. https://doi.org/10.1016/s0045-7930(01)00083-4
41. Волков К.Н. Топология течения вязкой несжимаемой жидкости в кубической каверне с подвижной крышкой // Инженерно-физический журнал. 2006. Т. 79. № 2. С. 86–91.

1994, vol. 23, no. 5, pp. 675–691. https://doi.org/10.1016/0045-7930(94)90009-4
40. Sheu T.W.H., Tsai S.F. Flow topology in a steady three-dimensional lid-driven cavity. *Computers and Fluids*, 2002, vol. 31, no. 8, pp. 911–934. https://doi.org/10.1016/s0045-7930(01)00083-4
41. Volkov K.N. Topology of an incompressible viscous-fluid flow in a cubic cavity with a moving cover. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2006, vol. 79, no. 2, pp. 295–300. https://doi.org/10.1007/s10891-006-0100-7

Авторы

Брыков Никита Александрович — кандидат технических наук, доцент, доцент, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, sc 57209849110, https://orcid.org/0000-0002-3568-7522, brykovna@yandex.ru

Волков Константин Николаевич — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, sc 8663950000, https://orcid.org/0000-0001-6055-2323, dsci@mail.ru

Емельянов Владислав Николаевич — доктор технических наук, профессор, профессор, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, sc 7004697417, https://orcid.org/0000-0002-7039-9948, vlademelyanov@gmail.com

Толстогузов Семен Сергеевич — аспирант, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, sc 57219482859, https://orcid.org/0000-0001-9560-2693, semen.tolstoguzov96@mail.ru

Authors

Nikita A. Brykov — PhD, Associate Professor, Associate Professor, Baltic State Technical University, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, sc 57209849110, https://orcid.org/0000-0002-3568-7522, brykovna@yandex.ru

Konstantin N. Volkov — D.Sc. (Physics & Mathematics), Leading Researcher, Baltic State Technical University, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, sc 8663950000, https://orcid.org/0000-0001-6055-2323, dsci@mail.ru

Vladislav N. Emelyanov — D.Sc., Full Professor, Baltic State Technical University, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, sc 7004697417, https://orcid.org/0000-0002-7039-9948, vlademelyanov@gmail.com

Semen S. Tolstoguzov — PhD Student, Baltic State Technical University, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, sc 57219482859, https://orcid.org/0000-0001-9560-2693, semen.tolstoguzov96@mail.ru

Статья поступила в редакцию 02.02.2024
Одобрена после рецензирования 21.02.2024
Принята к печати 24.03.2024

Received 02.02.2024
Approved after reviewing 21.02.2024
Accepted 24.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-306-313
УДК 621.372.54

От конструирования вейвлетов на основе производных функции Гаусса к синтезу фильтров с конечной импульсной характеристикой

Владимир Ильич Семенов[1], Сергей Геннадьевич Чумаров[2]✉

[1,2] Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова, Чебоксары, 428015, Российская Федерация

[1] syundyukovo@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0001-8968-7459
[2] chumarov@mail.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-4946-3685

Аннотация
Введение. Для непрерывного вейвлет-преобразования традиционно используются вейвлеты на основе производных функции Гаусса, а для кратномасштабного анализа — вейвлеты Добеши. Разработка алгоритмов прямого и обратного непрерывного вейвлет-преобразования в частотной области позволила в настоящей работе синтезировать цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой методом, отличным от существующих. Качество синтезированных фильтров проверялось декомпозицией и последующей реконструкцией сигналов. Для этого синтезировались несколько фильтров, полностью покрывающих частотный диапазон сигнала. Так как вейвлеты являются полосовыми фильтрами, авторы назвали фильтры вейвлетами. Чем точнее реконструированный сигнал повторяет форму оригинального сигнала, тем лучше вейвлет, сконструированный тем или иным методом. Сравнение точности реконструкции сигналов показывает, что лучший результат преобразования получается при применении именно синтезированных вейвлетов. **Метод.** Импульсные характеристики фильтров с конечной импульсной характеристикой синтезируются таким образом, чтобы их амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) были схожи на АЧХ вейвлетов на основе производных функции Гаусса большого порядка. Чем больше порядок фильтра, тем ближе АЧХ к прямоугольной форме. **Основные результаты.** Предложены алгоритмы прямого и обратного вейвлет-преобразования сигнала в частотной области с применением вейвлетов на основе производных функции Гаусса. Профилирование программы синтеза показало, что время вейвлет-преобразования с использованием быстрого преобразования Фурье в 15 000 раз меньше, чем при прямом численном интегрировании для экспериментальной выборки сигнала в 32 768 отсчетов. Эти алгоритмы можно использовать для вейвлетов с прямоугольной АЧХ. При этом время численного вычисления уменьшается еще в два раза. Точность реконструкции сравнивалась для вейвлетов на основе производных второго порядка, вейвлетов Добеши, и вейвлетов с прямоугольной АЧХ. Точность реконструкции оказалась наивысшей для вейвлетов с прямоугольной АЧХ. В работе представлены импульсные характеристики двухполосного, трехполосного цифровых фильтров и их АЧХ. **Обсуждение.** Использование предложенного метода конструирования вейвлетов наиболее предпочтительно ввиду его относительной простоты и возможности синтезировать многополосные фильтры с любой формой АЧХ. При синтезе существующими методами можно получить лишь «короткую» переходную полосу только для «длинных» импульсных характеристик, то для сконструированных предложенным методом вейвлетов даже для фильтров очень маленьких порядков переходные полосы практически отсутствуют. Цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой с прямоугольной АЧХ имеют большой коэффициент ослабления в полосе задерживания по сравнению существующими фильтрами с конечной импульсной характеристикой и могут быть использованы для обработки одномерных и двумерных сигналов.

Ключевые слова
вейвлет-преобразование, импульсная характеристика, реконструкция, кратномасштабный анализ, алгоритм Малла, амплитудно-частотная характеристика, синтез, цифровой фильтр

Ссылка для цитирования: Семенов В.И., Чумаров С.Г. От конструирования вейвлетов на основе производных функции Гаусса к синтезу фильтров с конечной импульсной характеристикой // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 306–313. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-306-313

© Семенов В.И., Чумаров С.Г., 2024

From the construction of wavelets based on derivatives of the Gaussian function to the synthesis of filters with a finite impulse response

Vladimir I. Semenov[1], Sergey G. Chumarov[2]✉

[1,2] Chuvash State University named after I.N. Ulyanov, Cheboksary, 428015, Russian Federation

[1] syundyukovo@yandex.ru, https://orcid.org/0000-0001-8968-7459
[2] chumarov@mail.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-4946-3685

Abstract
For continuous wavelet transformation, wavelets based on derivatives of the Gauss function are used, and for multiscale analysis, Daubechies wavelets are used. The development of algorithms for forward and inverse continuous wavelet transform in the frequency domain made it possible in this work to synthesize digital filters with a finite impulse response (FIR) different from existing methods. The quality of the synthesized filters was checked by decomposition and subsequent reconstruction of the signals. To do this, several filters were synthesized that completely cover the frequency range of the signal. Since wavelets are bandpass filters, the authors called the filters wavelets. The more precisely the reconstructed signal repeats the shape of the original signal, the better the wavelet constructed by one method or another. A comparison of the accuracy of signal reconstruction shows that the best conversion result is obtained by using synthesized wavelets. The impulse responses of the FIR filters are synthesized so that their frequency response are similar to the frequency responses of wavelets based on derivatives of the Gaussian function of a large order. The greater the filter order, the closer the frequency response is to a square-wave shape. Algorithms for forward and inverse wavelet transformation of a signal in the frequency domain using wavelets based on derivatives of the Gauss function are proposed. Profiling of the program shows that the time of the wavelet transforms using the fast Fourier transform is 15,000 times less than with the direct numerical integration for sampling the signal of 32,768 samples. These algorithms can be used for wavelets with a square-wave frequency response. At the same time, the numerical calculation time is halved. The accuracy of the reconstruction was compared for wavelets based on second-order derivatives, Daubechies wavelets, and wavelets with a square-wave frequency response. The reconstruction accuracy is highest for the latest wavelets. The use of the wavelet construction method is preferable since this method is relatively simple and it is easy to synthesize multiband filters with any form of frequency response. If, when synthesizing using existing methods, a short transition band can be obtained only for long impulse responses, while the transition band using the method of constructing wavelets is absent even for filters of very small orders. The paper presents the impulse responses of two-band, three-band digital filters and their frequency response. FIR digital filters with a square-wave frequency response have a higher delay-band attenuation coefficient compared to existing filters, do not have transition band, and can be used to process one-dimensional and two-dimensional signals.

Keywords
wavelet transform, impulse response, reconstruction, multiscale analysis, Mallat algorithm, frequency response, synthesis, digital filter

For citation: Semenov V.I., Chumarov S.G. From the construction of wavelets based on derivatives of the Gaussian function to the synthesis of filters with a finite impulse response. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 306–313 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-306-313

Введение

Проектирование цифровых фильтров является актуальной задачей [1–4] в различных областях техники и технологий. Среди множества методов синтеза фильтров можно выделить методы, основанные на использовании вейвлетов [5]. Вейвлет-преобразование подразделяется на непрерывное и дискретное [6]. Семейство вейвлет-функций $\psi_{ab}(t)$ генерируется из одной, «материнской», функции $\varphi(t)$ при помощи растяжения (сжатия) и сдвига за счет операции сдвига во времени b и изменения временного масштаба a

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\varphi\left(\frac{t-b}{a}\right).$$

Для заданных значений параметров a и b функция $\psi_{ab}(t)$ и есть вейвлет. В частотной области спектры вейвлетов похожи на всплески (волны) с пиком на частоте w и полосой Δw, т. е. имеют вид полосового фильтра. Полоса Δw уменьшается с ростом параметра a. Следовательно, вейвлеты локализованы как во временной, так и в частотной областях. Масштабный множитель a, который можно определить как величину, обратную частоте, является основной характеристикой вейвлет-преобразования. Если масштабный коэффициент a изменяется кратно 2^n (n — целое число), то вейвлет-преобразование является дискретным, а при произвольном сколь угодно малом изменении масштабного коэффициента a — непрерывным. Для анализа сигналов непрерывное вейвлет-преобразование более удобно. Его некоторая избыточность, связанная с непрерывным изменением масштабного коэффициента a и параметра сдвига b, становится положительным качеством, так как позволяет более полно и четко представить, и проанализировать информацию в данных.

Целью работы является синтез фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтров), имеющих более большой коэффициент ослабления в полосе задерживания по сравнению существующими в настоящее время КИХ-фильтрами и с очень короткой переходной полосой.

Методы синтеза КИХ-фильтров и конструирования вейвлетов

Синтез КИХ-фильтров и конструирование вейвлетов производится независимо друг от друга, несмотря на то что вейвлеты с самым большим масштабным коэффициентом являются фильтрами нижних частот, со средним значением — полосовыми фильтрами, а с самым меньшим — фильтрами верхних частот.

Для синтеза КИХ-фильтров с линейной фазой используются методы: взвешивания с помощью окна, частотной выборки, а также расчета оптимальных (по Чебышеву) фильтров. Идеальные частотные характеристики цифровых фильтров нереализуемы. Возможна лишь их аппроксимация с той или иной степенью точности. Синтез цифровых фильтров включает несколько этапов, которые для каждого метода отличаются [7]. Аппроксимируемая и аппроксимирующая функции должны соответствовать определенным требованиям.

Конструирование вейвлетов производится другими методами. При конструировании вейвлетов нужно иметь в виду, что график исходной функции должен осциллировать (быть знакопеременным) вокруг нуля на оси времени и иметь нулевую площадь

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0. \quad (1)$$

Так же, для того чтобы анализировать более тонкую (высокочастотную) структуру сигнала, подавляя медленно изменяющиеся его составляющие, должны быть равны нулю все первые n моментов

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^n\psi(t)dt = 0. \quad (2)$$

Для дискретного вейвлет-преобразования используются две импульсные характеристики (ИХ), соответствующие фильтрам низких и высоких частот, которые называются масштабирующей функцией или вейвлетом. Достаточно определить коэффициенты ИХ низких частот и вычислить коэффициенты вейвлета через них. Задача конструирования семейства вейвлетов с первыми n моментами была решена И. Добеши [8]. Такие вейвлеты называются вейвлетами Добеши n-го порядка (db$N$). Для получения вейвлетов необходимо решить систему уравнений с учетом формул (1) и (2) для дискретного варианта, сдвиговой ортогональности и нормировки. Вейвлетом Добеши 1-го порядка является вейвлет Хаара. У вейвлета Хаара только два коэффициента ИХ. С увеличением порядка вейвлета Добеши количество коэффициентов увеличивается. Эти вейвлеты применяются для кратномасштабного анализа сигналов [9].

Для непрерывного вейвлет-преобразования используются вейвлеты на основе функции Гаусса. Такие вейвлеты являются симметричными функциями и имеют производные n-порядка [8–10]. В работах [11, 12] использовано вейвлет-преобразование на основе функции Гаусса в частотной области с применением быстрого преобразования Фурье (БПФ) только для анализа сигналов. В [13] отмечено, что с применением вейвлетов на основе функции Гаусса анализ не является ортогональным, вейвлеты не имеет компактного носителя, отсутствует масштабирующая функция и возможность реконструкции не гарантирована. В работах [14–16] разработан алгоритм кратномасштабного анализа с использованием вейвлетов на основе производных функции Гаусса.

Алгоритм численного вычисления прямого вейвлет-преобразования в частотной области с применением вейвлетов на основе производных функции Гаусса включает следующие шаги.

Шаг 1. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $a_1(n)$ сигнала $S(k)$ с использованием прямого БПФ:

$$a_1(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} S(k)\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right),$$

где k — номер отсчета; N — число отсчетов (выборка).

Шаг 2. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $b_1(n)$ сигнала $S(k)$ с использованием прямого БПФ:

$$b_1(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} S(k)\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 3. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $a_2(n)$ вейвлета $\psi(k)$ с использованием прямого БПФ:

$$a_2(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \psi(k)\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 4. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $b_2(n)$ вейвлета $\psi(k)$ с использованием прямого БПФ:

$$b_2(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \psi(k)\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 5. Вычисление комплексно-сопряженного спектра:

$$c_1(n) = a_1(n)a_2(n) + b_1(n)b_2(n); \quad (3)$$

$$c_2(n) = b_1(n)a_2(n) - a_1(n)b_2(n). \quad (4)$$

Большинство непрерывных вейвлетов — четные или нечетные функции. Для четных вейвлетов ряд составлен из одних косинусов, а для нечетных — из одних синусов.

Для четных вейвлетов $b_2(n) = 0$ и

$$c_1(n) = a_1(n)a_2(n); \quad (5)$$

$$c_2(n) = b_1(n)a_2(n). \quad (6)$$

Для нечетных вейвлетов $a_2(n) = 0$ и

$$c_1(n) = b_1(n)b_2; \quad (7)$$

$$c_2(n) = -(n)b_2(n). \quad (8)$$

Шаг 6. Для четного вейвлета с $M + 1$ разными масштабными коэффициентами вейвлет-спектр $W(a, b)$ (матрица вейвлет-коэффициентов $((M + 1) \times N)$ для входного анализируемого сигнала длиной N отсчетов

рассчитывается путем вычисления M обратных преобразований Фурье от комплексно-сопряженного спектра (5), (6) по формуле:

$$W(a, b) = \sum_{k=0}^{N-1} (c_1(k) + ic_2(k))\exp\left(i\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 7. Для нечетного вейвлета с $M + 1$ разными масштабными коэффициентами вейвлет-спектр $W(a, b)$ (матрица вейвлет-коэффициентов $((M + 1) \times N)$ для входного анализируемого сигнала длиной N отсчетов рассчитывается с помощью вычисления M обратных преобразований Фурье из комплексно-сопряженного спектра (7), (8) по формуле:

$$W(a, b) = \sum_{k=0}^{N-1} (c_1(k) + ic_2(k))\exp\left(i\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Для четных вейвлетов не выполняются шаги 4 и 7, для нечетных — шаги 3 и 6. Вычисление коэффициентов $a_2(n)$ и $b_2(n)$ производится только с вейвлетом, а не с исследуемым сигналом. В связи с этим возможно заранее вычислить их и результаты расчетов хранить в запоминающем устройстве. Благодаря четности (нечетности) непрерывных вейвлетов количество умножений и сложений уменьшается по формулам (5)–(8) в два раза для каждого масштаба. Также уменьшается в два раза количество памяти, необходимой для хранения фурье-коэффициентов вейвлетов для каждого масштаба.

Так как необходимо декомпозировать сигнал на несколько уровней, то шаги 3–7 надо выполнить столько же раз. Например, если в строке изображения размером 512 × 512 пикселов имеется 512 отсчетов, то для одной строки количество уровней разложения равно 9, а для всех строк и всех столбцов 9 необходимо умножить на 512. Если цветное изображение в формате RGB, то общее количество уровней разложения будет равно 2754. В отличии от алгоритма Малла, кратномасштабный анализ с применением БПФ можно производить с коэффициентом изменения масштаба меньшего двух. В связи с этим необходимо найти алгоритм, позволяющий увеличить скорость вычисления, чем при использовании БПФ. Такой алгоритм создан с применением дискретного преобразования Фурье и представлен после использования алгоритма численного вычисления обратного вейвлет-преобразования.

Алгоритм численного вычисления обратного вейвлет-преобразования в частотной области с применением вейвлетов на основе производных функции Гаусса включает следующие шаги.

Шаг 1. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $a_1(n)$ вейвлет-спектра $W(a, b)$ с использованием прямого БПФ по формуле:

$$a_1(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} W(a, k)\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 2. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $b_1(n)$ вейвлет-спектра $W(a, b)$ с использованием прямого БПФ по формуле:

$$b_1(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} W(a, k)\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 3. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $a_2(n)$ вейвлета $\psi(t)$ с использованием прямого БПФ по формуле:

$$a_2(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \psi(k)\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 4. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда $b_2(n)$ вейвлета $\psi(t)$ с использованием прямого БПФ по формуле:

$$b_2(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \psi(k)\sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right).$$

Шаг 5. Вычисление комплексно-сопряженного спектра по формулам (3), (4). Для четных вейвлетов — по формулам (5), (6); для нечетных — по (7), (8).

Шаг 6. Для четного вейвлета путем $M + 1$ обратных преобразований Фурье от комплексно-сопряженного по формулам (5), (6) вычисляется функция S'_m:

$$S'_m(n) = \sum_{k=0}^{N-1} (c_1(k) + ic_2(k))\exp\left(i\frac{2\pi nk}{N}\right),$$

где $N = 2^m$, $M = m$. Здесь и далее символ «′» не означает дифференцирование.

Шаг 7. Для нечетного вейвлета путем $M + 1$ обратных преобразований Фурье от комплексно-сопряженного спектра по формулам (7), (8) вычисляется функция S'_m:

$$S'_m(n) = \sum_{k=0}^{N-1} (c_1(k) + ic_2(k))\exp\left(i\frac{2\pi nk}{N}\right),$$

где $N = 2^m$, $M = m$.

Шаг 8. Нормализующий коэффициент обратного вейвлет-преобразования C в разработанном алгоритме вычисляется из аналога теоремы Парсеваля для вейвлет-коэффициентов:

$$\int S(t)S^*(t)dt = C^{-1}\iint W(a, b)W^*(a, b)\frac{dadb}{a^2}.$$

Шаг 9. По формуле $S(n) = C\sum_{m=0}^{m} S'_m(n)$ реконструируется сигнал.

Вычисление коэффициентов $a_2(n)$ и $b_2(n)$ производится только для вейвлетов, а не для исследуемого сигнала. Исходя из этого, они могут быть вычислены заранее, а результаты расчетов могут храниться в запоминающем устройстве. Для четных вейвлетов не выполняются шаги 4 и 7, для нечетных — шаги 3 и 6. Количество необходимой памяти для хранения вейвлет-коэффициентов из-за четности или нечетности в два раза меньше для каждого масштабного коэффициента a. Так же, как для алгоритма численного вычисления прямого вейвлет-преобразования, количество преобразований Фурье при обратном вейвлет-преобразовании может быть очень большим.

При конструировании строго ортогональных вейвлетов с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) ширину полосы пропускания надо подбирать, для того чтобы добротность была одинаковой для всех уровней разложения. В некоторых случаях, когда разрешающая способность вейвлетов должна

быть высокой, можно сконструировать вейвлеты с переменной добротностью.

Аналитическую формулу для предложенного вейвлета невозможно получить в прямом виде, так как он рассчитывается в результате численного решения [17]. Например, вейвлеты Добеши также получаются в результате численного вычисления. Предложенные алгоритмы численного вычисления прямого и обратного вейвлет-преобразований в частотной области подобны оконному преобразованию Фурье, если вместо вейвлета использовать окна постоянной ширины на основе производных функций Гаусса.

Сравнение точности реконструкции сигналов с применением различных вейвлетов

Для наглядной демонстрации точности сравним результат декомпозиции и реконструкции прямоугольного одинарного импульса длительностью 36 единиц для выборки 1024 отсчетов. Получим результат декомпозиции и реконструкции двух прямоугольных импульсов с очень большой разницей амплитуд. Точно восстановить сигнал прямоугольной формы наиболее трудная задача, потому что спектр такого сигнала плохо уменьшается на высоких частотах, а для пологих сигналов спектр более уже, и поэтому такие сигналы точнее реконструируются. Форма прямоугольного сигнала наиболее сильно искажается около краев. Можно судить о точности по тому, как сильно отличается форма прямоугольника после реконструкции.

При использовании вейвлетов на основе производных функции Гаусса форма реконструированного сигнала не точно повторяет оригинальный прямоугольный импульс, т. е. импульс немного смещается вниз. На рис. 1, *a* представлена часть участка слева от прямоугольного импульса после декомпозиции на 10 уровней и последующей реконструкции со всеми уровнями с использованием вейвлета Добеши (db2) в алгоритме Малла. На рис. 1, *b* представлена эта же часть участка, но реконструированная с использованием вейвлета, сконструированного в частотной области. На рис. 1, *a* представлена только часть левого края импульса, чтобы было видно, насколько отличаются значения реконструированного сигнала от нуля. В верхней части импульса значение его равно единице и потому, если показывать импульс, то рядом нельзя будет увидеть ничего, кроме прямой линии, кажущейся равной нулю. В логарифмическом масштабе график нельзя построить, так как есть отрицательные величины. На рис. 1, *a* видно, что нули отличаются в среднем на $2 \cdot 10^{-13}$. При увеличении порядка вейвлета Добеши это отличие еще больше, например, для вейвлета db40 разница доходит до 10^{-6}. Очевидно, это связано с необходимостью решать большее число уравнений для получения первых моментов нулевого порядка у вейвлетов Добеши. На рис. 1, *b* представлена часть участка слева от прямоугольного импульса после декомпозиции на 10 уровней и последующей реконструкции со всеми уровнями с использованием вейвлета, сконструированного в частотной области. Видно, что точность реконструкции импульса намного выше. Здесь отличие от нуля почти в тысячи раз меньше, чем при обработке с использованием алгоритма Малла, поэтому можно сказать, что преобразование строго ортогональное.

На рис. 2 представлен импульс, амплитуда которого в 10^{15} раз меньше, чем соседний прямоугольный импульс. Этот импульс деформирован из-за того, что при декомпозиции и последующей реконструкции нули рядом с большим импульсом не точно равны нулю (рис. 1, *b*). При реконструкции двух импульсов с разницей в 10^{15} с использованием алгоритма Малла, малый импульс нельзя увидеть, так как погрешность вычисления почти в 1000 раз больше, чем этот импульс. График будет такой же, как на рис. 1, *a*. Можно сказать, что малый импульс «утопает» в шуме вычисления.

Импульсные и амплитудно-частотные характеристики синтезированных КИХ-фильтров методом конструирования вейвлетов

Для того чтобы удостовериться, что метод конструирования вейвлетов можно использовать для синтеза цифровых КИХ-фильтров, выполнено исследование по свертке ИХ с различными сигналами. При вейвлет-пре-

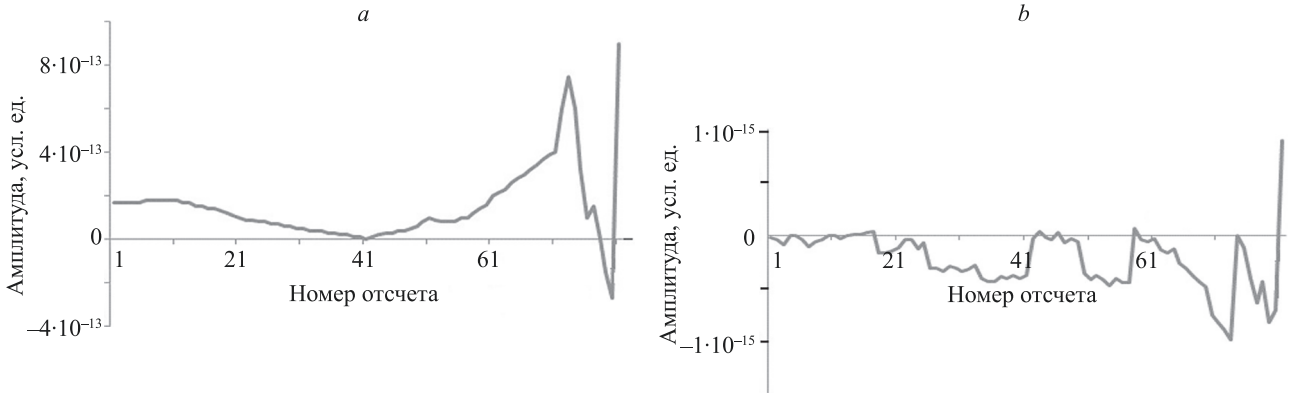


Рис. 1. Часть участка слева от прямоугольного импульса, реконструированного с использованием вейвлетов Добеши (db2) (*a*) и с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой (*b*)

Fig. 1. The part of the section to the left of the rectangular pulse reconstructed using a Daubechies wavelet (db2) (*a*) and a wavelet with a rectangular frequency response (*b*)

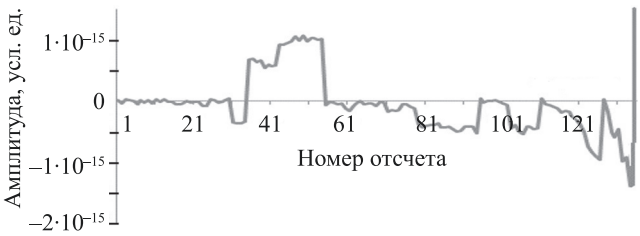


Рис. 2. Импульс, у которого амплитуда в 10^{15} раз меньше, чем соседний прямоугольный импульс после обработки с использованием вейвлета, сконструированного в частотной области

Fig. 2. An impulse with amplitude 10^{15} times smaller than the neighboring rectangular pulse after processing using a wavelet constructed in the frequency domain

образовании сигнала обычно длины N вейвлета (ИХ) и сигнала L равны. В результате необходимо вычислить свертку ИХ с сигналом в несколько раз большей длины, так как при цифровой фильтрации так чаще всего происходит. Если пропустить сигнал через различные фильтры, у которых суммарная полоса частот превышает диапазон частот сигнала, то при суммировании всех отсчетов, прошедших через каждый фильтр, полученный выходной сигнал должен быть пропорционален входному сигналу или тождественен. Это условие передачи сигнала без искажений, т. е. выходной сигнал должен быть копией входного сигнала. Например, были вычислены свертки ИХ с сигналом для фильтра нижних частот, двух полосовых и высокочастотных фильтров с одинаковой полосой пропускания, которые полностью перекрывали интервал $[0, f_d/2]$. Даже для сигнала, представляющего одиночный импульс, сумма всех сверток давала точную копию входного сигнала. Длина ИХ N равна 128 отсчетам, а длина сигнала L — 1024 отсчетам. Длительность импульса равна 28 отсчетам. После суммирования всех отсчетов, прошедших от каждого фильтра, получилось, что импульс и амплитуда равны длительности 28 отсчетов, вид сигнала — прямоугольной формы. Для того чтобы соблюдалось условие физической реализуемости фильтров, отсчеты выходного сигнала учитывались, начиная с половины длины ИХ. И при других соотношениях N и L выходной сигнал при свертке входного сигнала с ИХ фильтров нижних частот, двух полосовых и высоких частот с одинаковой полосой пропускания является копией входного сигнала. Так же вычислялась свертка ИХ фильтров с зашумленным сигналом. Во всех случаях наблюдалось увеличение отношения сигнал/шум. Исследования показали, что синтезированные ИХ можно использовать для фильтрации сигналов.

Этим же методом допустимо синтезировать ИХ многополосных фильтров. На рис. 3 показана часть симметричной ИХ для фильтра с двумя полосами пропускания и АЧХ этого фильтра. Если бы была только одна полоса низких частот, то ИХ была бы гладкой функцией. Наличие второй полосы накладывает на функцию низких частот быстро осциллирующую функцию, т. е. ИХ равна сумме двух ИХ, полученных для каждого по отдельности фильтров. На графиках АЧХ рис. 3–5 частоты нормированы.

На рис. 4 представлена часть антисимметричной ИХ для фильтра с тремя полосами пропускания и АЧХ этого фильтра.

На рис. 3 и 4 видно, что АЧХ имеют прямоугольную форму, и нет пульсаций в полосе пропускания и задерживания. Независимо от длины ИХ переходной полосы нет.

На рис. 5 показана часть симметричной ИХ для фильтра с треугольной АЧХ и АЧХ этого фильтра. Видно, что на рис. 5 также нет переходной полосы.

Рассмотренные цифровые фильтры можно использовать для обработки изображений по строкам и столбцам. Двумерную свертку лучше выполнять в частотной области с применением БПФ, так как в этом случае скорость и точность вычисления возрастает из-за того, что уменьшается количество операций умножений и сложений. При синтезе фильтров не надо задавать максимально допустимое отклонение от единицы в полосе пропускания и максимально допустимое отклонение от нуля в полосе задерживания. Достаточно задать частоты среза для каждого фильтра отдельно. Синтез фильтров осуществлять относительно просто. Не надо применять различные окна и программы оптимизации.

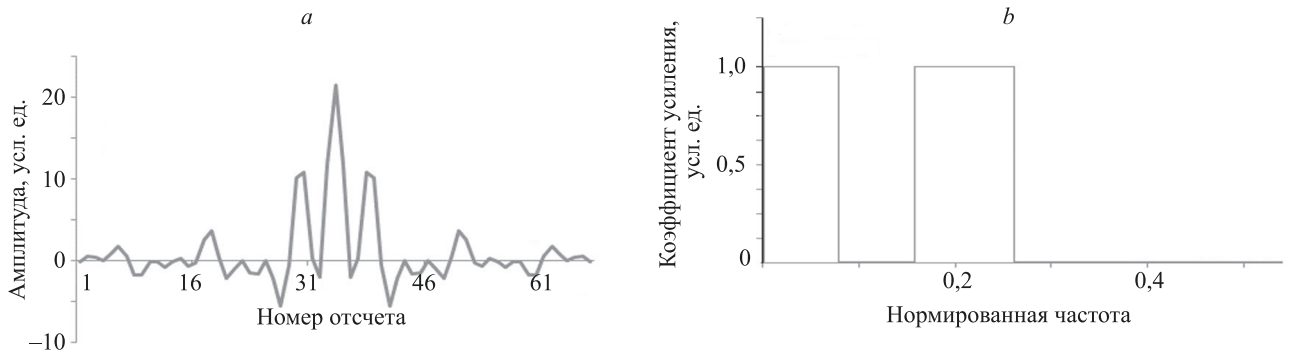


Рис. 3. Симметричная импульсная характеристика (*a*) и амплитудно-частотная характеристика (*b*) фильтра с двумя полосами пропускания

Fig. 3. Symmetrical pulse response (*a*) and frequency response of a two-band filter (*b*)

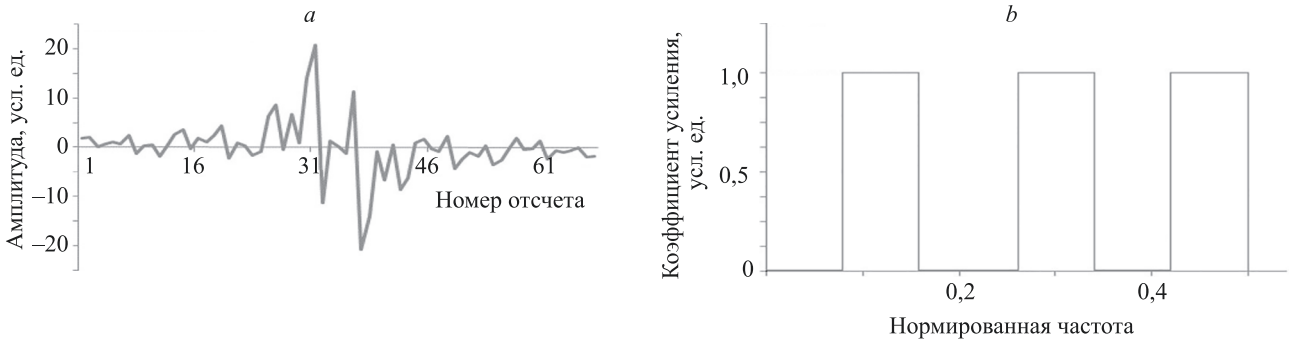


Рис. 4. Антисимметричная импульсная характеристика (*a*) и амплитудно-частотная характеристика (*b*) фильтра с тремя полосами пропускания

Fig. 4. Antisymmetrical pulse response (*a*) and frequency response (*b*) of a three-band filter

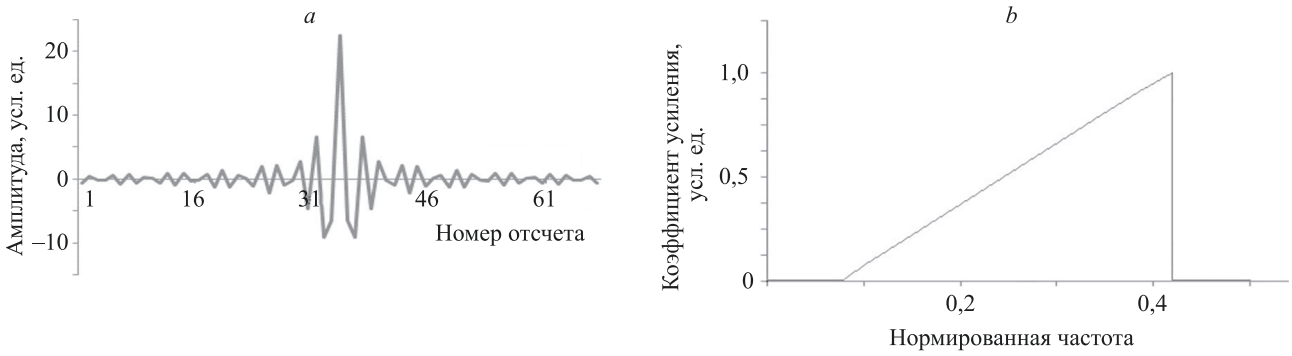


Рис. 5. Симметричная импульсная характеристика (*a*) и амплитудно-частотная характеристика (*b*) фильтра с треугольной амплитудно-частотной характеристикой

Fig. 5. Symmetrical impulse response (*a*) and frequency response (*b*) of a filter with a triangular frequency response

Заключение

Сконструированные вейвлеты с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой позволяют более точно реконструировать одномерные и двумерные сигналы, чем вейвлеты Добеши, используемые при кратномасштабном анализе в алгоритме Малла. Также полученные вейвлеты позволяют быстрее, чем в алгоритме Малла, производить декомпозицию и реконструкцию сигналов. Метод конструирования вейвлетов можно использовать для синтеза цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтров) и с линейной фазочастотной характеристикой. По сравнению с существующими методами синтеза КИХ-фильтров, использование метода конструирования вейвлетов более предпочтителен, так как этот метод относительно прост, но вместе с тем позволяет получать фильтры с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой. Коэффициент прямоугольности полученных частотных характеристик равен единице, т. е. нет переходной полосы независимо от длины импульсной характеристики. Если при синтезе существующими методами можно получить короткую переходную полосу только для длинных импульсных характеристик, то методом конструирования вейвлетов даже для фильтров очень маленьких порядков нет переходной полосы. Также пульсации в полосе пропускания и задерживания фильтров, синтезированных методом конструирования вейвлетов на несколько порядков ниже, чем у фильтров, синтезированных существующими методами. Относительно легко получить многополосные фильтры с любой формой амплитудно-частотной характеристики. Коэффициент усиления может меняться в разных полосах пропускания различным образом. Можно построить ступенчатые, линейные или гиперболические зависимости частотной характеристики. Немаловажно и то, что для синтеза фильтров не надо тратить много времени, потому что по сравнению с существующими методами многие этапы проектирования отсутствуют.

Литература

1. Palani S. Design of finite impulse response (FIR) digital filters // Discrete Time Systems and Signal Processing. Springer, Cham. 2023. P. 591–732. https://doi.org/10.1007/978-3-031-32421-5_5
2. Berber S. Theory of the design, and operation of digital filters // Discrete Communication Systems. Oxford University Press, 2021. P. 797–823. https://doi.org/10.1093/oso/9780198860792.003.0016
3. Kennedy H.L. Lecture notes on the design of low-pass digital filters with wireless-communication applications // arXiv. 2022. arXiv:2211.07123. https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.07123
4. Agrawal N., Kumar A., Bajaj V., Singh G.K. Design of digital IIR filter: A research survey // Applied Acoustics. 2021. V. 172. P. 107669. https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2020.107669
5. Penedo S.R.M., Netto M.L., Justo J.F. Designing digital filter banks using wavelets // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. 2019. P. 33. https://doi.org/10.1186/s13634-019-0632-6
6. Ďuriš V., Semenov V.I., Chumarov S.G. Application of Continuous Fast Wavelet Transform for Signal Processing. London: Sciemcee Publishing, 2021. 181 p.
7. Солонина А.И., Клионский Д.М., Меркучева Т.В., Перов С.Н. Цифровая обработка сигналов и MATLAB: учеб. пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2013. 512 с.
8. Daubeches I. Ten Lectures on Wavelets. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. 357 p.
9. Mallat S.G. A Wavelet Tour of Signal Processing. San Diego, CA, USA: Academic Press, 1999. 620 p.
10. Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов. М.: ИАнП РАН, 1999. 152 с.
11. Желтов П.В., Семенов В.И. Вейвлет-анализ акустического сигнала // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2008. № 4. С. 68–71.
12. Желтов П.В., Семенов В.И., Трофимова А.И., Шурбин А.К. Алгоритмы идентификации фонем и формирования слова в системах распознавания речи на основе вейвлет-преобразования // Вестник Чувашского университета. 2014. № 2. С. 98–102.
13. Шумарова О.С., Игнатьев С.А. Оптимальный выбор вида вейвлета при обработке сигнала с вихретокового датчика // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2013. Т. 4. № 1(73). С. 128–132.
14. Ďuriš V., Chumarov S.G., Mikheev G.M., Mikheev K.G., Semenov V.I. The orthogonal wavelets in the frequency domain used for the images filtering // IEEE Access. 2020. V. 8. P. 211125–211134. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3039373
15. Ďuriš V., Semenov V.I., Chumarov S.G.. Wavelets and digital filters designed and synthesized in the time and frequency domains // Mathematical Biosciences and Engineering. 2022. V. 19. N 3. P. 3056–3068. https://doi.org/10.3934/mbe.2022141
16. Ďuriš V., Chumarov S.G., Semenov V.I. Increasing the speed of multiscale signal analysis in the frequency domain // Electronics. 2023. V. 12. N 3. P. 745. https://doi.org/10.3390/electronics12030745
17. Семенов В.И., Чумаров С.Г. Уменьшение времени обратного вейвлет-преобразования изображения с применением симметричного ортогонального вейвлета. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2023664790. 07.07.2023.

References

1. Palani S. Design of finite impulse response (FIR) digital filters. *Discrete Time Systems and Signal Processing*. Springer, Cham, 2023, pp. 591–732. https://doi.org/10.1007/978-3-031-32421-5_5
2. Berber S. Theory of the design, and operation of digital filters. *Discrete Communication Systems*. Oxford University Press, 2021, pp. 797–823. https://doi.org/10.1093/oso/9780198860792.003.0016
3. Kennedy H.L. Lecture notes on the design of low-pass digital filters with wireless-communication applications. *arXiv*, 2022, arXiv:2211.07123. https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.07123
4. Agrawal N., Kumar A., Bajaj V., Singh G.K. Design of digital IIR filter: A research survey. *Applied Acoustics*, 2021, vol. 172, pp. 107669. https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2020.107669
5. Penedo S.R.M., Netto M.L., Justo J.F. Designing digital filter banks using wavelets. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2019, pp. 33. https://doi.org/10.1186/s13634-019-0632-6
6. Ďuriš V., Semenov V.I., Chumarov S.G. *Application of Continuous Fast Wavelet Transform for Signal Processing*. London, Sciemcee Publishing, 2021, 181 p.
7. Solonina A.I., Klionskii D.M., Merkucheva T.V., Perov S.N. *Digital Signal Processing and MATLAB*. St. Petersburg, BHV-Petersburg, 2013, 512 p. (in Russian)
8. Daubeches I. *Ten Lectures on Wavelets. Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1992, 357 p.
9. Mallat S.G. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. San Diego, CA, USA, Academic Press, 1999, 620 p.
10. Novikov L.V. *Basics of Wavelet Signal Analysis*. Moscow, The Institute for Analytical Instrumentation RAS, 1999, 152 p. (in Russian)
11. Zheltov P.V., Semyonov V.I. *Wavelet analysis of acoustic signals*. Vestnik of KNRTU a.n. A.N.Tupolev, 2008, no. 4, pp. 68–71. (in Russian)
12. Zheltov P., Semenov V., Trofimova A., Shurbin A. Algorithms for phoneme identification and forming the word in a speech recognition system based on wavelet-transform. *Bulletin of Chuvash University*, 2014, no. 2, pp. 98–102. (in Russian)
13. Shumarova O.S., Ignatyev S.A. Optimum choice of a wavelet when processing signals of eddy current sensors. *Vestnik SGTU*, 2013, vol. 4, no. 1(73), pp. 128–132. (in Russian)
14. Ďuriš V., Chumarov S.G., Mikheev G.M., Mikheev K.G., Semenov V.I. The orthogonal wavelets in the frequency domain used for the images filtering. *IEEE Access*, 2020, vol. 8, pp. 211125–211134. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3039373
15. Ďuriš V., Semenov V.I., Chumarov S.G.. Wavelets and digital filters designed and synthesized in the time and frequency domains. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 2022, vol. 19, no. 3, pp. 3056–3068. https://doi.org/10.3934/mbe.2022141
16. Ďuriš V., Chumarov S.G., Semenov V.I. Increasing the speed of multiscale signal analysis in the frequency domain. *Electronics*, 2023, vol. 12, no. 3, pp. 745. https://doi.org/10.3390/electronics12030745
17. Semenov V.I., Chumarov S.G. Reducing the time of inverse wavelet transform of an image using a symmetric orthogonal wavelet. *Certificate of registration of a computer program RU 2023664790*, 07.07.2023. (in Russian)

Авторы

Семенов Владимир Ильич — кандидат технических наук, доцент, доцент, Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова, Чебоксары, 428015, Российская Федерация, sc 57220088140, https://orcid.org/0000-0001-8968-7459, syundyukovo@yandex.ru

Чумаров Сергей Геннадьевич — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова, Чебоксары, 428015, Российская Федерация, sc 57212552735, https://orcid.org/0000-0002-4946-3685, chumarov@mail.ru

Authors

Vladimir I. Semenov — PhD, Associate Professor, Associate Professor, Chuvash State University named after I.N. Ulyanov, Cheboksary, 428015, Russian Federation, sc 57220088140, https://orcid.org/0000-0001-8968-7459, syundyukovo@yandex.ru

Sergey G. Chumarov — PhD, Associate Professor, Head of Department, Chuvash State University named after I.N. Ulyanov, Cheboksary, 428015, Russian Federation, sc 57212552735, https://orcid.org/0000-0002-4946-3685, chumarov@mail.ru

Статья поступила в редакцию 23.01.2024
Одобрена после рецензирования 26.02.2024
Принята к печати 24.03.2024

Received 23.01.2024
Approved after reviewing 26.02.2024
Accepted 24.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-314-321
УДК 519.651

Метод разбиения единицы и гладкая аппроксимация

Виктор Николаевич Толстых✉

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

victor.n.tolstykh@gmail.com✉, https://orcid.org/0009-0003-0202-5500

Аннотация

Введение. Представлен новый метод гладкой кусочно-полиномиальной аналитической аппроксимации экспериментальных данных любой размерности и степени изменчивости. Альтернативой данному методу являются кубические и бикубические сплайны, которые имеют свои достоинства и недостатки. Исследования, направленные на создание более гибких методов гладкой аппроксимации больших данных, активно ведутся учеными, но подобного аналога, представленного в настоящей работе, автором не найдено, в том числе и для многомерных зависимостей. **Метод.** Экспериментальные данные часто зависят от многих переменных, которые для задач компрессии, прогноза и передачи данных локально могут быть аппроксимированы простыми аналитическими функциями. Они могут быть локальными полиномами как на интервалах в одномерном случае, так и на полигонах в многомерных случаях. Представленный в работе метод гладкого согласования локальных функций между собой может быть расширен с одномерной кусочно-полиномиальной аппроксимации на более высокие размерности, что имеет множество научных и практических применений. В данном случае можно сохранять и передавать коэффициенты локальных полиномов или других локальных функций вместо того, чтобы использовать исходные данные, часто имеющие чрезмерно большой объем. В описываемом методе использовано клеточное разбиение области интереса и на этих клетках определены локальные функции — полиномы низких степеней или другие параметрические функции. В местах соединения клеток задаются переходные зоны, в которых локальные функции согласуются друг с другом, образуя достаточно гладкий переход между ними. Количество локальных функций в точке совпадает с ее индексом топологического покрытия. Результатом является единая, дважды дифференцируемая аналитическая функция. Для гладкого согласования локальных функций используются базовые функции, основанные на специальных полиномах второй или третьей степени. Значения этих функций плавно уменьшаются от единицы до нуля. Значения производной базовой функции на обоих концах интервала равны нулю. Согласование представлено гомотопическим преобразованием, отображающим единичный интервал в пространство функций. Для одномерной зависимости эффективность метода представлена примером согласования набора локально заданных парабол. Метод расширен на двумерный случай путем применения известного в математике приема клеточного разбиения компакта с покрытием его топологическими картами. Вычислительный эксперимент показал, что и в этом случае локальные функции согласуются на всем компакте, образуя единую дважды дифференцируемую функцию. **Основные результаты.** Результатом исследования является разработка нового метода гладкого согласования локальных параметрических функций, осуществляющих аппроксимацию экспериментальных данных на интервале произвольного размера. Представленный метод основан на топологическом разбиении единицы и согласовании двумерных локальных функций, осуществляющих аппроксимацию на двумерном компакте. Выполнено теоретическое обоснование возможности расширения метода согласования на произвольные размерности компакта, на клетках которого заданы локальные полиномиальные и другие аппроксимирующие функции. **Обсуждение.** Решена задача разработки и частичного обоснования концепта создания полезного инструмента для хранения и передачи экспериментальных информационных данных.

Ключевые слова

сплайн, полином, функция согласования, разбиение единицы, покрытие, клеточное пространство, многообразие, аппроксимация

Ссылка для цитирования: Толстых В.Н. Метод разбиения единицы и гладкая аппроксимация // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 314–321. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-314-321

© Толстых В.Н., 2024

Partition of unity method and smooth approximation

Victor N. Tolstykh✉

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), 190000, Saint Petersburg, Russian Federation

victor.n.tolstykh@gmail.com✉, https://orcid.org/0009-0003-0202-5500

Abstract

This work presents a new piecewise polynomial method of smooth analytic approximation for any dimension and variability of experimental data. Alternatives to this method are cubic and bicubic splines which have their advantages and disadvantages. There are many researches in the field of big data flexible approximation; however nothing similar was found to what is presented in the work, especially concerning multivariate dependencies. Experimental data frequently depend on many variables which for the purposes of compression, prediction, and transmission locally expressed by relatively simple analytic functions. It can be local polynomials, either on some intervals in one-dimensional case or polygons — in two-dimensional cases. Presented in the work method of local functions smooth matching extends from the one-dimension piecewise polynomial approximation method to higher dimensions that has a variety of scientific and practical applications. Under this condition, it makes sense to store and transmit coefficients of local polynomials or other local functions rather than use raw data for those purposes, which frequently requires an unacceptably large amount of resources. In the method described, we use cellular subdivision of the area of interest, and define low-degree polynomials or other parametric functions on the cells. At the junctions between cells, there are overlapping transition zones where local functions match to each other. Their amount is defined by the index of the topological compact covering. As a result, the matching obtains a single double-differentiable analytic function on the entire compact. Defined in the work basic functions are second- and third-degree especial polynomials. The values of these functions smoothly transit from one to zero within a closed unit interval. Derivatives on the interval edges both are equal to zero. The matching is performed by the homotopy which maps a unit interval to the space of functions. Efficiency of the method is demonstrated for one-dimensional case by matching a set of approximating parabolas. We extend this method to the two-dimensional case by applying the known unit partitioning technique with topological maps coverage. The computational experiment demonstrates that even in this case local functions smoothly match making a double-differentiable function on the entire compact. First result is a development of a smooth matching method for experimental data approximation by local parametric functions on a large interval. Second result is development of a new method, based on a unit partitioning, for matching two-dimensional local functions making an approximation on the two-dimensional compact. Third result is a theoretical proof of the method extension from dimension of one and two to any dimension. Task of this study consisted in the development of a useful tool for efficient storage and transmission of experimental data.

Keywords

splines, polynomials, matching functions, unit partitions, coverages, cell spaces, manifolds, approximation

For citation: Tolstykh V.N. Partition of unity method and smooth approximation. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 314–321 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-314-321

Введение

Существует множество алгоритмов построения аналитических зависимостей от одной или двух переменных, другими словами, гладких кривых или поверхностей, аппроксимирующих опытные данные [1–7]. Анализ научных работ показал, что наиболее популярными для аппроксимации одномерных зависимостей являются кубические сплайны и B-сплайны — кривые Безье [8, 9], реже согласующие функции типа синус-косинус или их квадраты [10–12], и более сложного вида функции[1,2], основанные на экспонентах с отрицательным аргументом [13]. Для аппроксимации двумерных зависимостей в основном используются бикубические сплайны [8], а также различные алгоритмы, в основе которых лежит полигональное сглаживание, традиционно применяемое для создания поверхностей 3D-моделей в современных компьютерных играх [1, 12]. В настоящей работе представлен алгоритм, позволяющий гладко (включая непрерывность вторых частных производных) переводить локальные одно- и двухмерные зависимости одну в другую.

По теореме Вейерштрасса об аппроксимации [13], полиномы обладают свойством аппроксимировать с заданной точностью непрерывную функцию на замкнутом отрезке (а также на компакте произвольной размерности, согласно обобщению Стоуна [13]). Полиномы активно используются также для построения поверхностей. Наибольшую вычислительную проблему представляют многомерные полиномы высоких степеней со свободными коэффициентами — они крайне неустойчивы при малейших изменениях в данных, особенно на краях интервалов (или компактов[3]) при большой изменчивости в данных. Для размерностей пространства аргумента не выше двух, эффективным средством построения функций на больших компактах, как правило, являются кубические и бикубические сплайны. Также может быть выполнена сборка (или точнее глад-

[1] Интерполяция и аппроксимация [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://ppt-online.org/128925 (дата обращения: 05.11.2023).

[2] Высококачественное моделирование сложных поверхностей и тел [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.caduser.ru/press/articles/cm_34_ai_step3.html (дата обращения: 15.02.2024).

[3] Компактом называется замкнутое и ограниченное многообразие. Многообразием называется локально евклидово пространство.

кая склейка или согласование) локально определенных достаточно простых функций — полиномов и других функций, плавно переводящих одни локальные функции в другие в переходных зонах согласования.

Цель работы — разработать оригинальный метод согласования локальных функций, через построение набора базовых функций, разбивающих единицу [11, 14] на некотором двумерном компакте (в общем случае — гиперкубе), которые позволяют гладко соединять (согласовывать) локальные функции друг с другом. Результатом будет являться многомерная гладкая функция класса C^2, т. е. дважды дифференцируемая функция, определенная на всем компакте.

Разбиение единицы

Разбиением единицы [15] в топологии называется конструкция для работы с множеством карт D_α на компакте M, образующем атлас покрытия. Конструкция требует, чтобы листы карт покрывали [16] данное многообразие целиком, «с нахлестом». При этом на M должна быть задана система вещественных функций $\{h_n\}$, $n \in N$ таких, что

1) $0 \le h_n \le 1$;
2) носитель каждой из этих функций целиком содержится в D_α;
3) $\sum\limits_{n \in N} h_n = 1$ для любой точки $x \in M$.

Для моделирования согласования локальных функций использован частный случай покрытия двумерного компакта — квадратной области, разделенной на 9 клеток и покрытой четырьмя листами покрытия (рис. 1). Число листов над каждой точкой называется индексом покрытия. В рассматриваемом случае есть три варианта — это зоны с индексами покрытия 1, 2, 4. Выделим срединную клетку с индексом покрытия 4, в которой каждая точка $x \in M \subset M'$ покрывается ровно четырьмя листами карт. На M' заданы «базовые» функции согласования, представляющие разбиение единицы на M, такие, что на клетке компакта M, покрытой всеми листами, их сумма тождественно равна единице. Таким образом, выполнено условие $\sum\limits_{n \in N} h_n = 1$ для любой точки $x \in M$.

Назовем одномерную функцию $g(t)$ базовой функцией, если она обладает следующими свойствами:

— $g(t) \in C^2\,[0, 1]$;
— $0 \le g(t) \le 1$;
— $g(0) = 1$, $g(1) = 0$;
— $g(t) + g(1 - t) = 1 \forall t \in [0, 1]$;
— $g'(0) = g'(t) = 0$;
— $g''(0) = -g''(1)$.

Такими свойствами обладает кубический полином $f(x) = 1 - 3x^2 + 2x^3$, заданный на отрезке [0, 1], а также сборка из фрагментов двух парабол

$$g(x) = \begin{cases} 1 - 2x^2, & 0 \le x \le 0{,}5 \\ 2(x-1)^2, & 0{,}5 \le x \le 1 \end{cases}.$$

Согласование локальных функций на отрезке

Возьмем две локальные функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$, заданные на пересекающихся интервалах $[a, 1]$ и $[0, b]$, где $a < 0$ и $b > 1$, тогда их согласование на интервале [0, 1] будет выглядеть как гомотопия g: $[0, 1] \to C^\infty$, гладко переводящая одну функцию в другую при изменении параметра t от значения 0 до значения 1.

$$f(x) = g(t)f_1(x) + g(1 - t)f_2(x), \text{ при } t = x.$$

Если две функции пересекаются на интервале [0, 1], то их согласование будет выглядеть как плавное понижение значения первой функции от начала интервала до нуля и одновременно такое же плавное возрастание второй функции от нуля до ее настоящего значения на конце интервала[1]. Степень гладкости согласованной функции на всем компакте будет равна двум, т. е. $f \in C^2(M')$. Это следует из равенства значений, а также первой и второй производных функций $g(t)$ и $g(1 - t)$ в точках, принадлежащих одновременно двум интервалам, т. е. в точках $x_i = b_i = a_{i+1}$ для соседних интервалов $[a_i, b_i]$ и $[a_{i+1}, b_{i+1}]$.

Рассмотрим пример согласования трех локальных функций (рис. 2). Здесь и на следующих рисунках единицы измерения относительные. Локальные функции — параболы, получены методом наименьших квадратов К.Ф. Гаусса. Выделенной линией показано как из трех парабол получилась одна сложная гладкая кривая на интервале $[\pi, 3\pi]$.

На рис. 2 локальные функции — параболы — показаны пунктиром. Выделенной линией показано как из

[1] Если интервал согласования отличен от [0, 1], то его следует привести к этим границам преобразованием $[a, b] \to$ $\to [0, 1]$.

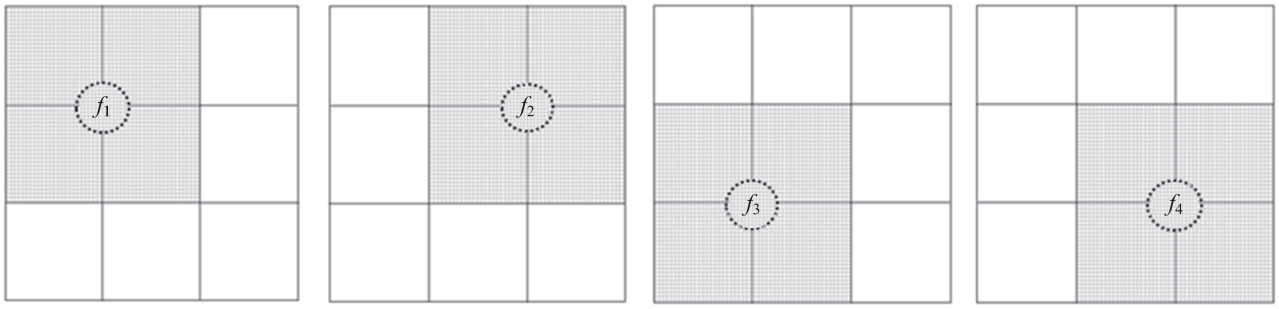


Рис. 1. Расположение четырех листов покрытия на компакте. Кружками отмечены локальные функции

Fig. 1. Arrangement of four coating sheets on the compact. Local functions are marked by circles

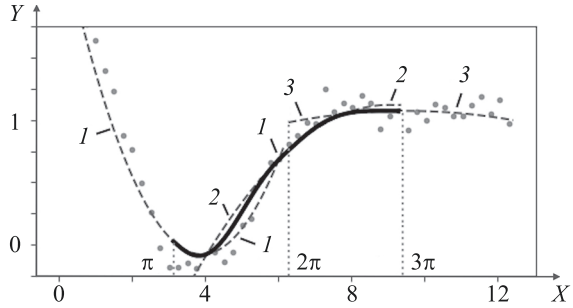


Рис. 2. Пример согласования трех локальных функций

Fig. 2. An example of three local functions matching

трех парабол получилась одна сложная гладкая кривая на интервале [π, 3π]. Локальные функции получены методом наименьших квадратов. Точками задана модель для аппроксимации и согласования — модельная функция с наложенной на нее аддитивной помехой. Цифрами отмечены локальные функции — параболы. Вертикальные пунктирные линии показывают центры построения трех локальных функций, они также являются границами интервалов согласования. Параболы построены на пересекающихся отрезках: [0, 2π], [π, 3π] и [2π, 4π].

Построение поверхностей

Двумерная базовая функция согласования, которая осуществляет согласование функций на двумерном компакте $I^2 = [0, 1]^2$, строится на основе одномерных базовых функций. В отличие от одномерного случая, «соседями» компакта в виде квадрата являются уже не две, а четыре функции: f_1, f_2, f_3, f_4 (рис. 1), соответствующие четырем вершинам квадрата I^2. Соответственно, функций согласования также должно быть четыре. Функции получены из формулы для одномерного согласования. Заметим, что для удобства кодирования, предпочтительно пользоваться базовой функцией одного аргумента, подставляя при вызове в нее аргументы: x или y; $1 - x$ или $1 - y$.

В данном случае набор двумерных базовых функций образует разбиение единицы, если области действий локальных функций четырехлистно покрывают I^2. Аппроксимирующей функцией на этом участке, при условии, что четыре функции f_1, f_2, f_3, f_4 его полностью покрывают, будет взвешенная сумма. Условия на границе компакта допускают, что клетка может быть покрыта не только четырьмя листами карт, но также двумя или даже одним, если находится на грани или в углу компакта. В последнем случае значение ее локальной функции не меняется, т. е. согласования не производится. При покрытии двумя листами карт, базовая функция согласования будет зависеть только от одной координаты — от x ($t = x$) или от y ($t = y$) на компакте I^2.

На регулярной двумерной сетке с координатами x и y выполним разбиение единицы таким образом, чтобы центральная клетка содержала четыре функции согласования. Далее построим набор локальных функций f_1, f_2, f_3, f_4, аппроксимирующих данные, покрывающие каждую клетку «с нахлестом» на размер клетки. Тогда для каждой точки центральной клетки получится набор из четырех значений от четырех локальных функций. После чего суммируем эти функции с весами, определенными базовыми функциями согласования, все они имеют стандартный вид $g(t)$. Таким образом, склеиваем четырехлистное покрытие в один глобальный покрывающий лист, соединяющий четыре функции вместе (рис. 3).

Центральная клетка имеет четырехлистное покрытие (рис. 1) там, где происходит разбиение единицы. Каждая из четырех функций под листами покрытия может быть полиномом от двух переменных, например, параболоидом или седловой поверхностью, заданная полиномом третьей степени. Или же иной параметрической, в частности, рациональной функцией. За пределами элементов покрытия эти функции равны нулю. В месте пересечения-нахлеста элементов покрытия функции согласовываются друг с другом, т. е. суммируются с «весами» заданными базовыми функциями согласования.

На рис. 4 представлен вид центральной клетки с четырьмя функциями согласования, подчиненными четырем листам покрытия D_α. Такое представление позволяет делать произвольное разбиение компакта, пристраивая клетку к клетке. Выпишем явно формулы для всех функций согласования на центральной клетке и добавим параметры сдвига n_x и n_y, позволяющие добавлять клетки, дублируя существующие по координатной сетке.

$$z_1 = g(x + n_x)g(y + n_y),$$
$$z_2 = g(1 - x - n_x)g(y + n_y),$$
$$z_3 = g(x + n_x)g(1 - y - n_y),$$
$$z_4 = g(1 - x - n_x)g(1 - y - n_y).$$

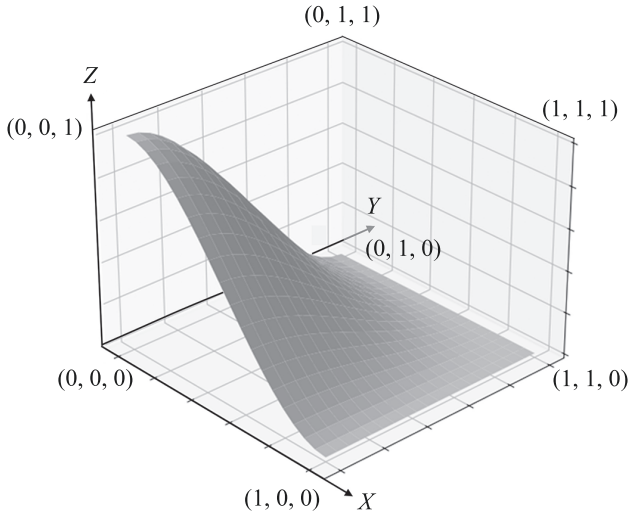


Рис. 3. Двумерная базовая функция согласования гладко спадает от значения 1 с градиентом (0, 0) в начале координат до значения 0 с градиентом (0, 0) в точках компакта [1, 0], [0, 1] и [1, 1]. Также на ребрах, соединяющих [0, 1] с [1, 1] и [1, 0] с [1, 1]

Fig. 3. Two-dimensional matching function smoothly decreases from the value 1 with zero gradient (0, 0) to the value 0 with zero gradient (0, 0) in points of the compact [1, 0], [0, 1] and [1, 1]

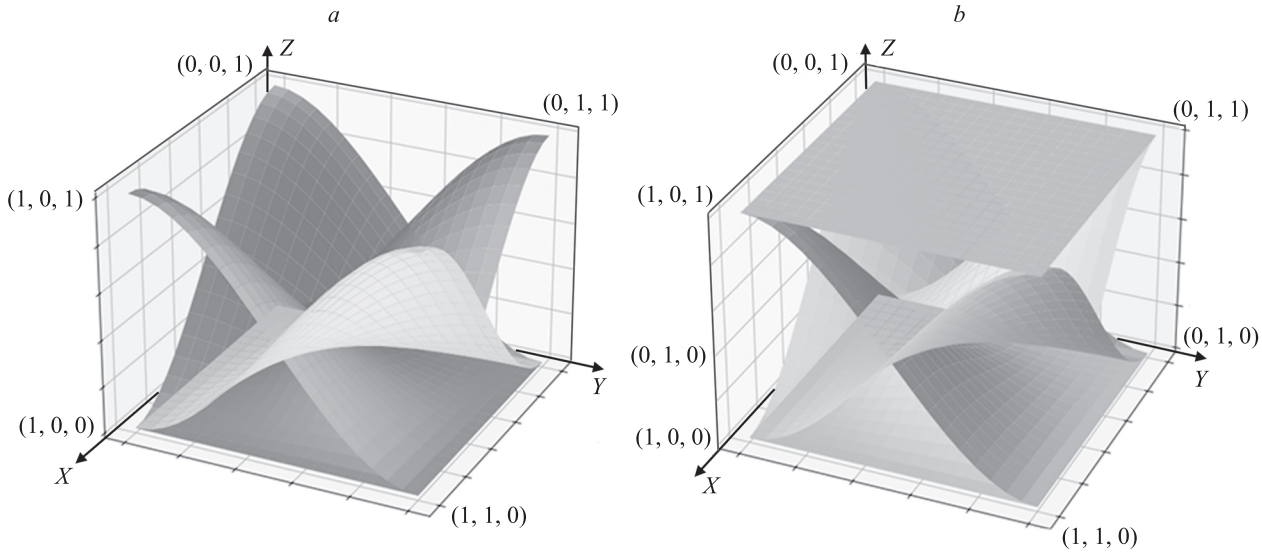


Рис. 4. Разбиение единицы в центральной клетке (*a*) и в центральной клетке с добавленной суммой четырех базовых функций (*b*)

Fig. 4. Partition of unity in the central cell (*a*) and in the central cell with a sum of basic functions (*b*)

Пример согласующей поверхности для функций: $f(0, 0) = 0{,}1$; $f(1, 0) = 0{,}2$; $f(0, 1) = 0{,}3$; $f(0, 0) = 0{,}4$ приведен на рис. 5.

Для практических задач с компактами большого размера весь компакт M разбивается на небольшие клетки, на которых строится покрытие локальными моделями. Клеточное разбиение выбирается таким образом, чтобы в пределах одной клетки аппроксимирующая зависимость могла быть описана полиномом первой (три коэффициента), второй (6 коэффициентов), максимум третьей (10 коэффициентов) степени от двух переменных, или иной аппроксимирующей функцией. Демонстрация согласования локальных функций на примере компакта из 9 клеток, покрытых четырьмя листами покрытия с заданными на них локальными функциями приведена на рис. 6.

Покажем, что несложно разработать компьютерный алгоритм для функций согласования любой размерности, по аналогии с двумерным согласованием.

Лемма о сумме базовых функций. Сумма базовых функций на компакте I^2 тождественно равна единице.

Доказательство. Расчетные функции для согласования в центральной клетке с заменой обозначения переменных x, y на переменную с индексом

$$z_1 = g(x_1)g(x_2),$$
$$z_2 = g(1 - x_1)g(x_2),$$
$$z_3 = g(x_1)g(1 - x_2),$$
$$z_4 = g(1 - x_1)g(1 - x_2).$$

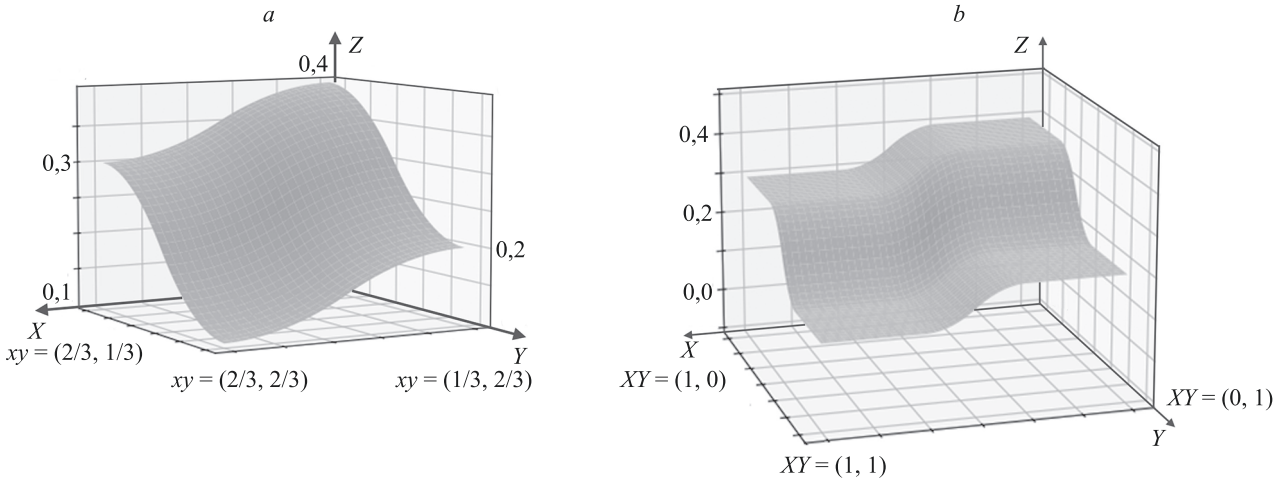


Рис. 5. Результаты согласования в центральной клетке (*a*) и по всему компакту (*b*). Угловые значения локальных функций на компакте равны 0,4, 0,3, 0,2 и 0,1

Fig. 5. Result of functions matching in the central cell (*a*) and in entire compact (*b*). Corner values of local functions are 0.4, 0.3, 0.2, and 0.1 accordingly

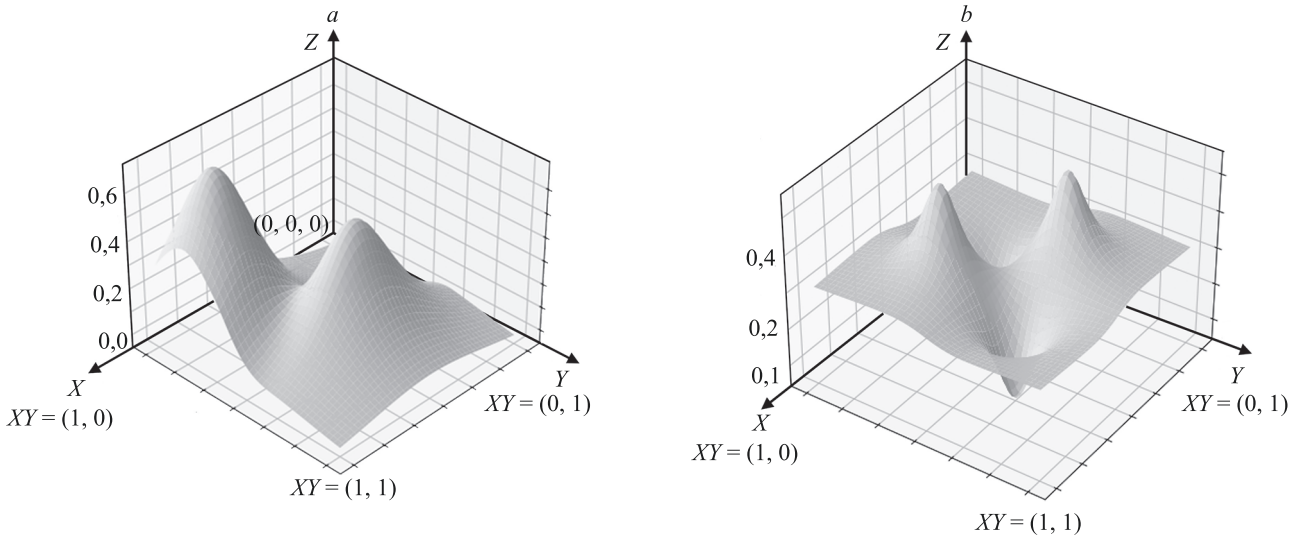


Рис. 6. Гладкое согласование двух (*a*) и четырех (*b*) рациональных функций с полиномами второй степени в знаменателе, представленных единичными «пиками», расположенных на четырех элементах покрытия

Fig. 6. Smooth matching of two (*a*) and four (*b*) rational functions presented by second degrees polynomials in the denominator with a single «peak» on four covering sheets

Сумма четырех базовый функций

$$z = g(x_1)g(x_2) + g(1 - x_1)g(x_2) +$$
$$+ g(x_1)g(1 - x_2) + g(1 - x_1)g(1 - x_2) =$$
$$= (g(x_1) + g(1 - x_1))(g(x_2) + g(1 - x_2)) = 1 \cdot 1 \equiv 1 \blacksquare.$$

Теорема о согласовании функций. Алгоритм согласования локальных функций применим для компакта любой размерности.

Доказательство. Воспользуемся методом математической индукции.

База индукции: из расчетных функций для согласования в центральной клетке следует, что

$$n = 1\colon z_1 + z_2 = G_1 = (g(1 - x_1) + g(x_1)) = 1,$$
$$n = 2\colon z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = G_2 = G_1(g(x_2) + g(1 - x_2)) = 1,$$

где G_k — функция от k переменных при $k = 1, 2, \ldots, n$. Количество слагаемых z_k при повышении размерности на единицу увеличивается в два раза, при этом число равных единице на единичном интервале [0, 1] сомножителей увеличивается на единицу.

Сделаем индукционное предположение, что на n-мерной клетке согласование выполняется.

$$G_n = (g(x_1) + g(1 - x_1))(g(x_2) + g(1 - x_2)) \ldots$$
$$\ldots (g(x_n) + g(1 - x_n)) = 1.$$

Добавление еще одной переменной x_{n+1} приводит к формуле, доказывающей теорему

$$G_{n+1} = \sum_{k=1}^{2n+1} z_k = G_n(g(x_{n+1}) + g(1 - x_{n+1})) = 1 \blacksquare.$$

Обсуждение

Особенность предлагаемого подхода к построению аналитических гладких одно- и двумерных, а в перспективе и более многомерных зависимостей на базе локальных функций, состоит в том, что он работает на полигональной сетке любых размеров. Как на сетке, составленной в двумерном случае из четырехугольников (четырехугольник как трансформированный квадрат с локализованной координатной сеткой), так и на сетке из треугольников (треугольник как вырожденный четырехугольник) произвольных размеров и форм. Причем все вычисления производятся локально, в отличие от стандартных кубических и бикубических сплайнов, независимо от того какие у каждой клетки соседи. Ничто не мешает расширить семейство локальных функций с полиномов младших степеней на произвольные локальные функции (рис. 6). Основная цель данной работы — разработка метода быстрого построения одно и двумерных гладких аналитических зависимостей, с перспективой обобщения на следующие размерности. Начиная с метода наименьших квадратов и метода группового учета аргументов, к удобному алгоритму согласования локальных зависимостей и эффективной замене кубических и бикубических сплайнов. Принципиальное отличие разработанного алгоритма — применение клеточного разбиения единицы, позволяющего строить многомерные зависимости максимально точно, быстро и на неограниченно больших компактах, если на них задано какое-то полигональное разбиение. Результаты исследования частично представлены в работах [17, 18].

Заключение

В работе представлен оригинальный подход к аналитическому представлению многомерных зависимостей в виде единой дважды дифференцируемой

функции на базе локальных полиномов, а также других легко определяемых функций, в том числе с помощью метода наименьших квадратов К.Ф. Гаусса, позволяющего получать результат быстро без использования алгоритмов пошаговой оптимизации. Локальные полиномы строятся на картах, принадлежащих атласу топологического покрытия компакта, клеточное разбиение которого позволяет в тех местах, где индекс покрытия превышает единицу, производить гладкое согласование локальных функций между собой. Тем самым предотвращая разрывы в значениях и производных функции, определенной на всем компакте. Наибольшая применимость метода на данный момент ожидается для аппроксимации больших одномерных временных рядов, что позволит эффективно обрабатывать данные по частям, при этом делая результат бесшовным. Это позволяет хранить и передавать по каналам обработанную информацию в виде набора коэффициентов локальных функций вместо отсчетов, что может дать значительный выигрыш в экономии как места хранения, так и в производительности канала связи. Применимость метода для размерностей компакта от двух и выше осложняется тем, что мы с трудом себе представляем какие-либо многомерные гиперповерхности и не склонны доверять тому, на что не можем посмотреть, что не можем изобразить. Однако наличие надежного и, главное, апробированного метода бесшовной аппроксимации может дать толчок в развитии исследований в области многомерной аппроксимации. В данное время наиболее эффективно с многомерными данными работают нейронные сети. При этом их эффективность направлена в основном на задачи кластеризации и классификации, в то время как задачи многомерной регрессии данных в нейронных сетях не очень широко представлены. Из этого следует, что направление исследований, обозначенное в данной работе, имеет далекую перспективу.

Литература

1. Shapiai M.I., Ibrahim Z., Khalid M., Jau L.W., Pavlovic V., Watada J. Function and surface approximation based on enhanced kernel regression for small sample sets // International Journal of Innovative Computing, Information and Control. 2011. V. 7. N 10. P. 5947–5960.
2. Méhauté A.L., Rabut Ch., Schumaker L.L. Surface Fitting and Multiresolution Methods. V. II. Vanderbilt University Press, 1997. 354 p.
3. Friedman B. Principles and Techniques of Applied Mathematics. NY: Dover Publications Inc., 1990. 315 p.
4. Lancaster P., Šalkauskas K. Curve and Surface Fitting. An Introduction. London, Orlando: Academic Press, 1986. 280 p.
5. Wavelets, Images, and Surface Fitting / ed by P.-J. Laurent, A.L. Méhauté, L. Schumaker. CRC Press, 1994. 544 p.
6. Myers R.H., Montgomery D.C., Anderson-Cook Ch.M. Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments / 4th ed. Wiley, 2016. 856 p.
7. Havil J. Curves for the Mathematically Curious: An Anthology of the Unpredictable, Historical, Beautiful, and Romantic. Princeton University Press, 2019. 280 p.
8. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001. 604 с.
9. Lawson J. Partitions of Unity and Smooth Functions [Электронный ресурс]. URL:https://www.math.lsu.edu/~lawson/Chapter4.pdf. (дата обращения: 15.02.2024).
10. Grangé P., Mathiot J.-F., Werner E. Taylor-lagrange renormalization scheme: Application to light-front dynamics // Physical Review D. 2009. V. 80. N 10. P. 105012. https://doi.org/10.1103/physrevd.80.105012
11. Cavoretto R. Adaptive radial basis function partition of unity interpolation: A bivariate algorithm for unstructured data // Journal of Scientific Computing. 2021. V. 87. N 2. P. 41. https://doi.org/10.1007/s10915-021-01432-z
12. Yasmin G., Muhui A., Araci S. Certain Results of q -Sheffer–Appell polynomials // Symmetry. 2019. V. 11. N 2. P. 159. https://doi.org/10.3390/sym11020159
13. Weierstrass K. Mathematische Werke. Bd.3. P.1.
14. Pasioti A. On the constrained solution of RBF surface approximation // Mathematics. 2022. V. 10. N 15. P. 2582. https://doi.org/10.3390/math10152582
15. Энгелькинг Р. Общая топология. М.: Мир, 1986. 752 с.
16. Рохлин В.А., Фукс Д.Б. Начальный курс топологии: Геометрические главы. М.: Наука, 1977. 487 с.
17. Толстых В.Н. Нейронные сети для экстраполяции временных рядов // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. 2023. Т. 15. № 6. С. 4–11. https://doi.org/10.36724/2409-5419-2023-15-6-4-11

References

1. Shapiai M.I., Ibrahim Z., Khalid M., Jau L.W., Pavlovic V., Watad J. Function and surface approximation based on enhanced kernel regression for small sample sets. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2011, vol. 7, no. 10, pp. 5947–5960.
2. Méhauté A.L., Rabut Ch., Schumaker L.L. *Surface Fitting and Multiresolution Methods*. V. II. Vanderbilt University Press, 1997, 354 p.
3. Friedman B. *Principles and Techniques of Applied Mathematics*. NY, Dover Publications Inc., 1990, 315 p.
4. Lancaster P., Šalkauskas K. *Curve and Surface Fitting. An Introduction*. London, Orlando, Academic Press, 1986, 280 p.
5. *Wavelets, Images, and Surface Fitting*. Ed by P.-J. Laurent, A.L. Méhauté, L. Schumaker. CRC Press, 1994, 544 p.
6. Myers R.H., Montgomery D.C., Anderson-Cook Ch.M. *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. 4th ed. Wiley, 2016, 856 p.
7. Havil J. *Curves for the Mathematically Curious: An Anthology of the Unpredictable, Historical, Beautiful, and Romantic*. Princeton University Press, 2019, 280 p.
8. Rogers D., Adams J. *Mathematical Elements for Computer Graphics*. McGraw-Hill, 1989, 512 p.
9. Lawson J. *Partitions of Unity and Smooth Functions*. Available at: https://www.math.lsu.edu/~lawson/Chapter4.pdf. (accessed: 15.02.2024).
10. Grangé P., Mathiot J.-F., Werner E. Taylor-lagrange renormalization scheme: Application to light-front dynamics. *Physical Review D*, 2009, vol. 80, no. 10, pp. 105012. https://doi.org/10.1103/physrevd.80.105012
11. Cavoretto R. Adaptive radial basis function partition of unity interpolation: A bivariate algorithm for unstructured data. *Journal of Scientific Computing*, 2021, vol. 87, no. 2, pp. 41. https://doi.org/10.1007/s10915-021-01432-z
12. Yasmin G., Muhui A., Araci S. Certain Results of q -Sheffer–Appell polynomials. *Symmetry*, 2019, vol. 11, no. 2, pp. 159. https://doi.org/10.3390/sym11020159
13. Weierstrass K. *Mathematische Werke*. Bd.3. P.1.
14. Pasioti A. On the constrained solution of RBF surface approximation. *Mathematics*, 2022, vol. 10, no. 15, pp. 2582. https://doi.org/10.3390/math10152582
15. Engelking R. *General Topology*. Polish Scientific Publ., 1977, 626 p.
16. Fuks D.B., Rokhlin V.A. *Beginner's Course in Topology: Geometric Chapters*. Springer-Verlag, 1984. 519 p.
17. Tolstykh V.N. Neural networks for a time series extrapolation. *H&ES Research*, 2023, vol. 15, no. 6, pp. 4–11. (in Russian). https://doi.org/10.36724/2409-5419-2023-15-6-4-11

18. Толстых В.Н. О развитии методов классификации и регрессии // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы: Материалы XXVI Международной научной конференции. В 3-х частях. Часть 1. СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2023. С. 113–117.

18. Tolstykh V.N. On the development of classification and regression methods. *Wave Electronics and Infocommunication Systems. Proc. of the XXVI International Scientific Conference. In 3 parts. Part 1*. St. Petersburg, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2023, pp. 113–117. (in Russian)

Автор

Толстых Виктор Николаевич — кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0003-0202-5500, victor.n.tolstykh@gmail.com

Author

Victor N. Tolstykh — PhD, Associate Professor, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, 190000, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0003-0202-5500, victor.n.tolstykh@gmail.com

Статья поступила в редакцию 16.02.2024
Одобрена после рецензирования 01.03.2024
Принята к печати 26.03.2024

Received 16.02.2024
Approved after reviewing 01.03.2024
Accepted 26.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-322-329
УДК 004.8

Цензурирование обучающих выборок с использованием регуляризации отношений связанности объектов классов

Николай Александрович Игнатьев[1]✉, Даврбек Худаёрович Турсунмуротов[2]

[1,2] Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, 100174, Узбекистан

[1] n_ignatev@rambler.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-7150-5837
[2] mr.davrbek@mail.ru, https://orcid.org/0009-0009-8664-9639

Аннотация
Введение. Рассмотрено цензурирование обучающих выборок с учетом специфики реализации алгоритмов метода ближайшего соседа. Процесс цензурирования связан с использованием множества граничных объектов классов по заданной метрике с целью: поиска и удаления шумовых объектов; анализа кластерной структуры обучающей выборки по отношению связанности. Исследуются специальные условия удаления шумовых объектов и формирования базы прецедентов для обучения алгоритмов. Распознавание объектов по такой базе должно обеспечивать более высокую точность с минимальными затратами вычислительных ресурсов относительно исходной выборки. **Метод.** Разработаны необходимые и достаточные условия для отбора шумовых объектов из множества граничных. Необходимое условие принадлежности граничного объекта к множеству шумовых задается в виде ограничения (порога) на отношение расстояний до ближайшего объекта из своего класса и его дополнения. Поиск минимального покрытия обучающей выборки эталонами производится на основе анализа кластерной структуры. Эталоны представлены объектами выборки. Структура отношений связанности объектов по системе гипершаров используется для их группировки. Состав групп формируется из центров (объектов выборки) для гипершаров, в пересечении которых содержатся граничные объекты. Значение меры компактности вычисляется как среднее число объектов обучающей выборки за вычетом шумовых, притягиваемое одним эталоном минимального покрытия. Выполняется анализ связи обобщающей способности алгоритмов при машинном обучении со значением меры компактности. Наличие связи обосновывается по критерию (регуляризатору) для отбора числа и состава множества шумовых объектов. Оптимальные коэффициенты регуляризации определяются как значения порогов для удаления шумовых объектов. **Основные результаты.** Показана связь между значением меры компактности обучающей выборки и обобщающей способностью алгоритмов распознавания. Связь выявлена по эталонам минимального покрытия выборки, из которых сформирована база прецедентов. Обнаружено, что точность распознавания по базе прецедентов выше, чем на исходной выборке. Минимальный состав базы прецедентов включает описания эталонов и параметры локальных метрик. При использовании процедур нормирования данных требуются дополнительные параметры. Анализ значений меры компактности востребован для обнаружения переобучения алгоритмов, связанного с размерностью признакового пространства. Распознавание по базе прецедентов минимизирует затраты вычислительных ресурсов с помощью алгоритмов метода ближайшего соседа. **Обсуждение.** Приводятся рекомендации по разработке моделей из области информационной безопасности, для обработки и интерпретации данных социологических исследований. Для использования в информационной безопасности формируется база прецедентов для идентификации DDOS-атак. Новые знания из области социологии предлагается получать через анализ значений показателей шумовых объектов и интерпретацию результатов разбиения респондентов на непересекающиеся группы по отношению к связанности объектов. Конфигурации групп по отношению связанности изначально не известны. Нет смысла вычислять их центры, которые могут размешаться за пределами конфигураций. Для объяснения содержимого групп предложено использовать эталоны минимального покрытия.

Ключевые слова
меры компактности, база прецедентов, коэффициенты регуляризации, минимальное покрытие эталонами, шумовые объекты

Благодарности
Работа выполнена в рамках плана научных исследований кафедры «Искусственный интеллект» Национального университета Узбекистана.

© Игнатьев Н.А., Турсунмуротов Д.Х., 2024

Ссылка для цитирования: Игнатьев Н.А., Турсунмуротов Д.Х. Цензурирование обучающих выборок с использованием регуляризации отношений связанности объектов классов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 322–329. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-322-329

Censoring training samples using regularization of connectivity relations of class objects

Nikolay A. Ignatev[1]✉, Davrbek X. Tursunmurotov[2]

[1,2] National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, 100174, Uzbekistan

[1] n_ignatev@rambler.ru✉, https://orcid.org/0000-0002-7150-5837
[2] mr.davrbek@mail.ru, https://orcid.org/0009-0009-8664-9639

Abstract
The censoring of training datasets is considered taking into account the specific implementation of the nearest neighbor method algorithms. The censoring process is associated with the use of a set of boundary objects of classes according to a given metric for the purpose of: searching and removing noise objects and analyzing the cluster structure of the training sample in relation to connectivity. Special conditions for removing noise objects and forming a precedent base for training algorithms are explored. Recognition of objects using such a database should provide higher accuracy with minimal computational resources relative to the original dataset. Necessary and sufficient conditions for selecting noise objects from a set of boundary ones have been developed. The necessary condition for a boundary object to belong to the noise set is specified in the form of a restriction (threshold) on the ratio of the distances to the nearest object from its class and its complement. The search for the minimum coverage of the training dataset with standards is carried out based on the analysis of the cluster structure. The standards are represented by sample objects. The structure of the connectivity relations of objects according to the hypersphere system is used to group them. The composition of the groups is formed from centers (dataset objects) for hyperspheres the intersection of which contains boundary objects. The value of the compactness measure is calculated as the average number of objects in the training dataset, excluding noise, pulled in by one standard of minimum coverage. An analysis is carried out of the connection between the generalizing ability of algorithms in machine learning and the value of the compactness measure. The presence of a connection is justified by a criterion (regularizer) for selecting the number and composition of a set of noise objects. Optimal regularization coefficients are defined as threshold values for removing noise objects. The relationship between the value of the training dataset compactness measure and the generalizing ability of recognition algorithms is shown. The connection was identified using the standards of minimum sample coverage from which the precedent base was formed. It was found that the recognition accuracy using the precedent base is higher than that using the original dataset. The minimum composition of the precedent base includes descriptions of standards and parameters of local metrics. When using data normalization procedures, additional parameters are required. Analysis of the values of the compactness measure is in demand to detect overfitting of algorithms associated with the dimension of the feature space. Recognition based on precedents minimizes the cost of computing resources using nearest neighbor algorithms. Recommendations are given for the development of models in the field of information security for processing and interpreting sociological research data. For use in information security, a precedent base is being formed to identify DDOS attacks. It is proposed to obtain new knowledge from the field of sociology through the analysis of the values of indicators of noise objects and the interpretation of the results of dividing respondents into non-overlapping groups in relation to the connectedness of objects. The configurations of groups in relation to connectivity are not initially known. There is no point in calculating their centers which can be located outside the configurations. To explain the contents of groups, it is proposed to use standards of minimum coverage.

Keywords
compactness measures, precedent base, regularization coefficients, minimum coverage with standards, noise objects

Acknowledgments
The work was carried out within the framework of the scientific research plan of the Department of Artificial Intelligence of the National University of Uzbekistan.

For citation: Ignatev N.A., Tursunmurotov D.X. Censoring training samples using regularization of connectivity relations of class objects. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 322–329 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-322-329

Введение

Цензурирование обучающих выборок рассматривается как важная часть процесса машинного обучения. Основными целями цензурирования являются повышение обобщающей способности и снижение сложности алгоритмов. Реализация этих целей, как правило, связана с формированием обучающих выборок через поиск и удаление шумовых объектов и признаков [1–3]. Специфику цензурирования для метрических алгоритмов распознавания в работе [2] предложено рассматривать через меру компактности объектов классов и выборки в целом.

Процедура цензурирования в [4] предусматривала коррекцию диагностируемых объектов на примере выборок данных из области медицины. Смысл коррекции заключался в удалении таких объектов или исправлении ошибки в диагностируемом (целевом) признаке. Реализация процедуры основана на анализе изменений в оценке разделимости объектов классов, вычисляемой до и после внесения исправлений при использовании функции конкурентного сходства. Отказ от фильтрации

испорченных объектов мотивировался тем, что такие действия могут отрицательно отразиться на представительности обучающей выборки.

В работе [5] отмечено наличие влияния шумовых объектов на структуру отношений объектов обучающих выборок в метрических алгоритмах. Утверждалось, что множество шумовых объектов является подмножеством граничных по заданной метрике. Интерес к граничным объектам связан с использованием их для вычисления отношений связанности объектов классов по системе гипершаров. Отношение связанности применяется для разбиения объектов классов на непересекающиеся группы и вычисления по ним минимального покрытия обучающей выборки эталонами. Эталоны представлены объектами выборки. Предложены две меры компактности для оценки:

1) структуры отношений объектов в интервале (0; 1];
2) обобщающей способности алгоритмов распознавания.

Множество допустимых значений меры 1 в интервале (0; 1] зависит от количества групп в каждом классе и их мощности. Мера 2 определяется как среднее число объектов выборки за вычетом шумовых, притягиваемое одним эталоном минимального покрытия. Эта мера предлагается для оценки обобщающей способности алгоритмов в качестве альтернативы известному методу кросс-валидации. Число и состав шумовых объектов после их удаления меняет конфигурацию граничных и, как следствие, мощность множества эталонов покрытия. Число эталонов покрытия служат показателем представительности обучающей выборки.

Процесс поиска минимального покрытия в работе [5] реализован жадным алгоритмом. По этой причине шумовые объекты могут быть выбраны в качестве эталонов и повлиять на обобщающую способность алгоритмов распознавания в сторону ее уменьшения. Поскольку задачи распознавания являются некорректными, встает вопрос о наличии оптимального решения — получения максимума значения меры компактности. Поиск оптимального решения осуществлен через соотношение между числом эталонов минимального покрытия и числом определяемого состава удаляемых шумовых объектов. Для проверки принадлежности к множеству шумовых объектов предложено использовать дополнительный критерий — регуляризатор.

Меры компактности в отличии от метода кросс-валидации не являются средством для вычисления точности распознавания. Введение регуляризатора позволяет упорядочивать значения меры в зависимости от разных факторов, определяющих структуру отношений между объектами обучающей выборки и использовать их для анализа. Уменьшение значения меры при добавлении признаков в набор может рассматриваться как индикатор «проклятия размерности». Анализ порядка следования значений востребован при выборе метрики для вычисления расстояния между объектами и способов нормирования данных, отборе информативных наборов признаков.

Предмет исследования

В работе [6] описаны особенности использования эвристических метрик в методах типа «ближайших соседей». При реализации данных методов рассматриваются некоторые соотношения расстояний между различными парами объектов. Метрики, которые порождают совпадающие соотношения расстояний на множестве описаний объектов, оказываются эквивалентными при вычислении значений мер компактности. Изучение причин несовпадения значений компактности требует иных методов анализа с целью использования их результатов для цензурирования.

Существует потребность в проверке гипотезы о наличии последовательности признаков, удаление части из которых, согласно порядку их следования, обеспечивает монотонное неубывание значений меры компактности. Достоверность значений меры возрастает за счет использования регуляризаторов. Свойство монотонности снижает комбинаторную сложность процесса отбора информативных признаков.

Обобщающая способность алгоритма метода ближайшего соседа зависит от структуры отношений по множеству граничных объектов классов [5]. Как правило, эта структура меняется при удалении шумовых объектов из выборки. По сути дела, на обучающей выборке рассматриваются исходное и переопределенное множества граничных объектов, полученные до и после удаления шумовых объектов.

Удаление части граничных объектов (шумовых) рассматривается как способ поиска отступа между классами с целью повышения обобщающей способности алгоритмов распознавания. Отступ является относительной величиной, которая влияет на вычисление значений параметров локальных метрик и состав эталонов минимального покрытия выборки.

Для включения граничного объекта в состав шумовых используется отношение расстояний до двух ближайших объектов из своего класса и его дополнения. Утверждается, что для получения оптимального с точки зрения точности распознавания решения необходимо вводить ограничения (пороги) на значения оценок отношений. Выбор порогов (отступов) связан с решением задачи поиска максимального значения меры компактности на обучающей выборке по критерию регуляризации.

Численное решение задачи регуляризации структуры отношений объектов по мере компактности и формирование баз прецедентов через минимальное покрытие выборки эталонами в настоящей работе предложено впервые. Вероятным объяснением отсутствия аналогичных научных работ является то, что сложность решения задачи о минимальном покрытии оценивается как NP-полная. Практически получить решение поставленной задачи невозможно, так как требуется выполнить полный перебор всех вариантов. Для исключения полного перебора вариантов осуществлена предобработка данных через группировку объектов по отношению их связанности по системе пересекающихся гипершаров. Поиск эталонов после предобработки производится по каждой группе в отдельности.

Постановка задачи. Минимальное покрытие выборки эталонами

Рассмотрим задачу распознавания в стандартной постановке. Будем считать, что задано множество из m объектов $E = \{S_1, \ldots, S_m\}$, разделенное на l непересекающихся классов $K_1, \ldots, K_l$. Описание объектов производится с помощью n разнотипных признаков $X(n) = (x_1, \ldots, x_n)$, ξ из которых измеряются в интервальных шкалах, $n - \xi$ — в номинальной. На множестве объектов E_0 задана метрика $\rho(x, y)$.

Введем обозначения множеств: $B(E, \rho) = \left\{S \in E | \rho(S_i, S) = \min\limits_{S_i \in K_j,\, S_d \in CK_j} \rho(S_i, S_d)\right\}$ — граничных объектов классов; $T \subset B(E_0, \rho)$ — шумовых объектов, определяемых на E_0 по метрике $\rho(x, y)$; $E = E_0 \backslash T$.

Объекты $S_i, S_j \in K_t$, $t = 1, \ldots, l$ считаются связанными между собой $S_i \leftrightarrow S_j$, если $\{S \in B(E, \rho) | \rho(S, S_i) < r_i$ и $\rho(S, S_j) < r_j\} \neq \varnothing$, где $r_i(r_j)$ — расстояние до ближайшего от $S_i(S_j)$ объекта из дополнения $CK_t(CK_t = E \backslash K_t)$ к K_t по метрике $\rho(x, y)$. Множество $G_{tv} = \{S_{v1}, \ldots, S_{vc}\}$, $c \geq 2$, $G_{tv} \subset K_t$, $v < |K_t|$ представляет область (группу) со связанными объектами в классе K_t, если для любых S_{vi}, $S_{vj} \in G_{tv}$, существует путь $S_{vi}, \leftrightarrow S_{vk} \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow S_{vj}$. Объект $S_i \in K_t$, $t = 1, \ldots, l$, принадлежит группе из одного элемента и считается несвязанным, если не существует пути $S_i \leftrightarrow S_j$ ни для одного объекта $S_j \neq S_i$ и $S_j \in K_t$.

Считается, что на множестве E определен жадный алгоритм формирования множества эталонов минимального покрытия E_{ob} и вычисления меры компактности

$$\mu(E, \rho) = |E|/|E_{ob}|. \quad (1)$$

Близость к эталону $S \in E_{ob} \cap K_t$ вычислим по локальной метрике $\rho_s(x, y) = \alpha_s \rho(x, y)$, где α_s — параметр, определяемый по граничным объектам из $E \cap CK_t$.

Требуется определить мощность множества шумовых объектов T и его состав, при котором

$$\mu(E, \rho) = \max_{T \subset E_0} \mu(E_0 \backslash T, \rho). \quad (2)$$

Процесс формирования минимального покрытия обучающей выборки эталонами [5] реализуется путем последовательного выполнения следующих этапов:

— выделение множества граничных объектов классов $B(E_0, \rho)$ по заданной метрике $\rho(x, y)$;
— поиск и удаление шумовых объектов $T \subset B(E_0, \rho)$ из множества граничных;
— разбиение объектов классов на непересекающиеся группы по отношению связанности по множеству граничных на $E = E_0 \backslash T$;
— формирование минимального покрытия из эталонов по каждой группе.

Вычисление минимального покрытия эталонами E_0 и значения меры компактности (1) служат основой для формирования многообразия баз прецедентов для реализации алгоритмов метода «ближайший сосед». Условия изменения отношений между объектами выборки, часть из которых перечислена в [5], объясняют причину появления такого многообразия.

Оптимизационная постановка задачи отбора эталонов, основанная на минимизации функционала полного скользящего контроля, рассмотрена в работе [7]. При разделении выборки на обучающую и контрольную предполагалось вхождение в них объектов из множества эталонов. Открытыми оставались проблемы численного решения оптимизационной задачи применительно к большим данным.

Для снижения вычислительной сложности задачи отбора эталонов в настоящей работе использована предобработка данных. Процесс предобработки заключается в разбиении объектов выборки на непересекающиеся группы по каждому классу. Считается, что с ростом объема выборки и удаления из нее выбросов снижается вариабельность конфигурации выборки по множеству граничных объектов классов. На снижение вариабельности должны указывать уменьшение разброса значений: числа непересекающихся групп объектов классов, определяемых по отношению связанности по системе гипершаров; числа эталонов минимального покрытия, вычисляемого по группам объектов классов; величины зазора (отступа) между объектами классов.

Проверка состоятельности данных значений необходима для оценки обобщающей способности алгоритмов. Использование асимптотических способов оценки для этих целей, как правило, представляет лишь теоретический интерес. Рекомендуемая асимптотическими способами завышенная длина обучающих выборок для практической реализации неприменима.

Выбор латентных признаков в пространстве большой размерности можно рассматривать как способ решить проблему проклятия размерности для метрических алгоритмов. Каждый латентный признак, синтезированный по методу обобщенных оценок [8], представляется как ансамбль из элементарных классификаторов по технологии стекинга. Доказано, что метод кросс-валидации для проверки точности распознавания ансамблем на контрольных выборках неприменим. По этой причине значения меры компактности (2) можно задействовать для формирования баз прецедентов на разных наборах латентных признаков.

Поиск шумовых объектов из множества граничных

Определение типичности объекта из E_0 (близок к своему классу, является граничным, близок к дополнению класса) по значению функции конкурентного сходства в алгоритме FRIS–STOLP [4] применяется при формировании множества из шумовых и эталонных объектов. Выполним оценку типичности граничного объекта по отношению двух ближайших от него расстояний до объектов из своего класса и его дополнения. Решение о включении (не включении) граничного объекта в множество шумовых принимается на основе анализа этого отношения. Для анализа требуется определить пороговое значение λ и условия, на основе которых принимается решение.

На множестве граничных объектов $B = B(E_0, \rho)$ сформируем множество пар $BG = \{(S_i, S_j)\}$, $S_i \in K_t \cap B$, $t \geq 2$, $S_j \in CK_t \cap B$, $\rho(S_i, S_j) = \min\limits_{S_v \in B \cap CK_t} \rho(S_i, S_v)$. Для

$(S_i, S_j) \in BG$ введем обозначения $r(S_i) = \rho(S_i, S_j)$, $d(S_i) = \rho(S_i, S_v)$, где $S_v = \arg \min_{S_a \in E_0 \cap K_t \setminus \{S_i\}} \rho(S_i, S_a)$. Аналогично для $S_j \in CK_t \cap B$ определим $r(S_j) = \rho(S_k, S_j) = \min_{S_v \in B \cap K_t} \rho(S_v, S_j)$, $d(S_j) = \rho(S_j, S_\mu)$, где $S_\mu = \arg \min_{S_a \in E_0 \cap CK_t \setminus \{S_j\}} \rho(S_k, S_a)$. Отношение $\frac{r(S_i)}{d(S_i)} < \lambda$, $0 < \lambda < 1$ рассматривается как необходимое условие отнесение объекта $S_i \in K_t \cap B$ к множеству шумовых. Достаточным условием является

$$\frac{r(S_i)}{d(S_i)} < \lambda \text{ и } \frac{r(S_j)}{d(S_j)} \geq \lambda . \quad (3)$$

Иллюстрация определения принадлежности граничного объекта $S_i \in K_1$ к множеству шумовых на выборке $E_0 = K_1 \cup K_2$ по отношениям расстояний $r(S_i)$, $d(S_j)$, $d(S_i)$ показана на рисунке.

Значение λ, определяемое по (3) в качестве параметра (коэффициента) регуляризатора, применяется для поиска экстремального значения меры компактности (2) при фиксированных факторах. Решение об эффективности выбора факторов (мера расстояния между объектами, способ нормирования, состав набора признаков и т. д.), изменяющих структуру отношений объектов, как правило, принимается по результатам вычислительного эксперимента.

При разработке программного обеспечения для распознавания произвольного допустимого объекта в приложении к базе прецедентов как минимум необходимо хранить сведения об используемой метрике и значения весов локальных метрик эталонов.

О регуляризации отношений связанности объектов классов при моделировании

Результаты, полученные при регуляризации отношений связанности объектов классов, востребованы при построении моделей, основанных на знаниях в слабоструктурированных предметных областях. Рекомендуются следующие варианты применения:

1) распознавание объектов с минимальными затратами вычислительных ресурсов;
2) анализ кластерной структуры объектов и свойств эталонов минимального покрытия;
3) исследование причин появления шумовых объектов.

Реализация варианта 1 связана с формированием базы прецедентов из эталонов минимального покрытия. Оптимальное значение меры компактности (2) позволяют отслеживать переобучение алгоритмов, связанное с проблемой проклятия размерности при машинном обучении. Индикатором переобучения служит уменьшение значения меры компактности и снижение обобщающей способности алгоритмов при росте числа признаков. Размерность пространства, выше которого фиксируется наличие переобучения, определяется при проведении вычислительного эксперимента.

Эффективность распознавания по базе прецедентов достигается за счет снижения затрат вычислительных ресурсов и возможности распараллеливания алгоритма при вычислении меры расстояния от произвольного допустимого объекта до прецедентов из базы. Минимизация ресурсов актуальна при разделении протоколов с нормальным трафиком и с DDOS-атаками (отказами в обслуживании) для борьбы с несанкционированным доступом в компьютерных сетях.

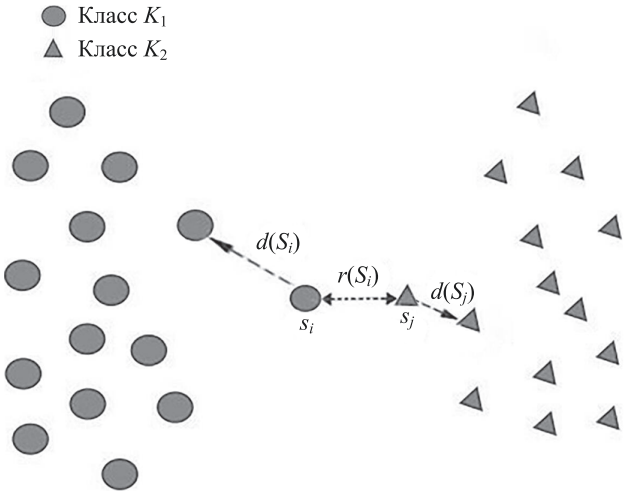


Рисунок. Отнесение граничного объекта $S_i \in K_1$ к множеству шумовых по отношениям расстояний $r(S_i)$, $d(S_j)$, $d(S_i)$

Figure. Assignment of the boundary object $S_i \in K_1$ to the noise set according to the distance relationship $r(S_i)$, $d(S_j)$, $d(S_i)$

Анализ кластерной структуры отношений объектов (вариант 2) востребован при поиске скрытых закономерностей в данных путем проверки истинности гипотез, выдвигаемых экспертом. Считается, что эксперт задает классификацию объектов и использует ее для частичного обучения при группировке. Например, в социологии такая классификация применима при идентификации респондентов с низким, средним и высоким уровнями доходов. Частичное обучение необходимо в качестве условия, что состав каждой группы представлен респондентами одного класса. С учетом этого условия алгоритм метода гарантирует единственность числа групп и их состава, которое используется при поиске минимального покрытия выборки эталонами.

По отношению связанности объектов классов конфигурация (форма) групп может быть различной. Каждую группу идентифицирует как минимум один эталон. Нет необходимости (в случае разнотипности признаков и возможности) в вычислении центров групп, во введении ограничений на шкалы измерений признаков. В качестве альтернативы центрам групп при анализе предлагается использовать эталоны покрытия.

Эталонные объекты являются предметом отдельного исследования как типичные представители групп. Шумовые (нетипичные) объекты (вариант 3) рассматриваются как выбросы или отклонения от эмпирических закономерностей. Например, по социологическим данным уровень потребления респондента существенно различается от уровня заявленных им доходов.

Вычислительный эксперимент

Для демонстрации влияния коэффициентов регуляризации на значение меры компактности (1), связи коэффициентов с обобщающей способностью алгоритмов метода ближайшего соседа были использованы данные German[1] и Spambase[2]. Связь коэффициентов регуляризации с результатами отбора шумовых и эталонных объектов на данных German по метрике Журавлёва показана в табл. 1. Описание каждого из 1000 объектов выборки при соотношении классов $|K_1|:|K_2| = 700:300$ производилось 7-ю количественными и 13-ю номинальными признаками. Значения количественных признаков в данных дробно-линейным преобразованием отображались в диапазоне [0; 1].

В качестве оптимального решения для данных German (табл. 1) рекомендуется удаление 42 шумовых объектов и отбор 260 эталонов при коэффициенте регуляризации 0,8.

При эксперименте на выборке данных Spambase количество объектов с исходных 4601 было уменьшено до 4204, из них 2528 представителей 1-го класса и 1676 — 2-го. Удалены пересекающиеся объекты из двух классов и из сходных по описанию объектов в каждом классе оставлено по одному представителю. Одна из целей эксперимента — демонстрация возможностей анализа многообразий отношений объектов как при нормировании данных в [0; 1] так и при использовании комбинаций вида $\rho(x, y) = \dfrac{\rho_1(x, y)}{1 + \rho_2(x, y)}$ по базовым метрикам Евклида и Чебышева. Оптимальные значения коэффициентов регуляризации на разных метриках по нормированным в диапазоне [0; 1] данным Spambase представлены в табл. 2.

Сильная корреляционная зависимость по (2) с базовыми метриками Евклида и Чебышева (табл. 2) получена по комбинации Евклида/(1 + Чебышева).

Для проверки эффективности отбора эталонных объектов в качестве прецедентов для обучения было произведено разбиение 4204 объектов Spambase на две равные по мощности выборки. При этом использован порядок следования четных и нечетных номеров индексов объектов в каждом классе. Каждая выборка (Chet и Nechet) применялась для обучения и контроля. Результаты отбора прецедентов по двум выборкам представлены в табл. 3. Прецедентами считаются эталоны минимального покрытия, при формировании которого использовались локальные метрики для вычисления расстояния по описаниям данных в [0; 1].

Минимальные покрытия равных по мощности выборок (табл. 3), полученные при разных значениях коэффициента регуляризации, отличаются разнообразием как по числу эталонов, так и их распределению по классам. Объясняется это способностью алгоритма обучения адаптироваться к конфигурации граничных объектов после удаления шумовых за счет выбора параметров локальных метрик эталонов.

Для проверки обобщающей способности алгоритмов распознавания в качестве прецедентов использованы эталоны минимального покрытия выборок Chet

[1] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://archive.ics.uci.edu/dataset/144/statlog+german+credit+data, свободный. Яз. англ. (дата обращения: 19.01.2024).

[2] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://archive.ics.uci.edu/dataset/94/spambase, свободный. Яз. англ. (дата обращения: 19.01.2024).

Таблица 1. Отбор шумовых и эталонных объектов на данных German в зависимости от значений коэффициентов регуляризации по метрике Журавлёва

Table 1. Selection of noise and reference objects on German data depending on the values of regularization coefficients using the Zhuravlev metric

Коэффициент регуляризации	Число объектов		Компактность по (2)
	шумовых	эталонов	
0,5	42	267 (126, 141)	3,4373
0,6	60	259 (120, 139)	3,4116
0,7	54	259 (112, 147)	3,4553
0,8	42	260 (114, 146)	3,5299
0,9	27	277 (127, 150)	3,4178

Примечание. В скобках (табл. 1–3) указано число эталонов из 1-го и 2-го классов.

Таблица 2. Оптимальные значения коэффициентов регуляризации на данных Spambase

Table 2. Optimal values of regularization coefficients based on Spambase data

Метрика	Коэффициент регуляризации	Число объектов		Компактность по (2)
		шумовых	эталонов	
Евклида	0,7	70	395 (196, 199)	10,2915
Чебышева	0,7	115	370 (233, 137)	10,7490
Чебышева/(1 + Евклида)	0,6	82	498 (239, 259)	8,1157
Евклида/(1 + Чебышева)	0,8	83	400 (201, 199)	10,0991

Таблица 3. Результаты отбора прецедентов по выборкам Chet и Nechet
Table 3. Results of selection of precedents from the Chet and Nechet samples

Метрики		Евклида		Чебышева		Чебышева/ (1 + Евклида)		Евклида/ (1 + Чебышева)	
Выборки		Chet	Nechet	Chet	Nechet	Chet	Nechet	Chet	Nechet
Коэффициент регуляризации		0,7	0,5	0,9	0,8	0,6	0,5	0,8	0,9
Число объектов	шумовых	41	15	55	65	41	17	45	43
	эталонов	223 (113, 110)	246 (122, 124)	176 (159, 17)	210 (137, 73)	299 (154, 145)	320 (148, 172)	225 (119, 106)	239 (125, 114)
Компактность по (2)		9,0619	8,4232	11,3264	9,4000	6,7585	6,4629	8,9465	8,4388

Таблица 4. Точность распознавания по метрике Евклида
Table 4. Recognition accuracy using the Euclidean metric

Прецеденты по выборке	Контрольная выборка	
	Chet	Nechet
Chet	—	88,20 (87,01)
Nechet	88,73 (88,63)	—

Таблица 5. Точность распознавания по метрикам Евклида, Чебышева и их комбинации
Table 5. Recognition accuracy using Euclidean, Chebyshev metrics and their combinations

Метрика	Обучение	Контроль	Обучение	Контроль
	Chet	Nechet	Nechet	Chet
Евклида	Не определялось	78,35	Не определялось	77,55
Чебышева	Не определялось	71,27	Не определялось	74,02
Евклида/(1 + Чебышева)	Не определялось	83,30	Не определялось	84,11

и Nechet, число которых приведено в табл. 3. Точность распознавания при выборе ближайшего соседа на основе меры расстояния Евклида показана в табл. 4. В скобках указаны результаты по обучающим выборкам без удаления шумовых объектов и отбора эталонов. Нормирование данных на контроле проводилось по параметрам обучающей выборки.

В первой строке табл. 4 база прецедентов из 246 эталонов (табл. 3) для выборки Chet используется для тестирования 2102 объектов из Nechet. Аналогично во второй строке база прецедентов из 223 эталонов (табл. 3) для выборки Nechet применена для тестирования 2102 объектов из Chet. Точности 88,63 и 87,01, указанные в скобках, ниже результатов распознавания по базам прецедентов с применением локальных метрик. В разы снижена сложность вычислений алгоритмом по эталонам минимального покрытия.

Уменьшить ошибки распознавания через изменение структуры отношений объектов также можно по мере расстояния, вычисляемой по комбинациям метрик. В табл. 5 точность распознавания в пространстве из 57 исходных признаков демонстрируется по метрикам Евклида, Чебышева и их комбинации.

Результаты применения комбинации из метрик в табл. 5 показывают перспективность поиска различных путей для повышения эффективности систем распознавания. Эффективность может выражаться в отсутствии необходимости хранения специальных параметров и алгоритмов для предобработки данных при формировании и использовании баз прецедентов, например, для различных способов нормирования.

Заключение

Разработана новая методика формирования баз прецедентов для алгоритмов распознавания по методу ближайшего соседа. С целью повышения обобщающей способности алгоритмов предложен дополнительный критерий-регуляризатор для отбора шумовых объектов по заданному отступу между классами. Отступ определяет ограничение на отношение расстояний между граничными объектами и их ближайшими соседями. Регуляризатор использовался при вычислении максимума меры компактности по минимальному покрытию обучающей выборки эталонами после удаления шумовых объектов. Эффективность применения эталонов в качестве базы прецедентов выразилась в повышении точности распознавания при снижении затрат вычислительных ресурсов.

Литература

1. Борисова И.А., Кутненко О.А. Цензурирование ошибочно классифицированных объектов выборки // Машинное обучение и анализ данных. 2015. Т. 1. № 11. С. 1632–1641.
2. Загоруйко Н.Г., Кутненко О.А. Цензурирование обучающей выборки // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 1(22). С. 66–73.
3. Кутненко О.А., Плясунов А.В. NP-трудность некоторой задачи цензурирования данных // Дискретный анализ и исследование операций. 2021. Т. 28. № 2(148). С. 60–73. https://doi.org/10.33048/daio.2021.28.692
4. Борисова И.А., Кутненко О.А. Исправление диагностических ошибок в целевом признаке с помощью функции конкурентного сходства // Математическая биология и биоинформатика. 2018. Т. 13. № 1. С. 38–49. https://doi.org/10.17537/2018.13.38
5. Ignatyev N.A. Structure choice for relations between objects in metric classification algorithms // Pattern Recognition and Image Analysis. 2018. V. 28. N 4. P. 695–702. https://doi.org/10.1134/s1054661818040132
6. Рудаков К.В. О некоторых факторизациях полуметрических конусов и оценках качества эвристических метрик в задачах анализа данных // Доклады Российской Академии наук. Математика, Информатика, Процессы Управления. 2020. Т. 492. № 1. С. 101–103. https://doi.org/10.31857/S2686954320030236
7. Зухба А.В. Оценка вычислительной сложности задач отбора эталонных объектов и признаков: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук наук. М., 2018. 113 с.
8. Ignatev N.A., Rahimova M.A. Formation and analysis of sets of informative features of objects by pairs of classes // Scientific and Technical Information Processing. 2022. V. 49. N 6. P. 439–445. https://doi.org/10.3103/S0147688222060053

References

1. Borisova I.A., Kutnenko O.A. Outliers detection in datasets with misclassified objects. *Machine Learning and Data Analysis*, 2015, vol. 1, no. 11, pp. 1632–1641. (in Russian)
2. Zagoruiko N.G., Kutnenko O.A. Training dataset censoring. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*, 2013, no. 1(22), pp. 66–73. (in Russian)
3. Kutnenko O.A., Plyasunov A.V. NP-hardness of some data cleaning problem. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2021, vol. 15, no. 2, pp. 285–291. https://doi.org/10.1134/S1990478921020095
4. Borisova I.A., Kutnenko O.A. The problem of correction diagnostic errors in the target attribute with the function of rival similarity. *Mathematical Biology and Bioinformatics*, 2018, vol. 13, no. 1, pp. 38–49. (in Russian). https://doi.org/10.17537/2018.13.38
5. Ignatyev N.A. Structure choice for relations between objects in metric classification algorithms. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2018, vol. 28, no. 4, pp. 695–702. https://doi.org/10.1134/s1054661818040132
6. Rudakov K.V. On some factorizations of semi-metric cones and quality estimates of heuristic metrics in data analysis problems. *Doklady Mathematics*, 2020, vol. 101, no. 3, pp. 257–258. https://doi.org/10.1134/S1064562420030230
7. Zukhba A.V. *Computational complexity estimation of the problems of selecting reference objects and features*. Dissertation for the degree of candidate of physical and mathematical sciences. Moscow, 2018, 113 p. (in Russian)
8. Ignatev N.A., Rahimova M.A. Formation and analysis of sets of informative features of objects by pairs of classes. *Scientific and Technical Information Processing*, 2022, vol. 49, no. 6, pp. 439–445. https://doi.org/10.3103/S0147688222060053

Авторы

Игнатьев Николай Александрович — доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, 100174, Узбекистан, sc 39361638900, https://orcid.org/0000-0002-7150-5837, n_ignatev@rambler.ru

Турсунмуротов Даврбек Худаёрович — докторант, Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, 100174, Узбекистан, https://orcid.org/0009-0009-8664-9639, mr.davrbek@mail.ru

Authors

Nikolay A. Ignatev — D.Sc. (Physics & Mathematics), Full Professor, National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, 100174, Uzbekistan, sc 39361638900, https://orcid.org/0000-0002-7150-5837, n_ignatev@rambler.ru

Davrbek X. Tursunmurotov — Doctoral Student, National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Tashkent, 100174, Uzbekistan, https://orcid.org/0009-0009-8664-9639, mr.davrbek@mail.ru

Статья поступила в редакцию 24.01.2024
Одобрена после рецензирования 05.03.2024
Принята к печати 27.03.2024

Received 24.01.2024
Approved after reviewing 05.03.2024
Accepted 27.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

BRIEF PAPERS

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-330-334
УДК 004.4

Подход к разработке программных продуктов в стартапе

Наталия Владимировна Лонкина[1], Любовь Сергеевна Лисицына[2]✉

[1,2] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

[1] nataliia.lonkina@gmail.com, http://orcid.org/0009-0002-2249-3822
[2] lisizina@itmo.ru✉, http://orcid.org/0000-0002-1493-5849

Аннотация
Исследована проблема срывов сроков релиза в условиях систематического изменения требований рынка к программному продукту. Проведен анализ причин срывов на всех этапах разработки программного продукта и предложен подход, направленный на поиск компромисса между качеством и сроком внедрения разрабатываемого продукта для сокращения времени выхода релиза. Представлены результаты практического применения данного подхода на примере стартапа по разработке сервиса тест-драйва техники, которые подтвердили его эффективность: время релиза сократилось на 15 %.

Ключевые слова
стартап, этапы разработки программных продуктов, причины срыва сроков релиза, способы сокращения сроков разработки программных продуктов

Ссылка для цитирования: Лонкина Н.В., Лисицына Л.С. Подход к разработке программных продуктов в стартапе // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 330–334. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-330-334

Approach to software products development in a startup

Nataliia V. Lonkina[1], Liubov S. Lisitsyna[2]✉

[1,2] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

[1] nataliia.lonkina@gmail.com, http://orcid.org/0009-0002-2249-3822
[2] lisizina@itmo.ru✉, http://orcid.org/0000-0002-1493-5849

Abstract
The problem of missed release deadlines under conditions of systematic changes in market requirements for a software product has been studied. The analysis of the causes of disruptions at all stages of software product development is carried out and an approach is proposed aimed at finding a compromise between the quality and the implementation period of the product being developed in order to reduce the release time. The results of the presented method are analyzed using the example of development in a startup at the early stages of development and confirmed the possibility of reducing the time for updating software products by at least 15 %.

Keywords
startup, stages of software product development, reasons for failure of release dates, ways to reduce the time of software product development

For citation: Lonkina N.V., Lisitsyna L.S. Approach to software products development in a startup. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 330–334 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-330-334

© Лонкина Н.В., Лисицына Л.С., 2024

Ежедневно на рынке России появляются сотни новых стартапов[1], среди которых особое место занимают проекты по разработке инновационных программных продуктов (ПП).

В условиях высокой конкуренции крайне важно не просто создать новый продукт, соответствующий актуальным требованиям рынка, но и сделать это в минимальные сроки. Часто характерной особенностью таких стартапов является ограниченность ресурсов. В таких условиях сократить время разработки от идеи до готового продукта можно за счет применения гибких, масштабируемых и легко адаптируемых к изменениям подходов.

В настоящей работе рассмотрен подход к разработке нового ПП на основе методологии Agile [1, 2], главным преимуществом которой является организация процессов разработки таким образом, чтобы максимально упростить внесение изменений в код ПП без значительных трудозатрат и временных потерь [3]. Это позволит не только быстро выводить на рынок новые ПП, но и противостоять конкурентам, оперативно реагируя на запросы его потенциальных потребителей и на различные изменения требований рынка.

На рисунке показаны основные этапы разработки ПП, которые повторяются в цикле, начиная с формирования требований и заканчивая внедрением. Рассмотрим причины, которые могут замедлить выпуск продукта на рынок на каждом этапе и повлечь за собой необходимость изменять или полностью переписывать код ПП, и принципы для их устранения.

На этапе формирования требований к ПП (этап 1) необходимо опираться на потребности рынка. Ошибки и недочеты на этом этапе могут существенно снизить ценность разрабатываемого ПП [4]. Требования к ПП должны быть формализованы и написаны развернуто, подробно и четко, чтобы быть понятными для всех участников разработки.

При планировании работ по разработке ПП (этап 2) следует опираться, прежде всего, на метрику time-to-market [5]. В стартапе данный этап может оказаться проблемным, так как могут возникнуть принципиально новые задачи, которые до этого никто не решал. Один из эффективных приемов планирования быстрого выпуска ПП — ранжирование задач и требований к их решению с возможным исключением задач и/или требований с низким приоритетом [6].

На этапе проектирования ПП (этап 3) предпочтение отдается тем решениям, которые обеспечивают оптимальное сочетание скорости разработки, гибкости и масштабируемости информационной системы (ИС). На этом этапе необходимо создавать такой проект, который позволит не разрабатывать ИС или ее отдельные модули заново.

В условиях сжатых сроков разработки на этапе кодирования (этап 4) часто возникают ошибки в коде. Пишется или создается код с низкой производительностью, который невозможно дополнить в будущем. Исходя из этого, основное внимание в процессе написания кода ПП в стартапе уделяется построению чистого, модульного кода с использованием современных инструментов и фреймворков, способствующих скорости и простоте внесения изменений. Во время этого этапа важно придерживаться принятой архитектуры разрабатываемого программного обеспечения, сверяться с установленными требованиями, тщательно выбирать инструменты кодирования, соблюдать общепринятые стандарты, использовать контроль версий, документировать код и обеспечивать его модульными тестами.

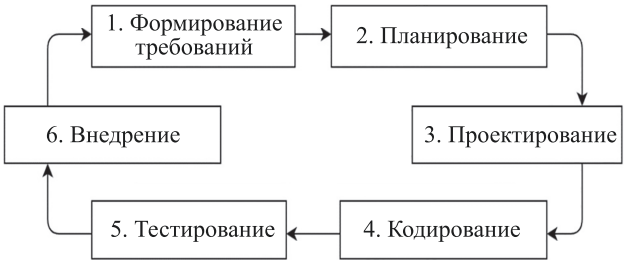


Рисунок. Основные этапы разработки программных продуктов

Figure. The main stages of software product development

Этап тестирования (этап 5) связан с поиском ошибок, которые не были обнаружены ранее на этапе 4. Важность этого этапа определяется тем, что оставшиеся после него ошибки в коде придется исправлять после внедрения системы, что может сдвинуть сроки релиза и существенно снизить качество продукта. По этой причине, основной акцент уделяется разработке качественных сценариев тестирования ПП.

Завершающий этап разработки ПП — внедрение (этап 6), в результате которого ИС становится доступной пользователям. На данном этапе выполняется подготовка тестового окружения. После развертывания и проверки работоспособности ИС на тестовом окружении происходит ее внедрение на том окружении, которое используют конечные пользователи системы. Крайне важно предусмотреть, чтобы развертывание системы происходило быстро, а сама система была защищена от различных атак и обладала отказоустойчивостью. В случае несоблюдения этих требований может произойти утечка данных, а система может стать для пользователей недоступной. От этого этапа зависит то, насколько безошибочно и быстро начнет свою работу ИС с реальными пользователями.

На каждом из описанных этапов разработки ПП существуют угрозы, которые могут стать препятствиями для своевременного релиза или оказать влияние на его дальнейшее развитие (табл. 1).

Разработка ПП в стартапе — это всегда некий компромисс между полнотой функциональности и сроком выпуска (обновления) продукта. Часто приходится стремиться не к совершенству, а к запуску новой версии продукта в срок, чтобы затем получать отзывы его пользователей и на их основе улучшать такой продукт [2]. В связи с этим при разработке ПП в стартапе важно уметь расставлять приоритеты и фокусироваться на

[1] Клейменова Л. От идеи до единорога — стартапы России и мира в 22 цифрах [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://trends.rbc.ru/trends/innovation/5f04aeac9a79479c0727f494 (дата обращения: 07.02.2024).

Таблица 1. Причины угроз срыва сроков релиза

Table 1. The reasons for the threats of disruption of product release dates

Номер угрозы	Причины угроз	Этапы разработки программных продуктов					
		1	2	3	4	5	6
1	Добавление нового функционала	+	–	+	+	–	+
2	Изменение существующего функционала	+	+	+	+	–	+
3	Отказ от существующего функционала	+	+	+	+	–	–
4	Наличие ошибок в коде	–	–	–	+	+	–
5	Недостаточная производительность ИС	–	–	–	+	+	–

Примечание. «+» — присутствие угрозы на этапе; «–» — отсутствие угрозы.

главном. Сгруппируем угрозы, выделенные в табл. 2, и опишем способы их предотвращения.

Группа угроз 1 связана с добавлением, изменением или отказом от функционала, которые выявлены в актуальных исследованиях рынка. Неопределенность требований, необходимость релиза в запланированное время, ограниченность ресурсов — все это делает эти угрозы широко распространенными в стартапе.

При составлении требований важно понимать, какой именно продукт нужно развивать, как выполнить все требования, и как своевременно и корректно донести информацию о требованиях до участников разработки ПП. Для этого следует использовать фиксацию всех требований в вики или трекере задач с расстановкой приоритетов (необходимо помнить, что в случае нарушения сроков задачи с низким приоритетом в план разработки могут не попасть), а также заранее создавать и согласовывать макет ПП. Данные действия могут уменьшить количество разногласий между разработчиками.

При планировании нужно не просто расставлять приоритеты задач, но и делать оценку их трудоемкости, которая часто бывает далекой от реальной (особенно тогда, когда разработчики ни разу не решали подобные задачи). Рекомендуется не только использовать различные методы оценки, но и внедрять в работу стори-поинты, и использовать экспертные оценки.

При проектировании системы следует закладывать фундамент для ее масштабирования и гибкости к изменениям [7], стремиться к соответствию принципам SOLID (Single responsibility, Open-closed, Liskov substitution, Interface segregation и Dependency inversion) [8]. В результате важно разбить систему на независимые компоненты, каждый из которых имеет единственную зону ответственности. Тогда при неудачной реализации этапа 4 можно будет обновить систему поэтапно без приостановки ее работы. При возможности следует использовать уже готовые компоненты, например, развернутые хранилища данных. Система должна разворачиваться быстро с соблюдением требования непрерывной интеграции и развертывания на серверах, что обеспечивается за счет автоматизации этих работ. Для обеспечения безопасности системы здесь следует спрятать секреты, настроить зеркалирование, предусмотреть защиту от DDOS-атак и т. п.

Группа угроз 2 связана с наличием ошибок в коде и с недостаточностью производительности разрабатываемой ИС. Разработка новых продуктов в сжатые сроки в стартапе часто влечет за собой большое количество ошибок и недоработок в коде и, соответственно, его низкую производительность. Как правило, в таких случаях программистам нужно исправлять ошибки и применять новые подходы для повышения производительности, однако, в случае разработки продуктов в сжатые сроки, это не всегда возможно.

Рассмотрим способы устранения таких угроз.

При кодировании следует писать код так, чтобы его было максимально легко понять, исправить и использовать повторно. При этом особое внимание следует уделять выбору инструментов разработки. Язык про-

Таблица 2. Способы предотвращения угроз срыва сроков релиза

Table 2. Ways to prevent threats of disruption of the release dates of software product

Номер способа	Способ	Угрозы				
		1	2	3	4	5
1	Фиксация задач в вики или трекере с расстановкой их приоритетов	+	+	+	–	–
2	Использование различных методов оценки задач	+	+	+	–	–
3	Разбиение системы на компоненты с единой зоной ответственности	+	+	+	–	–
4	Использование готовых компонентов	+	+	+	–	–
5	Автоматизация поставки и развертывания системы	+	+	+	–	–
6	Использование контроля версий	–	–	–	+	+
7	Покрытие кода тестами, исправление только критических дефектов	–	–	–	+	+

Примечание. «+» — возможность способа предотвращения угроз; «–» — отсутствие угроз.

Таблица 3. Принятые решения и результаты их реализации в стартапе Lampu

Table 3. The decisions made and the results of their implementation in the Lampu startup

Номер способа	Реализованное решение	Номер итерации	Трудоемкость без использования предложенных решений, ч	Сокращение трудоемкости за счет предложенного решения, ч
2	Декомпозиция задач с использованием различных методов их оценки	2–6	130	20
3	Выделение независимых модулей с единой зоной ответственности	3–6	150	40
4	Использование готовых компонентов	4–6	140	30
7	Исправление только критических дефектов кода	5–6	117	7
5	Использование CI/CD pipeline на платформе Gitlab для автоматизации развертывания системы	6	113	3
		Итого:	650	100

граммирования, библиотеки — все это должно быть знакомо разработчикам и предоставлять возможность писать простой код [9]. Кроме того, при кодировании необходимо вести контроль версий и тестировать написанный код, что позволит сделать его разработку более удобной, качественной и быстрой.

При тестировании важен процесс передачи дефектов разработчикам. Имеет большое значение определение дефектов ПП в таск-менеджере и, аналогично требованиям, проставить уровень их критичности (важности). Для сокращения времени выпуска ПП следует в первую очередь закрывать критичные дефекты, а остальные вносить в бэклог.

Опишем результаты практического применения предложенного подхода в стартапе Lampu. В стартапе разработана ИС, которая является, с одной стороны, агрегатором, а с другой — магазином товаров, и состоит из следующих модулей: фронтенд, бэкенд, реляционная база данных, нереляционная база данных, сервер переадресации. С октября 2023 года в разработке ИС приняло участие четыре программиста, два из которых являлись старшими инженерами, а два — стажерами из числа студентов Университета ИТМО.

В рамках эксперимента по преодолению угроз срыва сроков релиза (табл. 1) были использованы 6 коротких итераций [10] для разработок: 1) главной страницы веб-приложения[1]; 2) страницы каталога[2]; 3) страницы товаров[3]; 4) корзины[4]; 5) страницы для аутентификации, авторизации, регистрации[5]; 6) страницы для оформления заказа[6]. Итерация 1 проведена с использованием способов 1 и 6, а на итерациях 2–6 проведены эксперименты, в которых измерено время разработки на каждой итерации с и без применения решений. Далее обновление ПП выполнено с применением перечисленных способов (табл. 2). В табл. 3 представлены результаты реализации предложенных решений: общая трудоемкость разработки кода продукта без использования таких решений составила 650 ч, ее удалось сократить примерно на 100 ч, что составляет 15 %.

Изложенный в работе подход к разработке ПП, а также его практическая реализация в стартапе Lampu может быть полезным для создателей новых ИС и помогут им минимизировать сроки релизов в ответ на актуальные вызовы рынка. Среди предложенных решений данного подхода следует отметить следующие реализованные решения: использование различных методов оценки задач; разбиение системы на компоненты с единственной зоной ответственности; использование сторонних готовых компонентов; автоматизацию поставки и развертывания системы; исправление только критичных дефектов кода.

[1] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://lampu.store (Сервис тест-драйва техники) (дата обращения: 07.02.2024).

[2] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://lampu.store/catalog (дата обращения: 07.02.2024).

[3] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://lampu.store/product-list/smartphones (дата обращения: 07.02.2024).

[4] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://lampu.store/cart (дата обращения: 07.02.2024).

[5] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://lampu.store/authentication (дата обращения: 07.02.2024).

[6] [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://lampu.store/gocheckout (дата обращения: 07.02.2024).

Литература

1. McCaffery F., Taylor P.S., Coleman G. Adept: A unified assessment method for small software companies // IEEE Software. 2007. V. 24. N 1. P. 24–31. https://doi.org/10.1109/ms.2007.3
2. Tegegne E.W., Seppänen P., Ahmad M.O. Software development methodologies and practices in start-ups // IET Software. 2019. V. 13. N 6. P. 497–509. https://doi.org/10.1049/iet-sen.2018.5270

References

1. McCaffery F., Taylor P.S., Coleman G. Adept: A unified assessment method for small software companies. *IEEE Software*, 2007, vol. 24, no. 1, pp. 24–31. https://doi.org/10.1109/ms.2007.3
2. Tegegne E.W., Seppänen P., Ahmad M.O. Software development methodologies and practices in start-ups. *IET Software*, 2019, vol. 13, no. 6, pp. 497–509. https://doi.org/10.1049/iet-sen.2018.5270

3. Highsmith J., Cockburn A. Agile software development: The business of innovation // Computer. 2001. V. 34. N 9. P. 120–127. https://doi.org/10.1109/2.947100
4. Mullins J.W., Sutherland D.J. New product development in rapidly changing markets: An exploratory study // Journal of Product Innovation Management. 1998. V. 15. N 3. P. 224–236. https://doi.org/10.1111/1540-5885.1530224
5. Sawyer P., Sommerville I., Kotonya G. Improving market-driven re processes // Proc. of the International Conference on Product Focused Software Process Improvement. Oulu, Finland, 1999. P. 222–236.
6. Karlsson L., Dahlstedt Å.G., Regnell B., Natt och Dag J., Persson A. Requirements engineering challenges in market-driven software development – an interview study with practitioners // Information and Software Technology. 2007. V. 49. N 6. P. 588–604. https://doi.org/10.1016/j.infsof.2007.02.008
7. Yoffie D.B., Cusumano M.A. Building a company on Internet time: lessons from Netscape // California Management Review. 1999. V. 41. N 3. P. 8–28. https://doi.org/10.2307/41165995
8. Madasu V.K., Venna T.V.S.N., Eltaieb T. SOLID Principles in Software Architecture and Introduction to RESM Concept in OOP // Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology. 2015. V. 2. N 2. P. 1–3.
9. Giardino C., Unterkalmsteiner M., Paternoster N., Gorschek T., Abrahamsson P. What do we know about software development in startups? // IEEE Software. 2014. V. 31. N 5. P. 28–32. https://doi.org/10.1109/ms.2014.129
10. Ruparelia N.B. Software development lifecycle models // ACM SIGSOFT Software Engineering Notes. 2010. V. 35. N 3. P. 8–13. https://doi.org/10.1145/1764810.1764814

3. Highsmith J., Cockburn A. Agile software development: The business of innovation. *Computer*, 2001, vol. 34, no. 9, pp. 120–127. https://doi.org/10.1109/2.947100
4. Mullins J.W., Sutherland D.J. New product development in rapidly changing markets: An exploratory study. *Journal of Product Innovation Management*, 1998, vol. 15, no. 3, pp. 224–236. https://doi.org/10.1111/1540-5885.1530224
5. Sawyer P., Sommerville I., Kotonya G. Improving market-driven re processes. *Proc. of the International Conference on Product Focused Software Process Improvement. Oulu, Finland*, 1999, pp. 222–236.
6. Karlsson L., Dahlstedt Å.G., Regnell B., Natt och Dag J., Persson A. Requirements engineering challenges in market-driven software development — an interview study with practitioners. *Information and Software Technology*, 2007, vol. 49, no. 6, pp. 588–604. https://doi.org/10.1016/j.infsof.2007.02.008
7. Yoffie D.B., Cusumano M.A. Building a company on Internet time: lessons from Netscape. *California Management Review*, 1999, vol. 41, no. 3, pp. 8–28. https://doi.org/10.2307/41165995
8. Madasu V.K., Venna T.V.S.N., Eltaieb T. SOLID Principles in Software Architecture and Introduction to RESM Concept in OOP. *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology*, 2015, vol. 2, no. 2, pp. 1–3.
9. Giardino C., Unterkalmsteiner M., Paternoster N., Gorschek T., Abrahamsson P. What do we know about software development in startups? *IEEE Software*, 2014, vol. 31, no. 5, pp. 28–32. https://doi.org/10.1109/ms.2014.129
10. Ruparelia N.B. Software development lifecycle models. *ACM SIGSOFT Software Engineering Notes*, 2010, vol. 35, no. 3, pp. 8–13. https://doi.org/10.1145/1764810.1764814

Авторы

Лонкина Наталия Владимировна — студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, http://orcid.org/0009-0002-2249-3822, nataliia.lonkina@gmail.com

Лисицына Любовь Сергеевна — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 56203524600, http://orcid.org/0000-0002-1493-5849, lisizina@itmo.ru

Authors

Nataliia V. Lonkina — Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, http://orcid.org/0009-0002-2249-3822, nataliia.lonkina@gmail.com

Liubov S. Lisitsyna — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 56203524600, http://orcid.org/0000-0002-1493-5849, lisizina@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 16.02.2024
Одобрена после рецензирования 01.03.2024
Принята к печати 22.03.2024

Received 16.02.2024
Approved after reviewing 01.03.2024
Accepted 22.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-335-338
УДК 004.81, 004.896

Моделирование восприятия рекомендаций системы поддержки принятия врачебных решений на основе предсказательного моделирования при проведении профилактических осмотров врачами-стоматологами

Александр Николаевич Солдатов[1], Иван Константинович Солдатов[2], Сергей Валерьевич Ковальчук[3]✉

[1,3] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
[2] Военно-медицинская академия имени С.М. Кирова, Санкт-Петербург, 194044, Российская Федерация

[1] 371755@niuitmo.ru, https://orcid.org/0009-0008-5962-8931
[2] ivan-soldatov@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-8740-9092
[3] kovalchuk@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-8828-4615

Аннотация
Представлены результаты исследования восприятия систем поддержки принятия врачебных решений в рамках проведения ежегодной диспансеризации врачами-стоматологами в общеобразовательных организациях Минобороны России (суворовских и нахимовском военных училищах, президентских кадетских училищах и кадетских военных корпусах). На примере рассматриваемого сценария проведена апробация прототипа системы на основе машинного обучения. Для оценки восприятия выполнен опрос врачей-стоматологов с демонстрацией результатов работы прототипа и оценкой воспринимаемых характеристик предоставляемых результатов предсказательного моделирования. Построена модель на основе байесовской сети для оценки рассматриваемых показателей, продемонстрировавшая повышение качества предсказания воспринимаемых показателей с учетом влияния латентных состояний субъективного восприятия оператора. Предложенный подход в дальнейшем планируется использовать для повышения эффективности взаимодействия врача и системы поддержки принятия врачебных решений.

Ключевые слова
системы поддержки принятия решений, человеко-компьютерное взаимодействие, предсказательное моделирование, машинное обучение, кариес, профилактический осмотр

Ссылка для цитирования: Солдатов А.Н., Солдатов И.К., Ковальчук С.В. Моделирование восприятия рекомендаций системы поддержки принятия врачебных решений на основе предсказательного моделирования при проведении профилактических осмотров врачами-стоматологами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 335–338. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-335-338

Modeling perceiving of recommendations provided by clinical decision support system based on predictive modeling within dental preventive screening

Alexander N. Soldatov[1], Ivan K. Soldatov[2], Sergey V. Kovalchuk[3]✉

[1,3] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
[2] The S.M. Kirov Military Medical Academy, Saint Petersburg, 194044, Russian Federation

[1] 371755@niuitmo.ru, https://orcid.org/0009-0008-5962-8931
[2] ivan-soldatov@mail.ru, https://orcid.org/0000-0001-8740-9092
[3] kovalchuk@itmo.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-8828-4615

Abstract
The results of a current study of the perception of clinical decision support systems (CDSS) in the framework of preventive screening by dentists in schools of the Russian Ministry of Defense (cadet corps) are presented. Using

© Солдатов А.Н., Солдатов И.К., Ковальчук С.В., 2024

the example of the scenario under consideration, a prototype of the CDSS based on machine learning was evaluated. To assess perception, a survey was conducted demonstrating the results of the prototype and assessing the perceived characteristics of the provided predictive modeling results. A model was built based on a Bayesian network to evaluate the considered indicators, which demonstrated an increase in the quality of prediction of perceived indicators, taking into account the influence of latent states of the operator's subjective perception. The proposed approach is planned to be used in the future to increase the efficiency of doctor-CDSS interaction.

Keywords
decision support systems, human-computer interaction, predictive modeling, machine learning, caries, preventive screening

For citation: Soldatov A.N., Soldatov I.K., Kovalchuk S.V. Modeling perceiving of recommendations provided by clinical decision support system based on predictive modeling within dental preventive screening. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 335–338 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-335-338

Кариес зубов является вторым по распространенности заболеванием во всем мире и самым распространенным из стоматологических заболеваний, достигая 100 % и не имеет тенденций к снижению [1, 2]. При этом профилактика и ранняя диагностика имеет существенное значение для снижения заболеваемости. Большое влияние в подобных задачах могут оказывать системы поддержки принятия врачебных решений (СППВР), основанные на предсказательном моделировании. Так, например, предсказательное моделирование индекса КПУ (сумма числа зубов в состояниях кариес-пломба-удален) позволяет реализовать планирование дополнительных профилактических мероприятий, выдать персонализированные рекомендации для пациента [3]. Тем не менее, практическая применимость таких моделей во многом зависит от положительного восприятия рекомендаций со стороны врачей. Восприятие, в свою очередь, может зависеть как от объективной ситуации, так и от персональных особенностей врача [4]. Ситуация может усложняться при использовании современных моделей искусственного интеллекта, зачастую отличающихся низкой объяснимостью и «прозрачностью» [5].

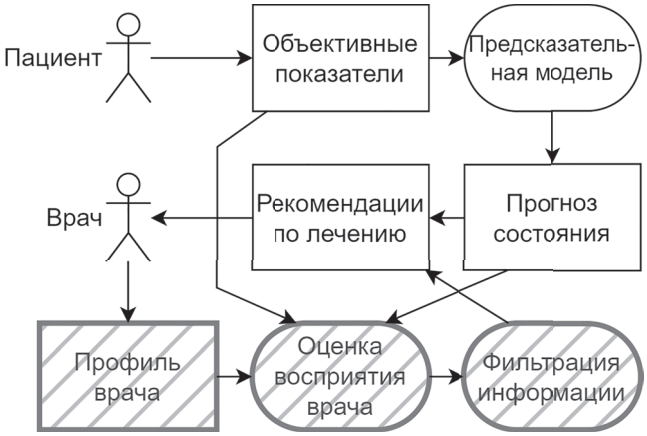
Для повышения эффективности взаимодействия в рамках представляемых исследований предлагается акцентировать внимание на индивидуальных чертах восприятия рекомендаций СППВР (в первую очередь — реализуемых с использованием искусственного интеллекта). В рамках данного подхода предлагается расширение процедуры выдачи рекомендаций СППВР (рисунок, *a*), включающее: 1) профиль врача, определяющий его индивидуальные особенности профессионального поведения; 2) предсказательную модель, применяемую для оценки восприятия врачом доступной информации (прогноза состояния пациента, опционально дополняемого объяснением, альтернативными решениями и пр.); 3) механизм фильтрации информации с точки зрения наиболее эффективного взаимодействия врача и СППВР. В данной ситуации прогнозирование субъективного восприятия в сочетании с оценкой эффективности «совместного» принятия решений врача и СППВР позволит в перспективе сформировать принципиально новые схемы взаимодействия человек-искусственный интеллект в сложных задачах принятия врачебных решений.

В рамках представляемого исследования разработан прототип СППВР (рисунок, *b*) для поддержки текущей деятельности врачей-стоматологов, осуществляющих профилактический прием воспитанников общеобразовательных организаций Минобороны России. На основе анонимизированных данных 3701 обучающихся в возрасте 10–18 лет [6] построена предсказательная модель с использованием алгоритмов машинного обучения для предсказания изменения индекса КПУ. Лучшие показатели были получены с использованием модели CatBoost (средняя абсолютная ошибка 0,86 ед. КПУ) [3]. В рамках прототипа СППВР врачам при заполнении карты предоставлялся прогноз изменения КПУ пациента в течение года, а также рекомендуемый план лечебно-профилактических мероприятий и рекомендаций пациенту.

Для изучения особенностей восприятия рекомендаций, выдаваемых прототипом СППВР, проведен опрос потенциальных пользователей (врачей-стоматологов) с демонстрацией анонимизированной карты пациента и сформированного прогноза динамики КПУ. Пользователям предлагалось провести оценку прогноза по трем характеристикам: понятность прогноза для конкретного пациента; согласие с прогнозом; воспринимаемая полезность прогноза при планировании дальнейших мероприятий. Оценки проводились по пятиступенчатой шкале Ликерта (от минус 2 — полностью не согласен до плюс 2 — полностью согласен). В опросе участвовали 15 пользователей, предоставивших 427 наборов оценок. В целом рекомендации были восприняты специалистами нейтрально или положительно: доля неотрицательных оценок для рассматриваемых показателей составила по трем предложенным характеристикам, соответственно, 92,7 %, 89,9 % и 97,0 %. Полученные оценки отличаются приемлемой согласованностью с коэффициентом альфа Кронбаха 0,736. При этом данный показатель варьируется для отдельных карт пациентов от 0,511 до 0,910, что косвенно свидетельствует о проявлении субъективности в восприятии отдельных карт разными специалистами.

Для исследования влияния индивидуальных характеристик на восприятие рекомендаций СППВР построена байесовская сеть доверия, включающая рассматриваемые три показателя (связи между показателями сформированы по аналогии с работой [4]) и латентную переменную «когнитивного состояния» врача, влияющие на все остальные показатели. В рамках первого эксперимента латентная переменная закодирована как one-hot эмбеддинг врача. Байесовская сеть использова-

a



b

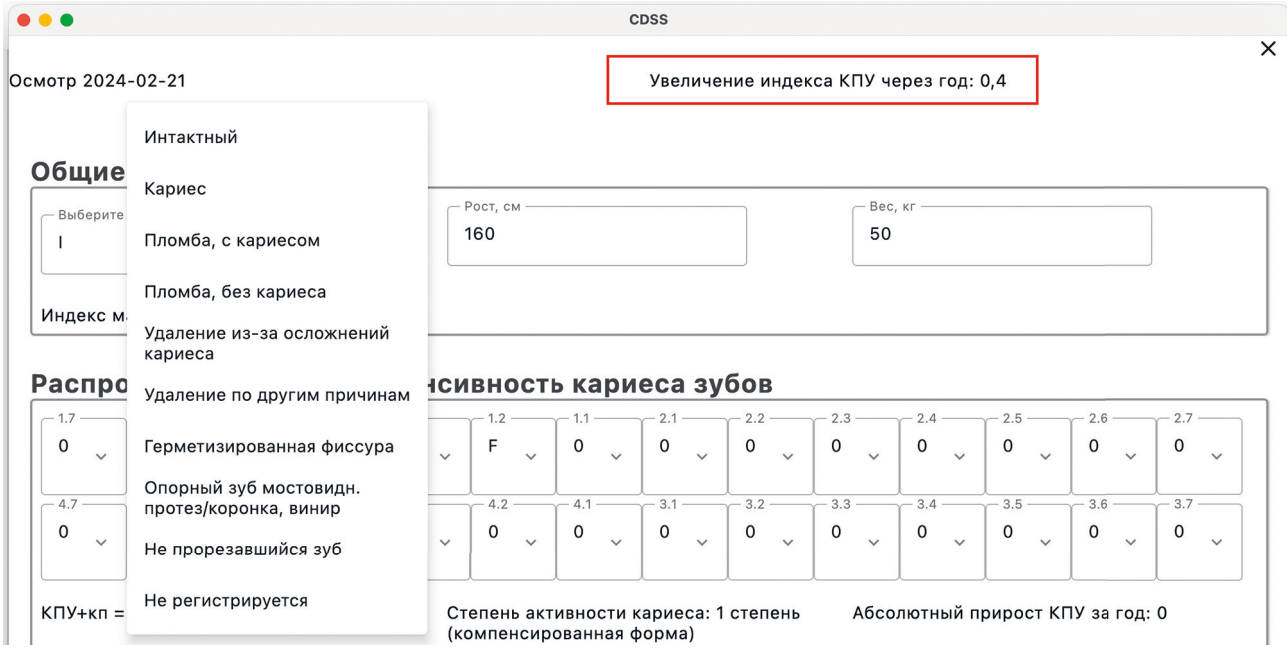


Рисунок. Реализация системы поддержки принятия врачебных решений (СППВР) с оценкой восприятия врача: общая схема расширения СППВР (*a*); прототип СППВР в рамках профилактического приема врача-стоматолога (*b*)

Figure. Implementation of clinical decision support system (CDSS) with doctor's perceiving assessment: general approach to CDSS extension (*a*); CDSS prototype for dental preventive screening (*b*)

на для предсказания эмбеддинга по каждому отдельному случаю (стратегия leave-one-out). Далее проведена кластеризация полученных эмбеддингов, с заданным числом кластеров N и использованием меток кластеров в качестве значения идентифицированной переменной когнитивного состояния врача. Предсказанное состояние латентной переменной может быть использовано для предсказания явных субъективных характеристик восприятия. Так, в рамках эксперимента показано снижение средней абсолютной ошибки предсказания целевой переменной «воспринимаемая полезность» с 0,337 ед. до 0,039 ед. шкалы Ликерта (при числе выделяемых кластеров $N = 3$).

Полученные результаты предварительных экспериментов позволяют говорить о том, что латентное состояние врача-стоматолога, влияющее на восприятие рекомендаций СППВР, потенциально может быть предсказано и использовано для оптимизации взаимодействия врача с системой, достижения консенсуса в этом взаимодействии, повышения эффективности принимаемых решений. В рамках дальнейшего развития данного направления исследований планируется разработка более детальных, структурированных и вместе с тем интерпретируемых моделей латентных когнитивных состояний пользователей СППВР на основе известных моделей профессионального поведения врачей [7] и восприятия технологических решений [8].

Литература

1. Кузьмина Э.М., Янушевич О.О., Кузьмина И.Н., Лапатина А.В. Тенденции распространенности и интенсивности кариеса зубов среди населения России за 20-летний период // Dental Forum. 2020. № 3(78). P. 2–8.
2. Волошина И.М., Беликова Е.В. Кариес зубов высокой степени риска и комплаентность пациента // Эндодонтия Today. 2020. Т. 18. № 2. С. 41–44. https://doi.org/10.36377/1683-2981-2020-18-2-41-44
3. Солдатов И.К. и др. Прогнозирование интенсивности поражения кариесом зубов воспитанников общеобразовательных организаций Минобороны России с помощью алгоритмов машинного обучения // Кремлевская медицина. Клинический вестник. 2024. (в печати).
4. Kovalchuk S.V., Kopanitsa G.D., Derevitskii I.V., Matveev G.A., Savitskaya D.A. Three-stage intelligent support of clinical decision making for higher trust, validity, and explainability // Journal of Biomedical Informatics. 2022. V. 27. P. 104013. https://doi.org/10.1016/j.jbi.2022.104013
5. Abdul A., Vermeulen J., Wang D., Lim B.Y., Kankanhalli M. Trends and trajectories for explainable, accountable and intelligible systems: an HCI research agenda // Proc. of the 2018 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems. 2018. P. 1–18. https://doi.org/10.1145/3173574.3174156
6. Солдатов А.Н., Солдатов И.К., Гребнев Г.А., Ковальчук С.В. База данных состояния стоматологического здоровья воспитанников общеобразовательных организаций Минобороны России. Свидетельство о регистрации базы данных RU2023622392, 13.07.2023.
7. Presseau J., Johnston M., Francis J.J., Hrisos S., Stamp E., Steen N., Hawthorne G., Grimshaw J.M., Elovainio M., Hunter M., Eccles M.P. Theory-based predictors of multiple clinician behaviors in the management of diabetes // Journal of Behavioral Medicine. 2014. V. 37. N 4. P. 607–620. https://doi.org/10.1007/s10865-013-9513-x
8. Dillon A. Human Acceptance of Information Technology // International Encyclopedia of Ergonomics and Human Factors. 2006. V. 27. N 3. P. 425–478.

References

1. Kuzmina E.M., Yanushevich O.O., Kuzmina I.N., Lapatina A.V. Tendency in the prevalence of dental caries among the Russian population over a 20-year period. *Dental Forum*, 2020, no. 3(78), pp. 2–8. (in Russian)
2. Voloshina I.M., Belikova E.V. High risk dental caries and patient compliance. *Endodontics Today*, 2020, vol. 18, no. 2, pp. 41–44. (in Russian). https://doi.org/10.36377/1683-2981-2020-18-2-41-44
3. Soldatov A.N. et al. Predicting the intensity of caries damage to the teeth of students in educational institutions of the Russian Ministry of Defense using machine learning algorithms. *Kremlin Medicine Journal*, 2024, in press. (in Russian)
4. Kovalchuk S.V., Kopanitsa G.D., Derevitskii I.V., Matveev G.A., Savitskaya D.A. Three-stage intelligent support of clinical decision making for higher trust, validity, and explainability. *Journal of Biomedical Informatics*, 2022, vol. 27, pp. 104013. https://doi.org/10.1016/j.jbi.2022.104013
5. Abdul A., Vermeulen J., Wang D., Lim B.Y., Kankanhalli M. Trends and trajectories for explainable, accountable and intelligible systems: an HCI research agenda. *Proc. of the 2018 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 2018, pp. 1–18. https://doi.org/10.1145/3173574.3174156
6. Soldatov A.N., Soldatov I.K., Grebnev G.A., Kovalchuk S.V. Database of the dental health state of students in educational institutions of the Russian Ministry of Defense. *Database registration certificate RU2023622392*, 13.07.2023. (in Russian)
7. Presseau J., Johnston M., Francis J.J., Hrisos S., Stamp E., Steen N., Hawthorne G., Grimshaw J.M., Elovainio M., Hunter M., Eccles M.P. Theory-based predictors of multiple clinician behaviors in the management of diabetes. *Journal of Behavioral Medicine*, 2014, vol. 37, no. 4, pp. 607–620. https://doi.org/10.1007/s10865-013-9513-x
8. Dillon A. Human Acceptance of Information Technology. *International Encyclopedia of Ergonomics and Human Factors*, 2006, vol. 27, no. 3, pp. 425–478.

Авторы

Солдатов Александр Николаевич — студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, https://orcid.org/0009-0008-5962-8931, 371755@niuitmo.ru

Солдатов Иван Константинович — кандидат медицинских наук, доцент, докторант, Военно-медицинская академия имени С.М. Кирова, Санкт-Петербург, 194044, Российская Федерация, sc 57195325408, https://orcid.org/0000-0001-8740-9092, ivan-soldatov@mail.ru

Ковальчук Сергей Валерьевич — кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, sc 55382199400, https://orcid.org/0000-0001-8828-4615, kovalchuk@itmo.ru

Authors

Alexander N. Soldatov — Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, https://orcid.org/0009-0008-5962-8931, 371755@niuitmo.ru

Ivan K. Soldatov — PhD (Medicine), Associate Professor, Doctoral Student, The S.M. Kirov Military Medical Academy, Saint Petersburg, 194044, Russian Federation, sc 57195325408, https://orcid.org/0000-0001-8740-9092, ivan-soldatov@mail.ru

Sergey V. Kovalchuk — PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, sc 55382199400, https://orcid.org/0000-0001-8828-4615, kovalchuk@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 27.02.2024
Одобрена после рецензирования 01.03.2024
Принята к печати 17.03.2024

Received 27.02.2024
Approved after reviewing 01.03.2024
Accepted 17.03.2024

Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ

Журнал публикует научные обзоры, полнотекстовые статьи и краткие сообщения.

Полнотекстовая статья должна иметь четкую структуру, включающую в себя аннотацию, ключевые слова, введение, несколько содержательных разделов и заключение.

В аннотации, рассчитанной на самый широкий круг читателей, необходимо в объеме 200–400 слов в форме краткого реферата (Abstract) изложить научное содержание статьи: предмет, цель работы, метод или методология проведения работы, краткое описание эксперимента, полученные результаты, рекомендации по их применению.

Ключевые слова должны отражать информацию, представленную в статье. Основное ключевое слово указывается первым.

Во введении необходимо представить содержательную постановку рассматриваемого вопроса, провести краткий анализ известных из научной литературы решений (со ссылками на источники), дать критику их недостатков, показать научную новизну и преимущество (особенности) предлагаемого подхода.

В основном тексте статьи должна быть представлена строгая постановка решаемой задачи, изложены и обстоятельно разъяснены (доказаны) полученные утверждения и выводы, приведены результаты экспериментальных исследований или математического моделирования, иллюстрирующие сделанные утверждения. Основной текст статьи должен быть разбит на содержательные разделы (2–3 раздела).

В заключении необходимо кратко сформулировать основные результаты, прокомментировать их и, если возможно, указать направления дальнейших исследований и области применения.

Пристатейный список литературы (рекомендуется): для обзорной статьи — не менее 50, для полнотекстовой статьи — не менее 15, для краткого сообщения — не менее 8 литературных источников.

Ссылки на стандарты и иные нормативные документы, а также на неперсонифицированные интернет-ресурсы в список литературы не вносятся, а оформляются в виде сносок.

Объем обзорной статьи предварительно согласовывается с редакцией.

Объем полнотекстовой статьи, включая иллюстрации, таблицы и список литературы, не должен превышать 8 страниц машинописного текста (с рисунками и таблицами), шрифт 12 pt, один интервал.

Объем краткого сообщения — до 3 страниц, шрифт 12 pt, один интервал. Рубрикация текста не требуется. Статьи принимаются в электронном виде (ntvitmo@itmo.ru). В распечатанном виде с подписями авторов материалы представляются в редакцию по запросу редакции после прохождения процедуры рецензирования.

Комплект документов должен включать:

- текст статьи с заверстанными рисунками и таблицами;
- формы сведений об авторах (на каждого автора); допускается указание нескольких мест работы автора;
- файлы с рисунками к статье в оригинальном формате (предпочтительно JPEG) с максимальным разрешением; допускается представление цветных рисунков, если в черно-белом варианте теряется полезная информация;
- лицензионное соглашение;
- согласие на обработку персональных данных.

REQUIREMENTS FOR EXECUTION OF PAPERS

Scientific reviews, full-text and brief papers are published.

A full-text paper should have a well-defined structure, including an abstract, keywords, introduction, several substantive chapters and a conclusion.

An abstract is intended for general public. It is necessary to set forth the scientific content of the paper limited by 200–400 words in the form of a brief abstract: the subject, the work objective, the method or methodology of work, a brief description of the experiment, obtained results, recommendations for their application.

Keywords should be connected with the information presented in the paper. The main keyword is given first.

The introduction should contain a meaningful statement of the issue in question, a brief analysis of the solutions known from scientific literature (with references to sources), a criticism of their shortcomings, scientific novelty and advantages (features) of the proposed approach.

The main body of the paper should represent exact statement of the problem being solved, obtained assertions and conclusions are to be set forth and explained in detail (proved), the results of experimental studies or mathematical modeling should be given to illustrate the statements made. The main text of the paper needs to be split up into meaningful sections (2–3 sections).

In conclusion it is necessary to summarize the main results, comment on them and, if possible, to indicate the areas of future research and application.

A list of references is recommended: for a review paper — at least 50 items, for full-text paper — not less than 15, for a brief paper — at least 8 references. References to standards and other regulatory documents, as well as to Internet resources, are not included in a reference list and are documented as footnotes.

The length of a review paper is coordinated with the editorial board beforehand.

The length of a full-text paper, including illustrations, tables and references, should not exceed 8 pages of typewritten text (figures and tables included), font 12 pt, single-spaced.

The length of a brief paper is up to 3 pages, font 12 pt, single-spaced.

No rubrication is required.

Papers are accepted in electronic form (ntvitmo@itmo.ru).

Materials are submitted to the editors on request after the procedure of reviewing in a printed form signed by the authors.

A set of documents should include:

- The text of the paper with make-up figures and tables;
- The forms with information about the authors (for each author), several employers can be specified by the author;
- Files with pictures to the paper in their original format (preferably JPEG) with the maximum resolution; should useful information is lost in the black and white variant, color drawings are permitted;
- Publishers license agreement;
- Consent to the processing of personal data.

SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF ITMO UNIVERSITY

INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS

2024, VOLUME 24, NUMBER 2 (MARCH–APRIL) ISSN 2226-1494 (PRINT), 2500-0373 (ONLINE)

OPTICAL ENGINEERING

Selection of parameters of optoelectronic systems for monitoring the wear for steam turbine rotor blading based on the value of the total error — *Rodikova L.S., Korotaev V.V., Timofeev A.N., Ryzhova V.A., Maraev A.A., Mikheev S.V.* — *171*

Modeling and analysis of fractal transformation of distorted images of the Earth's surface obtained by optoelectronic surveillance systems — *Andrusenko A.S., Grigor'ev A.N., Korshunov D.S.* — *182*

Fast labeling pipeline approach for a huge aerial sensed dataset (in English) — *Fedulin A.M., Voloshina N.V.* — *190*

AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

Adaptive suboptimal control problem and its variational solution — *Blazhenov A.V., Vedyakov A.A., Milovanovich E.V., Slita O.V., Tertychny-Dauri V.Yu.* — *198*

Output control for a class of nonlinear systems based on dynamic linearization — *Pyrkin A.A., Ta M.S., Nguyen Q.C., Golubev A.K.* — *208*

COMPUTER SCIENCE

RuPersonaChat: a dialog corpus for personalizing conversational agents — *Apanasovich K.S., Makhnytkina O.V., Kabarov V.I., Dalevskaya O.P.* — *214*

An optimized deep learning method for software defect prediction using Whale Optimization Algorithm (in English) — *Aliyu Aihong A., Imam Ya'u B., Ali U., Ahmad A., Abdulrahman Lawal M.* — *222*

Guarantee structural anomaly detection in streaming data using the RRCF model: selection of detector parameters and its stabilization under additive noise conditions — *Timofeev A.V.* — *230*

ViSL One-shot: generating Vietnamese sign language data set (in English) — *Dang Khanh, Bessmertny I.A.* — *241*

Evaluation of probabilistic-temporal characteristics of a computer system with container virtualization — *Phung V.Q., Bogatyrev V.A., Karmanovskiy N.S., Le V.H.* — *249*

ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND COGNITIVE INFORMATION TECHNOLOGIES

A new method for countering evasion adversarial attacks on information systems based on artificial intelligence (in English) — *Vorobeva A.A., Matuzko M.A., Sivkov D.I., Safiullin R.I., Menshchikov A.A.* — *256*

MODELING AND SIMULATION

On the properties of *M*-estimators optimizing weighted L_2-norm of the influence function — *Lisitsin D.V., Gavrilov K.V.* — *267*

Stability of a highly elastic rectangular plate with clamped-free edges under uniaxial compression — *Sukhoterin M.V., Sosnovskaya A.A.* — *276*

Models and a deformations simulation approach using ANSYS CAD for railway wagons weighing system — *Denisenko M.A., Isaeva A.S., Sinyukin A.S., Kovalev A.V.* — *284*

Application of lattice Boltzmann method to solution of viscous incompressible fluid dynamics problems — *Brykov N.A., Volkov K.N., Emelyanov V.N., Tolstoguzov S.S.* — *293*

From the construction of wavelets based on derivatives of the Gaussian function to the synthesis of filters with a finite impulse response — *Semenov V.I., Chumarov S.G.* — *306*

Partition of unity method and smooth approximation — *Tolstykh V.N.* — *314*

Censoring training samples using regularization of connectivity relations of class objects — *Ignatev N.A., Tursunmurotov D.X.* — *322*

BRIEF PAPERS

Approach to software products development in a startup — *Lonkina N.V., Lisitsyna L.S.* — *330*

Modeling perceiving of recommendations provided by clinical decision support system based on predictive modeling within dental preventive screening — *Soldatov A.N., Soldatov I.K., Kovalchuk S.V.* — *335*